

VISIT...

LANZAROTE
Caliente.COM

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

Серия «Из истории мировой культуры»

Н. И. ИДЕЛЬСОН

ЭТЮДЫ ПО ИСТОРИИ НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКИ



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

Москва 1975

Книга известному советскому астрофизику профессору Н. И. Идельсону состоит из отдельных историко-научных очерков-эпизодов, в которых в увлекательной форме рассказывается о классических теориях небесной механики, теории тяготения, теории фигур Земли, теории движущихся небесных тел, а также о теории приливов.

Сочетание увлекательной формы изложения с глубоким проникновением в существо вопроса делает книгу интересной как специалистам — механикам и астрономам, так и широкому кругу читателей.

Редакторы-составители

А. Т. ГРИГОРЬЯН, Д. Р. МЕРКИН

В XVII—XVIII веках классическая теория тяготения, теория фигуры Земли и теория траекторий небесных тел являлись узловыми вопросами науки. Их решение привело к построению фундамента современного естествознания и во многом предопределило методы научного исследования.

Вплоть до начала XIX столетия вопросы теории тяготения и фигуры Земли были предметом ожесточенных научных споров и проблемами первостепенной важности. Затем, в результате их решения, центр научных исследований переместился в область других вопросов физики, а вопросы теории тяготения и фигуры Земли отошли на второй план и стали предметом специальных глав курсов механики и астрономии.

Великие достижения последних лет — создание искусственных спутников Земли, запуск космических аппаратов и полеты человека в космос — возродили интерес к классической теории тяготения, теории фигуры Земли и теории траекторий небесных тел. В связи с этим особое значение приобретают вопросы истории этих разделов науки.

В отечественной и зарубежной литературе отсутствуют сводные работы по истории упомянутых разделов механики и астрономии, а имеющиеся статьи рассеяны по различным сборникам и журналам и поэтому практически недоступны для широкого круга читателей.

Большое число работ по истории теории движения планет, теории тяготения и фигуры Земли принадлежит покойному профессору Ленинградского университета Науму Ильичу Идельсону. В своей совокупности они представляют достаточно полное и обстоятельное изложение вопроса, охватывающее период от Итолема до Липунова.

Профессору Н. И. Идельсону в своих работах удалось совместить блестящую и увлекательную форму изложения с глубоким проникновением в существо предмета. С исключительным мастерством он вводит читателя в историю вопроса, кратко и образно характеризуя состояние науки до описываемого открытия. У читателя не только создается ясное представление о самом предмете и о теориях нау-

ки, но он получает и сведения о борьбе различных взглядов и трудностях, связанных с отысканием правильного решения вопроса; затем следует обстоятельное изложение существа сделанного открытия и краткий обзор дальнейшего развития предмета. На всем изложении лежит отпечаток большой эрудиции автора, его глубоких знаний астрономии, механики, математики, специальной литературы и искусства.

Следует отметить еще одну положительную сторону работ профессора Н. И. Идельсона. Хорошо владея древнегреческим, латинским, французским, итальянским, немецким и английским языками, Н. И. Идельсон изучал классиков науки по первоисточникам. Все работы его по истории науки, переводы и книги, вышедшие под его редакцией, строго документированы и снабжены подробными комментариями, часто представляющими результат самостоятельных исторических изысканий*.

В настоящий сборник включены только те работы профессора Н. И. Идельсона по истории небесной механики и астрономии, которые, за редким исключением, не требуют специальных знаний и вполне доступны широкому кругу читателей. Такие его работы, как «Постановка проблемы фигур равновесия в теории Лапункова», «Эллипсоидальный геонд» и другие, требующие для своего понимания хорошего знания математики и специальных разделов механики и представляющие интерес для сравнительно узкого круга специалистов, в настоящее издание не включены. Лица, интересующиеся этими работами, могут найти их по прилагаемой библиографии.

Мы надеемся, что предлагаемая книга будет с интересом прочитана и принесет большую пользу не только механикам и астрономам, но и широкому кругу научных работников, преподавателей, инженеров, аспирантов, студентов, интересующихся творчеством корифеев науки и историей научных открытий.

А. Т. Григорьян, Д. Р. Меркин

* В настоящем сборнике дан только авторский комментарий, что следует иметь в виду при чтении книги, учитывая время написания работ.

ЖИЗНЬ И ТВОРЧЕСТВО КОПЕРНИКА*

Коперник — человек высшего гения и, что в этих [астрономических] вопросах особенно верно, свободного мышления.

К. П. Левин

Сегодня советская научная общественность торжественно отмечает четырехсотлетний юбилей появления произведения, заключавшего в себе одно из первых, но вместе с тем и одно из самых значительных открытий, когда-либо сделанных человеческой мыслью на путях познания строя Вселенной; оно является как бы гранью, разделяющей всю историю физико-математических наук; с него ведет начало все современное научное мировоззрение, имеющее в своей основе грандиозное развитие астрономии в XVII—XVIII вв. И, вместе с тем, это открытие было настолько неожиданно в своей изумительной смелости и простоте, что не в 1543 г., при его обнародовании, а значительно позже, через ряд десятилетий, оно было осознано во всем его революционном величии; только тогда было понято, что им бесповоротно разрушается та догма, которой питались не только наука, но и все мировоззрение длинной вереницы предыдущих поколений.

Естественно поэтому, что изучение обстоятельств, при которых была сформулирована эта доктрина, ее возникновение на общем фоне культуры той далекой эпохи, составляет одну из важнейших задач истории науки. Но когда, движимые общечеловеческим интересом, мы пытаемся теперь воссоздать самый облик того, с чьим именем связан этот достопамятный этап развития научной мысли, мы встречаемся с существенными затруднениями: многое из той документации, которая нам здесь необходима, уже давно и безвозвратно погибло; поэтому обрисовать этот облик со

* Речь, произнесенная на юбилейном собрании Академии наук СССР 6 июля 1943 г. Из книги «Николай Коперник. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1947.

всей той четкостью, которая бы нас удовлетворяла, видимому, уже более невозможно; однако сегодня будет достаточно связать лишь основные моменты биографии Коперника с тем бессмертным творением, которое ее увенчало.

1. РОДИНА

Почти вся долгая жизнь Коперника протекала в прусских землях. Если мы посмотрим на карту Пруссии, какой она была в XV в., то увидим, что эта область разделялась тогда в основном на три части: то были Восточная Пруссия с городами Кёнигсбергом и Фридляндом и Западная с главным центром в Данциге; первая лежала целиком к востоку от Вислы, но в нее, на том же восточном берегу Вислы, входила провинция, носившая тогда название Вармин, или Эрменландия, с городами Эльблонгом, Браунсбергом, Мариенбургом. Уже давно за обладание прусскими землями спорят Польское королевство и Тевтонский орден.

Орден появился в этом крае еще в XIII в., придя из далекой Палестины, чтобы мечом и огнем обращать в католическую веру язычников-пруссов; но в XV в., хотя язычников, пожалуй, уже не осталось и хотя Ордену было нанесено объединенными силами славян и литовцев существенное поражение в 1410 г. в знаменитой битве при Грюнвальде, под Танкенбергом, Орден все еще продолжает угнетать прусские города и села; города восстанавливают. Последней фазой этих событий в середине XV в. была Тринадцатилетняя война западнопрусских городов против Ордена. Она закончилась Торунским миром 1466 г., по которому вся Западная Пруссия отошла к Польше и составила так называемую Королевскую Пруссию; Восточная Пруссия осталась за Орденom, но в личной зависимости от Польши. Город Торунь на Висле, лежавший у самой границы Эрменландии, также отошел к Польше; формально перешла к ней и Вармия; фактически же она осталась самостоятельной и притом церковной областью. Варминский епископ был почти приравнен к независимым от светской власти князьям церкви; у Варминской епархии (или диоцеза) было даже собственное представительство у престола св. Петра в Риме, где имелась эрменландская церковь со своим деканом. Епископ Варминский управляет областью при помощи капитула кафедрального собора. Капитул со-

стоит из каноников: это церковники, т. е. лица, следующие в каноническом праве, но не обязательно духовного сана; они обеспечивают службу в соборе, администрируют епархию, собирают подати и налоги; за это они получают высокую «пробенду», имеют участки земли («аллодии»), пользуются помещением («курией») при соборе; их положение почетно, их должность спокойна. Впрочем, иногда, когда и церковные земли заволакиваются дымом пожаров, положение каноника может стать волнующим и трудным — об этом мы скажем ниже.

Кафедральный собор Варминской епархии построен еще в XIV в., в крошечном городке Фромборке (Фрауэнбурге), близ Бранева (Браунсберга), у самого моря, вернее на берегу Фришгофа, этого удивительного залива, отделенного от Балтийского моря узкой песчаной косой; неподалеку, в нескольких милях к западу, в море вливается своими рукавами Висла. Собор стоит на высоком холме: чудесный вид открывается с него на воды залива; собор обнесен прочной стеной; в ней шесть башен; все это на случай осад — такое было бывало.

Итак, Варминская епархия, Фромборский собор, воды Вислы и воды залива — таков пейзаж, среди которого медленно разворачивается жизнь Николая Коперника; в этом отдаленнейшем углу земли, in hoc remotissimo angulo terrae, как он сам потом говорил, годами размышляет он над вечным бегом планет, над всей великой тайной природы. И к концу своей жизни в одной из глав бессмертной книги «Об обращениях небесных сфер» он пишет: «Такой путь к изучению движения этой планеты [Меркурия] нам предужадали древние. Но им благоприятствовали более чистые горизонты, так как от Пизды не выделяется, по их словам, столько испарений, как у нас от Вислы. В этом удобстве нам, живущим в более суровом климате, отказала природа». Правда, вместо того чтобы говорить о туманах Вислы, Копернику надлежало бы сказать о туманах Фришгофа. Но кто в Европе мог слышать и знать названия заливов далекого Балтийского моря? И не то важно: астрономия древних закончила свой расцвет много веков тому назад в Александрии, в Египте, среди блеска и роскоши эллинистической культуры; а теперь новое слово в этой древнейшей науке скажет в глухом углу Северной Европы одинокий польский каноник с берегов Вислы.

Николай Коперник родился 19 февраля 1473 г. в городе Торунь (или Торн); то был тогда важный торговый центр, через который по Висле шли товары из Западной Европы в Венгрию и Польшу. Сюда, в Торунь, около 1450 г. переселился из Кракова отец Коперника. Про него известно, что в Торунь он достиг известного положения в торговых кругах, бывал избираем и в почетные судьи; здесь же он женился, взяв жену из богатого старинного местного рода. Когда он умер, младшему из четырех детей, Николаю, едва исполнился год. Тогда забота о всей семье переходит в жесткие руки их дяди со стороны матери. То была личность значительная: в молодости он прошел высшие науки в Кракове, в университете Ягеллонов, затем закончил свое образование за Альпами, в знаменитейшем Болонском университете. Теперь на родине, приняв духовное звание, он шел вверх по служебной лестнице уверенно и спокойно; десять лет состоял он каноником Фромборского собора, а затем вступил на Вармийскую кафедру, будучи возведен в сан епископа Эрмсландского (1489) — нелегкий пост в те тяжелые времена, когда непрочен был и самый мир на землях Вармийского диоцеза.

Но как ни интересна политическая линия этого сурового человека (который несколько лет спустя предлагал Ордену оставить Пруссию и перебраться в Подолию, чтобы оттуда вести войну с «неверными», с турками), мы следить за ней не будем. Гораздо важнее, что само утверждение Луки Ватенроде (таким было его имя) фромборским епископом уже предопределяет судьбу семьи Коперника, которую он опекает. В частности, в отношении обоих братьев, старшего Андрея и младшего Николая, — почему бы и им не пойти теперь по стопам их могущественного дяди, не изучить высшей науки и не войти в Фромборский капитул, где, к тому же, он сам мог бы иметь от них прямую помощь? Все это естественно и понятно; и на этот путь вступает Николай Коперник, когда на девятнадцатом году жизни отправляется из Торунь в Краков, в польскую столицу, и здесь индентрикуируется в университете летом 1491 г.

В те годы Краковский университет — хотя он один из младших университетов Европы — уже создал себе проч-

ную славу; студенты прибывали сюда из разных стран Европы; все они говорили по-латыни, преподавание велось по-латыни, так что национальность студента в его обучении не играла роли. Науки изучались в Кракове по средневековой классической схеме «семипутья» — *trivium et quadrivium*; математика и астрономия здесь стояли высоко. Астрономии читал выдающийся лектор Альберт Блар из Брудзева, обычно называемый Брудзевским.

Но, прежде всего, что представляло собой преподавание астрономии в последние десятилетия XV в.? То были годы расцвета гуманизма, когда античная культура, а вместе с ней и высокая астрономическая наука греков, как бы пробуждаясь от долгого сна, начинали вновь овладевать умами. Надо помнить, что астрономическим знанием мысли средневековой Европы питалась только через вторые руки: лишь арабские ученые, придворные мудрецы могущественных халифов в Багдаде, Каире и затем в Кордове, имели в свое время доступ к сокровищам древней науки; так, они переводили и комментировали величайшего астронома Греции — Клавдия Птолемея Александрийца. Эти арабские трактаты в тяжеловесных переводах на латынь и составляли тот довольно мутный источник, из которого черпала свои знания Европа. Так возник, например, в XIII в. учебник астрономии, написанный английским монахом Голлуудом (латинизированное имя его Сакрабско) для нужд преподавания в Парижском университете. Поколения питались этой книгой, ее держал в руках Леонардо да Винчи, о ней еще говорят при Галилее.

Однако теперь, в последние десятилетия XV в., преподавание смогло придвинуться несколько ближе к Птолемею. Этим наука обязана двум фигурам, двум замечательным астрономам венской школы: Пурбаху и его ученику Региомонтану (умершим в расцвете творческих сил). Региомонтан был, вероятно, первым астрономом Европы, державшим в руках древнегреческие кодексы (манускрипты) Птолемея. Он знакомится с ними в библиотеке знаменитого гуманиста кардинала Бессариона, грека родом; он изучает греческий язык, чтобы читать, переводить и комментировать «Большой синтаксис астрономии», тот знаменитый трактат Птолемея, который со времен арабов получил название «Альмагеста». Пурбах составлял «Новые теории планет» — «*Theoriae Novae Planetarum*», которые (одна из первоначальных книг) изданы в 1472 г. Региомонтаном. В них излагает-

* [Государство ученых].

ся содержание теорий Птолемея: определение орбит Солнца, Луны и планет, а равно и методы основных наблюдений. Появление этой книги знаменует начало возрождения точной астрономической науки в Европе; на то время, пока еще будет держаться система Птолемея, учебник Пурбаха остается классическим руководством для университетов Европы. По неуму-то и ведет в Кракове преподавание Брудзевский; но он и сам идет несколько дальше Пурбаха и составляет к нему комментарий (изданный в Милане в 1495 г.).

Таким образом, не может подлежать сомнению, что Коперник изучает астрономию там, где она едва ли не лучше всего преподавалась в Европе к концу XV в. Отсюда он уносит — и это на всю жизнь — глубокое уважение к тому важнейшему запасу наблюдений, который нам оставили древние, к строгости и глубине методов, которые они применяли. Этому мы имеем ряд доказательств; когда через много лет (в 1537 г.) появится перевод одного арабского трактата, автор которого не скупится на нападки и критику Птолемея, Коперник на титульном листе, под фамилией автора, напишет: «...egregii calumniatoris Ptolemaei» («... крупного клеветника на Птолемея»). Из другого источника мы знаем, что Коперник говорил: «Я направляю стрелы в ту же цель и тем же методом, что и Птолемей, хотя лук и стрелы, которыми он пользовался, сделаны из совершенно иного материала». Все эти высказывания великого реформатора астрономии, число которых можно было бы значительно умножить, важны и значительны; и позволительно думать, что именно в молодые годы, у Брудзевского, он выработал эти мысли.

Однако преподавание в Кракове при всей его высоте страдало одним несомненным недостатком: греческий язык здесь в те годы не преподавался, и потому самостоятельный подход к науке, к философии и поэзии Эпикла для студентов был закрыт совершенно. А между тем здесь несомненно было известно, что его изучал Региомонтан (как мы уже упоминали), и могло быть также известно, что еще примерно за полвека до него некто Георгий Трапезундский, имя которого связано с перьями, но неудачным переводом Птолемея непосредственно с греческого на латиня, еще около 1420 г. начал в Венеции преподавать греческий язык при невиданном стечении любознательных. Таким образом, в этом отношении Краков не мог дать того, что составляло как бы

самую соль культуры Ренессанса, и университет Ягеллонов не мог удовлетворить своих передовых студентов.

Сколько лет обучался Коперник в Кракове, в точности неизвестно; нет также сведений о том, что он получил здесь докторскую степень; во всяком случае, он оставался здесь три года, так как трехлетнее обучение в университете было необходимым условием для получения звания каноника. Этому условию он несомненно удовлетворял, когда вернулся из Кракова на родину, так как уже через два-три года после этого его дядя и покровитель делает попытку проесть его в каноники собственной епархии, т. е. в члены капитулы Фромборского собора. Однако эта попытка не удается; Коперник не получает утверждения в Риме. И тогда, как некогда его дядя, он уезжает за Альпы, и с января 1497 г. он — студент Болонского университета; здесь он записывается в германское землячество (Natio Germanorum), так же как это ранее сделал его дядя; члены этого землячества могли изучать только правовые дисциплины. И действительно, не может быть сомнений, что Коперник был отправлен в Болонью именно с тем, чтобы изучать церковное право.

На деле вышло иначе. Впоследствии единственный прямой ученик Коперника, Ретик, писал в своем знаменитом «Первом повествовании» (1540): «Мой учитель с величайшей тщательностью вел астрономические наблюдения в Болонье, где он был не столько учеником, сколько помощником и свидетелем при наблюдениях ученившего Доминико Марини. Мы не будем останавливаться на личности этого болонского астронома, не будем подчеркивать, что стиль Ретика отличается несколько возвышенным тоном; ясно одно, что семена, брошенные в Кракове Брудзевским, упали на благодатную почву; кстати, первое из тех двадцати семи собственных наблюдений, на которые ссылается Коперник в книге «Об обращении небесных сфер», было действительно сделано им в Болонье 9 марта 1497 г. (покрытые Альдебаран Луной). Но несомненно, что Болонья дала ему сверх того еще много в смысле общей гуманистической культуры: знание греческого, чтение в подлинниках Платона, Аристотеля и древних поэтов, словом, всю ту замечательную эрудицию в классической литературе, которой Коперник потом блистал в своей книге.

В те же годы далеко, на родине, в его личной судьбе происходит важнейшее событие. Упорный епископ добивается

в 1497 г. избрания и утверждения Николая Коперника каноником Фромборкского собора с трехлетним отпуском в Италию; все это выполняется заочно, в отсутствие Коперника; по доверенности же он начинает получать и первые «пресбанды». Теперь он обеспечен, теперь перед ним, этим баловнем судьбы, никогда не знавшим заботы о хлебе, на всю жизнь открыты спокойные горизонты.

Из Болоньи, где он также не получил никакого диплома, Коперник на короткий срок в 1500 г. переезжает в Рим. Что в том удивительного? Кто из эрудитов Европы мог не знать, что как раз в середине XV в. папа Николай V, один из лучших носителей тиары, не щади средств, скупал в Византии греческие манускрипты, полагая тем начало знаменитейшей библиотеке Ватикана? Кто из католиков мог не знать, что годы 1300, 1400, 1500 были у римской церкви годами юбилеев (из которых первый описан в бессмертных стихах Данте)¹, когда к собору св. Петра стекались толпы верующих за исцелениями чудотворениями и к торжествам великим? Наконец, разве мог не знать астроном, что в Риме, в этом латинском пантеоне Агриппы, похоронен Регiomонтан, умерший там на сороковом году, — один говорили — от чумы, другие — от злобной мести сыновей того самого Георгия Трапезундского, который так неудачно, если не сказать недобросовестно, переводил Птолемея.

Итак, Коперник в Риме; и тот же ученик его, Регик, сообщает, что здесь в 1500 г., «будучи приблизительно двадцати семи лет от роду, мой учитель читал математику перед широкой аудиторией студентов и перед множеством замечательных людей, знатоков в этой науке». Однако это маловероятно: молодой человек, не имевший никакого диплома, едва ли мог читать открытый курс в папской столице.

В том же 1500 г. кончался трехлетний отпуск Коперника от его капитулы; и в 1501 г. он появляется в Фромборке вместе с братом (который к тому времени тоже был уже фромборкским каноником и в свое время присоединился к Николаю в Болонье); однако появляется они не надолго и, как это ни странно, с тем, чтобы просить о новом отпуске для завершения образования. Над такой просьбой члены капитулы должны были задуматься: не слишком ли долгий отпуск для учения каноников, даже если они и племянники епископа? Однако Николай Коперник заверяет, что теперь он будет изучать медицину, с тем чтобы потом врачевать и самого епископа, и каноников, и их домохозяев. Отпуск дает-



ся; Коперник уезжает, и в 1503 г., тридцати лет от роду, он снова за Альпами, на этот раз в Падуе, как слушатель университета, в котором через девяносто лет раздалось с кафедры могучее слово Галилея.

Падуанский университет, или, как тогда его называли, *Gymnasium Patavinum*, был знаменит по двум направлениям: по медицине и по философии. Медицинское образование здесь в общем основывалось на трактатах знаменитого арабского врача и философа Авиценны. Курс разделялся на несколько частей; в третьей из них, например, излагались отдельные болезни, сначала «от головы до сердца», а затем «от сердца и ниже»; по этим-то мудреным трактатам Копер-

ник достиг в медицинских науках такого искусства, что впоследствии считался на родине, как говорит Гассенди, его первый биограф, «вторым Эскулапом».

Не менее существенным считалось в Падуе и преподавание философии: тут излагали и комментировали Платона и Аристотеля, последнего порой чисто схоластически, порой несколько более свободно (Помпонаци), призывая к тщательному и неограниченному изучению природы. Большое значение имел также арабский комментатор Аристотеля и его фанатический поклонник, знаменитый Аверроэс из Кордовы, про которого Данте сказал: «che il gran commentator fu» (тот, кто составил большой комментарий). Эти комментарии были тем более любопытны для астронома, что Аверроэс отрицал какое бы то ни было значение за построениями Птолемея, звал назад к Аристотелю, к той системе концентрических сфер, равномерно вращающихся вокруг Земли с различными скоростями, в различных направлениях и под разными углами, с помощью которой философы школы Аристотеля считали возможным воспроизвести, или, как тогда говорили, «спасти», видимые движения планет. О великих трудностях, которые отсюда возникали для астрономической науки, несомненно слышал Коперник, когда был падуанским студентом. Кстати сказать, еще на долгие десятилетия Падуя оставалась твердыней аристотелянства и аверроизма, и как раз здесь во времена Галилеи на пороге XVII в., преподавал последний аристотелянец Бартоломео Чезаре Кремонини.

Каких-либо документов, относящихся к пребыванию Коперника в Падуе, не сохранилось. Но довольно неожиданно в конце минувшего века был найден нотариальный диплом, который Коперник получил в университете города Феррары 31 мая 1503 г.; почему он избрал именно Феррару для получения докторского звания, неизвестно. Как сказано в дипломе, он выдан «юношину и ученишему мужу Николаю Копернику из Пруссии, капеллану Вармийскому и схоластику при церкви св. Креста в Вратиславе, который обучался в Болонье и Падуе и утверждается в каноническом праве, при отсутствии чьих-либо возражений, и возводится в докторскую степень».

После этого утверждения Коперник оставался в Падуе еще два или три года (хотя срок второго отпуска кончился в 1503 г.), и только через девять лет после первого отбытия в Италию он возвращается в родные земли. За долгое

пребывание за Альпами Коперник овладел, как мы видим, различными методами теоретической и практической науки: от церковный законник, он астроном, он медик, в известной мере и философ; он гуманист, ему не чужды изобразительное искусство; по словам Гассенди, он даже написал, глядя в зеркало, свой портрет²; так осуществляет он тот идеал многогранно образованной личности, который столь характерен для культуры Возрождения. К тому же он достигает всего этого как раз в те годы, когда самое познание мира, и прежде всего познание Земли, начинает столь быстро и значительно расширяться; одно за другим приходят известия об удивительных открытиях мореплавателей. И вследствие Коперник мог вернуться к воспоминаниям краковских и итальянских лет, говоря в своей книге об антиподах, что вопрос о них станет еще ясней, «если... прибавить сюда еще острова, которые в наше время открыты под владычеством Испании и Португалии, и прежде всего Азорику, которую называют так по имени открывшего ее капитана корабля и которую по ее величине принимают за вторую материк».

Так, когда Коперник заканчивает долготелое воспитание разнообразных культур, мир уже не тот, или уже не совсем тот, каким он представлялся в те годы, когда Коперник в Кракове начинал слушать Брудзевского.

3. ЛЮДИ И ПРОБЛЕМЫ

Было бы чрезвычайно важно выделить на этом общем фоне фигуры тех итальянских ученых астрономов, с которыми Коперник мог быть в контакте и в дружбе, и также осветить вопросы, которые в то время могли особенно остро волновать людей науки. По первой теме, к сожалению, известно очень немного. Позднее упоминается Доменико Марини в Болонье. Коперник был действительно близок в Падуе к молодому преподавателю логики Фракастору (родился в 1483 г.); возможно, что они оба дискутировали здесь трудности гелиоцентрической системы и значение критики Аверроэса. Но Фракастору оставил Падую через два-три года после Коперника, а через 30 лет выступил с большим астрономическим сочинением «Hypocentrica»; оно появилось за пять лет до книги Коперника; оба эти сочинения посвящены папе Павлу III; однако в истории астрономии книга Фракастора есть анти-

ронизм; здесь делается снова (но зато и в последний раз) попытка «спасти» систему мира с помощью аристотелевых сфер, о которых мы только что говорили. В общем это был очень сложный планетарий, явно нереальный и, разумеется, не имеющий ничего общего с будущей доктриной Коперника. Другой итальянец, Челсио Кальканьяни, в молодости был профессором в Ферраре, а затем продолжительное время путешествовал с дипломатическими миссиями в Германии и Польше; в 1518 г., когда Коперник уже жил во Фромборке, он провел продолжительное время в Кракове. Успелши ли он здесь что-либо о фромборском канонике, которого он мог знать по Ферраре? Встретились ли они? Во всяком случае, когда в 1525 г. Кальканьяни написал небольшую работу под названием «О том, что небо неподвижно, а Земля вращается, или о вечном движении Земли», он ее начал с утверждения, что вовсе не все небо со звездами и планетами с невероятной скоростью вращается вокруг Земли в течение суток, но вращается Земля; после чего начинается довольно слабая аргументация в защиту этого тезиса. Работа Кальканьяни была опубликована после смерти как ее автора, так и Коперника (1544).

Кроме двух этих личностей, никакие непосредственные связи Коперника с итальянской наукой неизвестны; во всяком случае, ни в Италии, ни ранее в Польше он не встретился ни с кем, кто обладал бы уже элементами гелиоцентрической системы.

Что касается тех общих вопросов, которые могли обсуждаться в итальянских университетах в те годы, когда Коперник учился в их стенах, то здесь уже можно довольно определенно указать две темы: вопрос о реформе церковного календаря и проблемы общей значимости методов и результатов астрономической науки.

Календарная наука была специфической дисциплиной, усвоенной римской церковью от учейшей и древнейшей церкви — александрийской; ее задачей было назначение передвижных церковных праздников в общем соответствии с астрономическими явлениями, равноденствиями и фазами Луны. Эта наука была полна таинственных «опакт» и «скачков Луны» (*saltus lunae*), которые служили для определения дней весенних полнолуний. Но эти инструменты уже заметно приунылись. Самое равноденствие, которому издревле была назначена дата 21 марта, теперь, к XVI в., сдвинулось на 11 марта, так что десять дней уже перешли

из зимы в весну. Об этом знал кое-кто и Данте, так как устами одного из своих героев он вещал о событиях, которые произойдут, «прижде чем январь выйдет из зимы, из-за той сотой доли дня, которой там, внизу (на Земле), пребывают»². С Луной дело обстояло еще хуже, и это положение мешало католическая церковь считала нетерпимым. Но реформа календаря требовала улучшения теорий движения Луны и Солнца; она была явно не по силам рядовому астроному или клирику. Но вот все заговорили о Региомонтале, об его «Алманахе на 32 года» (1475—1506), который оказался, кстати сказать, мощным оружием в руках испанских и португальских капитанов. Папа Сикст IV вызывает Региомонтана в Рим, возводит его в сан епископа Регенсбургского и поручает ему всю календарную реформу; но Региомонтан трагически умирает, и реформа откладывается на несколько десятилетий. Затем около 1515 г., во время Латеранского собора, была образована особая комиссия по реформе календаря; теперь она запрашивает уже нашего каноника из далекого Фромборка. Однако Коперник не считает еще возможным дать какой-либо ответ; во последствии, в посвящении своей книги папе Павлу III, по этому поводу он скажет:

«Еще не так давно, когда при Льве X на Латеранском соборе рассматривался вопрос об исправлении церковного календаря, он только потому не получил решения, что продолжительность года и месяца, а также движения Солнца и Луны считались недостаточно точно определенными. Будучи запрошен тогда знаменитым Павлом, епископом Фосомбронским, который стоял во главе этого дела, я с тех пор прилагал усилия к тому, чтобы внимательнейшим образом исследовать эти вопросы».

Однако теория солнечного года непосредственно соприкасается с некоторыми более общими проблемами, о которых мы сейчас узнаем и решение которых составляет самую основу коперниканской доктрины; поэтому вопросы календарной реформы подводили к задачам, отнюдь не маловажным.

Другая и более обширная тема касалась вопроса о самом значении методов астрономической науки. С древнейших времен астрономы изучают движения небесных тел; они наблюдают те сложные и странные пути, которые планеты описывают на небосклоне, они видят, как планеты движутся среди звезд то в одну сторону, то — после остановки —

и другую как они завязывая узлы на небесной сфере. И астрономы знают также, ибо этому их учили и Платон, и Аристотель, что небесные тела совершенны в своей природе, а следовательно, им приличествует только самое совершенное из всех движений, именно, движение равномерное и круговое. И вот все астрономы, даже те, которых сам Птолемей называет древними, были согласны с тем, что мироздание замыкается в систему сфер, в их общем центре, в центре Мира, покуда Земля, ее окружают оседловатые сферы Луны, Меркурия, Венеры, Солнца, Марса, Юпитера и Сатурна и, наконец, последняя, восьмая сфера — чистая сфера звездных звезд. Что находилось за ней об этом вопрос не ставился по Аристотелю, вне неба нет ни места, ни пустоты, и времени, следовательно, там нет и движения. Но ближе к Земле, внутри восьмой сферы, а именно последовательности происходят движения планет, и астроному надлежало, опираясь на догму равномерных и круговых движений, воссоздать все многообразие наблюдаемых путей планет.

Астрономия Птолемея, замыкая длинный путь развития греческой науки, достигала этого при помощи двух главных круговых движений: для каждой планеты система несущего круга, или круга деферента, и круга эпицикла. Однако здесь обнаружилось, что каждая такая задача допускает еще второе решение, аналогичное первому и даже еще одинаковому с ним математическое и кинематическое, но кардинально другое и планеты (так называемая система эксцентрических кругов Птолемея) и несколько усложнил эти два системы, так как в них уже движущиеся по эксцентрическим кругам он приходил ко всей этой сложной методике о двух остоородах. «Невозможно, если по крайней мере очень трудно, указать, как вывести основы первых начал (так противимся), и не должно уподобляться множеству вводимых начал кругов, если существует наблюдаемое естественное и в движении сфер, и в природе, ем не может, так как сфера — совершенная, и круговая». В третьем месте, приступая к последнему, и самому трудному для древних разделу — теории планет — Птолемей высказался следующим образом: «Пустое возмущение против этих принципов, но их трудно усвоить, и из-за множества способов, которыми мы пользуемся. Ибо какое сравнение можно сделать между земным и небесным и как можно при-

мерами можно было бы отобразить вещи столь различны? И подлежит применению в небесных движениях, на которых это возможно, гиголези простейшие не могли их постигнуть, но, нужно и выкинуть другие, более подходящие».

Так, пользуясь этой формальной свободой в выборе геометрических моделей движений и не останавливаясь особенно на философской стороне вопроса, Клавдий Птолемей во II в. н. э. дал ту систему древней астрономии, которая и теперь по своей тонкости и многообразию охватываемых вопросов не перестает вызывать изумление. Однако философская мысль греков всем этим не удовлетворялась: что представляют собой, с точки зрения действительного познания мира, наблюдаемые сложные движения планет и что означают эксцентры и эпициклы, которые вводит астроном?

В ответах на эти вопросы наместились два течения. В одном из них (Прокл) утверждалось, что наблюдаемое, воспринимаемое человеком сложное движение и есть самая первичность, самая реальность вещей астрономии, которые подходят к изучению этих движений, постулируя их равномерность, фактически игнорируют, что они в действительности неравномерны и сложны; что же касается всех этих кругов, эксцентров и эпициклов, то они, во всяком случае, существуют только в мысли человека, это он здесь подменяет, чтобы «спасти» явления, движения тел природы на математические образцы и построения.

Другое направление (Симплиций) шло дальше, здесь утверждали, что не только за экватором или за экватором нельзя признать никакой реальности, но что более того: те сложные движения планет, которые изучает наблюдатель, сами являются только некоторой видимостью, отображающей непознанную человеком реальность.

Так близка была в поисках последней сущности мысль позднейших греческих философствующих комментаторов Птолемея (IV—VI вв.), и легко видеть, действительно, что она и не могла бы не найти выхода из этих затруднений. Те же вопросы не потеряли своей остроты и в средние века и в эпоху Ренессанса, тогда было известно, что арабские философы, как мы уже упоминали, призывали вообще к отказу от системы Птолемея, хотя они не были в состоянии построить какую-либо иную систему, столь же удовлетворительную в отношении предвидения движения небесных светил, как система Птолемея. Позднее Ретик, тот самый ученик Киприана, о котором мы уже говорили, цитировал следующую

щий тезис Аверроэса «Астрономия Птолемея ничтожно, а в отношении существующего, то она удобна, чтобы вычислять то, чего не существует». В том же направлении, хотя и с несколько иных позиций рассуждал и знаменитый иудейский мыслитель Рабби бен Маймон (Маймонид из Кордовы): «Посмотри, как все это темно,— писал он в своем «Путеводителе заблудших». Если истинно все то, что утверждает Аристотель в науке физической, то ни эксцентров, ни эпициклов существовать не может, и все обращается во круг Земли, то откуда же тогда появляются эти сложные движения планет?»

Среди всех этих сомнений одно явление представляло особенно большие трудности, ввиду своей большой ее важности для дальнейшего его нам — надлежит объяснить его хотя бы в немногих словах. Мы наблюдаем звезды, например яркие звезды зодиакального пояса, и можем измерять их небесной сфере их угловые расстояния одна от другой. Невозможно определить положения всех этих звезд по отношению к какой-либо точке, не относящейся к системе звезд. То изумительное чутье в астрономии, которым обладали греки, подсказало им, что такую точку на небе найти можно — что удобнее всего взять для этого точку весеннего равноденствия, ту самую, которую Солнце проходит в своем вращении вокруг Земли в тот момент, когда день по всей Земле равен ночи. Определить этот момент равноденствия не трудно, и у греков имелись для этого особые инструменты. Если теперь в тот же момент мы сможем бы определить расстояния звезд от Солнца, то тем самым было бы определено и ее расстояние от точки равноденствия. Как это сделать, — вопрос особый, но греки разделили с большей или меньшей степенью точности. Такие определения можно повторять раз в год, греки же астрономы занимались этим вопросом в течение столетий, и при этом о (в сущности, великий Гиппарх) утверждал, что расстояние звезд от точки весеннего равноденствия остаются постоянными, а возрастают, хотя и очень медленно.

Птолемей окончательно утвердил это явление, причем стало очевидным, что оно происходит так, как если бы вся звездная сфера медленно вращалась вокруг центра Земли, ось которой тогда была бы направлена к северному полюсу эклиптики. Это и есть то явление, которое мы назвали прецессией, — явление, которое в средние века именовалось «вращением звездного неба».

Птолемей, очень медленным Птолемеем несколько) ошибочно определил его скорость в 1° в столетие, т. е. полный оборот восьмой сферы в 36 000 лет. Очевидно, и об этом было известно. Да и то, что он говорит: «Прежде чем пройдет тысяча лет! Но перед тем, как это кончится, чем одоо много же она сработает с движением той сферы, которая всех медленнее вращается в небе». Движение восьмой сферы дало некому точный точный образ, но для философирующего астронома она уже становилась подобной для изумительную загадку. Отсюда и начинается восьмая сфера?

По Аристотелю, движение передавалось сферой от наружных к внутренним от периферии к центру, значит, что восьмой сферой надо было предположить еще одну, движущуюся, которая некоторым образом передавала бы движение восьмой, эту девятую сферу истинно о вела предположили астрономы от арабов о вала во, и ята в знам, итх Афинонских таблицах XIII в. Потом арабские астрономы, обладавшие особой страстью к основе слабых и недостаточных наблюдений создавать сложные теории и системы, стали считать, что восьмая сфера движется равномерно, что она и течение тысячелетий может даже на протяжении своего вращения. Тогда приходилось измышлять и десятую, пожалуй, и одиннадцатую сферу, чтобы найти, как тогда думали, физическое объяснение движению восьмой. Средневековая мысль построила все эти своеобразные модели, как же Птолемей, разумеется, этим она только утверждала исходную систему, но тем называл ее основным вопросом астрономии об излучении, и в сущности тогда вращение восьмой сферы или общая теория движения планет. Везде она излучается в сущности, а ее решение труднее. Ничего из этого объяснить не удалось, и все эти схемы едва ли больше чем одно видение, гипотеза.

Существует ли вообще выход из этой табулированной путаницы?

4 ФРОМВЕРСКИЙ КАНОНИК

Может быть, если бы кто-нибудь из этих философов или астрономов ответил на все эти вопросы, то этот ответ Каноник Фромверс в Варини бы очень скоро и к тому же разложил все усилия,

чтобы возможно дольше скрывать его от людей. Как уже упоминалось, он вернулся из Италии в 1506—1507 гг. Все остальные 37 лет жизни он редко и ненадолго выезжал из пределов Вармийского диоцеза. Жизнь его теперь теснейшим образом переплетается с тяжелыми судьбами края, описывать же ее здесь подробно отнюдь не наша задача. Отметим лишь, что из-за пятидесяти лет он живет в самом Фромборке, а у старящегося и болеющего теперь епископа в его замке в Лидзбарке (Гейльсберге) в качестве домашнего врача, а также и спутника его поездок — на пример, на польские сеймы в 1508 г. в Кракове и в 1509 г. в Петрове. В этом же году в Кракове выходит из печати первое произведение Коперника — как ни удивительно, оно относится к астрономии и не к математике, а к философии: это перевод с греческого на латынь писем византийского философа, христианского историкографа Феодорита Симикаского (VI в.). Все письма разделены по трояким: в каждом из них одно бытоисторическое, одно нравственное и одно любовное. Все они изумительны, мы бы сказали, только своей наивностью. Почему Коперник решился выполнить и издать их перевод, посвятив его все тому же епископу, не очень ясно. Можно думать, что эта книга была одной из тех, о которых он изучал греческий язык в Болонье.

После смерти епископа Вацлава (1512) Коперник переезжает, наконец, в самый Фромборк — здесь занимает помещение в одном из башен с башней, где и до сих пор показывает одну из них «коперниковой башней» (ска и сорит, скай). Проходит несколько столетий лет, и в 1516 г. он избирается администратором коммунальных владений канцелярии в городе Ольбштае (Альбштейне), сюда он и переезжает на 3—4 года, откуда, как раз в эти годы, политическая атмосфера в Вармии накаляется: войска Ордена дрыкаются и вармийские земли, война между ними и Польшей назревала, она вспыхивает в 1519 г. и несет страшные отчуждения в Вармийскую Бишопство, заволаковывает Коперника — засажает в Данциг, где и в 1520 г., когда Коперник снова во Фромборке, войска Ордена подступают к Фромборку, и тогда же к собору. Эти тяжелые дни и смелые отцы божьих людей, а с января 1521 г., когда между Польшей и Орденом заключается перемирие на 4 года. Но в это время церковно-политическая жизнь края еще более осложняется: когда новый магистр Ордена

Андреас Брандебургский (кстати, из мятежников, из «апокалипсиче» о союзу «Литеры и Литературы» и протестантскую веру, обращает в лютеранство и сам. Восточную Пруссию он получает, а затем от короля в ленное владение, а уже как епископ, а не архиепископ (князь) Вармийский епархия к новому своему владыке и переходит.

Среди всех этих волнений и бедствий Коперник, насколько это в силах, чертит пальцем в небо, становится епископом. Религиозная деятельность его ограничена, в чем он и более других ценит, как математик. Так он составляет обширный записку о чужбине, о русской миссии, где старается вникнуть в будничные вопросы, о латинском языке, о состоянии материального состояния всемирной церкви. Эту записку, как предполагается, он писал в последние дни жизни.

Питом и стариком, когда он достиг 60-ти лет, административные интересы замораживают, остаются только еще нравственные, им он занимается до последних лет жизни, известны случаи, когда его вынуждают, а Фромборка для оказания помощи высоким оставленным больным, а также о изложении всех этих фактов (отребованы) в докладном рассказе, однако о том, что в Фромборке, а также в других местах, находились ли Коперник в контакте с людьми современной ему науки, с астрономами, о которых мы знаем, сторону Альпы, мы не знаем.

Между тем, именно в эти годы зреет то великое произведение, про которое сам он говорит, что «закончил» в тридцать девять, а скорее сорокачетыре, а затем ясно, что мысль о новой астрономии зародилась у него уже в ранние и превратилась в законченную систему в башне Фромборкского собора. Однако каким-то непонятным нам путем, связанным с тем, что где-то в далекой Вармии, творится новая наука, проникает далеко за пределы диоцеза, так, мы уже упомянули, что в 1517 г. Коперника задерживают из Рима по поводу календарной реформы. Затем до нас дошло и единственное его письмо астрономического содержания — 1544-го. Описание Коперника к Бернару Вагсону, с другой со времени краковской студийства, а теперь каноником Краковской собора, секретарю канонического, Вагсону, а также перед тем прислал ему список сочинения некоего математика Ипполита Верриуса Нидерберга, Верриус в 1527 г. составил «большой трактат» о движении восточной сферы, Валерий, он писал, а стоял, а также, что даже секретарь польского короля

счел нужным издать мнение своего старинного друга об этой работе. Ответом послужило Коперника (так называемое «Письмо против Виггера» касается в сущности лишь хронологической главы трактата) и Верса, в которой Коперник скрывает с библейскими текстами содержание вопроса. Коперник здесь не высказывает, говоря в заключение: «Каково же, в конце концов мое собственное мнение о движении восьмой сферы? Поскольку я предпологаю изложить мои взгляды в другом месте, я считаю ненужным и несвоевременным развешивать мое собственное дальнейшее».

К той же группе (1523—1530) относится небольшое издание Коперника под названием «Nicolaus Copernici De Revolutionibus aethyricis, coelestium a se constutis Commentariolus» (т. е. «Малый комментарий Коперника о гипотезах, относящихся к небесным движениям»). Значение этого трактата в общем развитии гелиоцентрической системы Коперника огромно, все, что здесь сказано кратко, появится со значительными развитиями в некоторых вариантах в книге «Об обращениях небесных сфер»; здесь же можно найти и основные философские предпосылки всей коперниканской доктрины. Существуют две рукописи этого «Малого комментария», одна из них найдена в 1878 г. в Вене, другая — в 1881 г. в библиотеке Стокгольмской обсерватории, имеются также указания на существование еще одного списка до сих пор не открытого.

Через этот же «Малый комментарий» или как-либо иначе, но молва об удивительном слове учения ширится в Европе, тому, орудуя служат всевозможные записки, найденная на одной греческой рукописи из Мюнхенской библиотеки, содержащая ее название. Этот манускрипт подарил мне в Риме в 1833 г. та в Клемент VII после того как я в присутствии названного папы трех сановников церкви объяснил ему в садах Ватикана учение Коперника о движении Земли (подпись Иоганн Альберт Вальмштедт, по приказу Ю. Дукерн Я, святейшего отца нашего секретаря и домочадца).

Проходит еще семь лет, и в 1540 г. учение Коперника впервые оглашается в печати. В Ланге появляется небольшая книжка под названием (мы здесь называем ее «О кротах обращения небесных сфер» Николая Коперника, первое повествование), составленная неким юношей, изучавшим математику. Весьма скоро легко обнаружилось, что этот юноша был 26-летний Иоганн Ретик, отличный

математик (оставивший заметный след в истории развития тригонометрии), на 23-м году он получил профессуру в Виттенберге, отсюда, из этого центра протестантизма, усиленно проповедуя учение, мы с большим энтузиазмом отправляемся в Вармизу, где еще так недавно обличали «Mantel gegen die Ketzererei», т. е. манифест против лютера и его ересей. Здесь он встречается с 66-летним старцем, которого вполне можно будет называть слагачом, как Dominicus Doctor Presser — тот господин учитель и ставленник.

У Коперника в это время уже совершаются последние большие трактаты, в течение почти двух лет Ретик изучает его под руководством Коперника в Фромборке. Результатом этих работ и является названная книжка, составленная в виде послания к вюртембергскому математику Шюцеру, она написана в изысканном стиле гуманистов, и хотя имеет множество опечаток и греческих и латинских авторов, так или иначе, она содержит полное и правильное изложение всей коперниканской доктрины. Чрезвычайно интересно во многих местах, где учение Коперника соображается с мнением учителя и сколько резко и ясно высказываются эти взгляды. Тот сам Иоганн Ретик в 1541 г. возвращается обратно в Виттенберг, здесь в 1542 г. издает часть трактата Коперника, именно ту, которая относится к тригонометрии. Заглавие этой книги: «О сторонах и углах как плоских так сферических треугольников, сочинение ученическое и толкование как для понимания многих доказательств Птолемея так и для других целей, составленное знаменитым учеником Николаем Коперником из Торуня». В предисловии Ретик доказывает приоритет Коперника в показателе теоретического теореме сферического треугольника, несколько ранее опубликованная посмертно издании труда Региомонтана.

Первое повествование Ретика имеет большой успех, уже через год оно переиздается, а затем раз по его имени, в Базеле, теперь широко астрономические круги знакомы с новой доктриной Тау, в 1542 г. Эразм Рейхольд, серьезный виттенбергский астроном, в своем коммариариях на упомянутые нами «Новые теории» Юрбача писал: «Я слышу о свершенном учении, заключающемся в изложении, оно во всем возбуждает торжественные чувства, что оно возродит астрономию, уже вавилонскими жрецами похищенную труд перхеном спускающимся».

При этих условиях для Коперника становится ясно, что дальнейшее скрывать от людей труд своей жизни уже

не имеет смысла, а тогда в 69-м году, о., передает рукопись своему перу и старшему другу Тидеману Гизе. Этому человеку (в то время епископу Хельмскому (Кульмскому) — а именно так ранее канонику Фромборского собора, в капитуле которого он состоял — в течение с Коперником будучи в то же время секретарем кортля (судского) в истории астрономии принадлежат немалая заслуга, именно он, быть может, при участии Ретика, убедил Коперника открыть свою доктрину миру, то это удалось ему не сразу, даже и тогда еще Коперник испытывал колебания и сомнения, с которых весьма интересно повествует Ретик.

«Так как мой господин учитель наставник был по природе общителен и видел, что ученый мир нуждается в улучшенных разъяснениях небесных светил, он охотно согласился на предложение его друга, почтенного премата [Тидемана, а Гизе! он обещал, что составит астрономические таблицы, основанные на новых правилах, так что, если труд имеет какую-либо ценность, он не намерен скрывать его от мира. Однако ему уже давно было очевидно, что наблюдения сами по себе требовали таких таблиц, которые опирались бы на все принятые до сих пор положения, касающиеся порядка и движения сфер, и которые считались истинными, к тому же эти [наблюдения] требуют введения постулатов, противоречащих непосредственному чувственному [восприятию], поэтому мой наставник, решив, что он будет поправлять Ульфонискиным таблицам и составит таблицы с точными правилами пользования, но без доказательств. Таким путем же не вызовет спора среди философов, любой математик получит возможность правил, вычислять [небесные] движения по истинным учениям, на которого [Коперник] взглянул, удивляющийся благосильным взором, тот из приведенных чисел дойдет до тех источников и до тех основ, из которых все выведено. Рядовой астроном не будет лишиться возможности пользоваться таблицами, которых он ищет и жаждал, независимо от какой бы то ни было теории к тому же будет объяснено и правило ифигорейцев, согласно которому, как бы философия не следовала нагнетать так, чтобы ее глубокое тайны были сохранены лишь для знатоков, следовательно, для математиков».

Таковы были, согласно Ретику, удивительные и многообразные тоны Коперника против опубликования его трактата в целом, но Тидеман Гизе разбил и эти соображе-

ния своего великого друга и как говорил Ретик — «только от него обещание дать возможность ученым и всему обществу судить о его трудах».

Так произошло, наконец, что рукопись, или, лучше сказать, одна из рукописей книги⁴ была получена Гизе от Коперника и направлена им для печати к Ретику в Нюрнберг, здесь в мае 1543 г. появилось это бессмертное произведение человеческого ума под длинным и витиеватым заглавием «Николая Коперника Торунского

Об обращениях небесных сфер шестая книга.

Мы найдем, прилежный читатель, в этом недавно законченном и в данном труде движения звезд и планет, представления на основании как древних, так и современных наблюдений, развитые на новых и удивительных теориях. К тому же ты имеешь возможность с таблицами, по которым ты можешь удобным образом вычислять их на любое время. Поэтому, усердный читатель, покупай, читай и извлекай пользу.

Да не входит никто, не знающий математики»?

В том же месяце, получив печатные листы своего труда, старый каноник умирает во Фромборке.

5. КОПЕРНИКАНСКАЯ ИСТИНА

В чем же состоит глубокая сущность освобождающей мысли Коперника, столь остро поразившая ученый мир при появлении его книги?

Новая истина этого учения базируется на двух принципах, которые можно определить так:

Первое, и притом почти до конца проведенное, применение начала относительности к изучению всех воспринимаемых нами движений.

Требования соответствия астрономических теорий природе вещей как единственный критерий истинности этих теорий.

С максимальной отчетливостью высказан Коперником первый из указанных тезисов⁵.

«Всякое воспринимаемое изменение положения, говорит он, — происходит вследствие движения либо наблюдаемого предмета, либо наблюдателя, либо вследствие движения того и другого, если, конечно, они различны между собой, ибо когда наблюдаемый предмет и наблюдатель дви-

жутся о, а мы вьм, образом в этом направлении, то не замечается никакого движения между наблюдаемым предметом и наблюдателем».

Но человек наблюдает с Земли, поэтому, если Земле присуще какое-либо движение, то для того, кто находится вне ее, будет происходить и для земного наблюдателя движение с той же скоростью, но в обратном направлении.

Этот принцип в истории астрономических учений является новым понятием относительного движения было совершенно чуждо и астрономам, и физикам древних.

Коперник применяет свое кинематическое открытие прежде всего к иному случаю вращению небесного свода («Почему же различать, говорит он, что небу принадлежит только видимость сущего его обращения, действительность же его — самой Земле, так что здесь происходит то, о чем сказал в «Эпиграме» Вергилия «От гавани мы отплываем, а земли и села от нас убегают? Ибо, когда корабль движется спокойно, то все, что находится в его пределах, движется мирно, как если бы все это двигалось по подобию корабля, самих же себя и все, что при них, они, напротив, считают покоящимся»).

При этом Коперник, утверждая сущность вращение небесного свода, опирается на некоторые древние авторитеты, на диффореций Гераклита, Эфанта и Гикетаса, о которых он читает у (своего) Платона и Цицерона. Однако здесь не следует упускать из виду, что и сам Птолемей на первых же страницах «Альмагеста» сообщает, что многие философы высказывали тезис о неподвижности неба и о вращении Земли, и тут Птолемей добавляет: «При весьма большой простоте такого построения, поскольку речь идет о явлениях звездного неба, ему лучше не прибегать». Однако Птолемей отвергает это допущение (называя его смешным) и приводит ряд физических доводов, которые по своей естественности отнюдь не стоят на уровне других его рассуждений, характерно, что с точки зрения астрономического, не может прийти здесь никаких возражений. Почему-то так или иначе Коперник не слышится, но так или иначе мыслит о вращении Земли действительно подсказывалась ему с глубокой толпой древней культуры, и вообще вращение Земли было как бы самым простым и очевидным применением сего нового принципа (вспомним, что и том же размышлял и Челси Кальканнини).

Существенно сложное обстоятельство со вторым, годичным движением Земли. Правда, здесь Коперник имел в древности изумительного предшественника в лице математика и астронома Аристарха Самосского (III в. до н. э.), о теории которого повествует Архимед в том глубоком сочинении, которое носит название «Изчисление песчинок» («Псаммит») — Аристарх, — сообщает Архимед, — полагает, что звезды и Солнце неподвижны, и что Земля вращается вокруг центра по кругу, лежащему посредине пути, при этом сфера звезд, у которой общий центр с Солнцем, имеет такое разделение, что окружность, по которой, как он предполагает, движется Земля, так относится к расстоянию до неподвижных звезд, как центр сферы относится к поверхности той же сферы.

Такова гениальная догадка Аристарха, не получившая никакого развития в системе древних, но послужившая основанием к преследованию Аристарха как оскорбление богов. Весьма удивительно, что Птолемей упоминает об Аристархе только в связи с его наблюдением солнечного затмения 281 г. до н. э., но совершенно умалчивает об его гениальной теоретической доктрине.

Аристарха Самосского можно считать как бы непосредственным предшественником Коперника, или «коперниканцем древности». Однако не подлежит сомнению, что сам Коперник смотрел на это дело иначе. «Пусть никто не думает, — пишет он в «Малом комментарии», что я произвольно допускаю вместе с диффорециями движение Земли, в моем же изложении [теории] сфер, будут найдены строгие доказательства, ибо основные доводы, которыми философы стремились установить неподвижность Земли, по большей части основаны на кажущемся, но именно такие доводы здесь отпадают, поскольку я рассматриваю неподвижность Земли как одну только видимость».

В чем же состоят строгие доказательства Коперника? Система планетных движений была описана Птолемеем в ряде геометрических и кинематических построений, причем за неподвижный центр всех этих движений принималась Земля. Но если продумать птолемееву систему в целом, то она как оказывается, обнаруживает ряд особенностей, или «аномалий», которые в ней непонятны, необъяснимы — как бы совершенно случайны. Так, эта система не дает никакого обоснования тому странному обстоятельству, что Марс, Юпитер и Сатурн оказываются всего ближе к Земле (в переносных их энциклопов) тогда и только тогда, когда

да они приходят в противность с Солнцем, т. е. восходят вечером и заходят поутру. Или еще больше того: почему в системе Птолемея радиусы векторы, приведенные из центров эпициклов к этим трем планетам, всегда параллельны между собой и вместе с тем параллельны (как это подробно доказывает Птолемей) направлению от Земли к Солнцу? Почему эпицикл Марса огромный, эпицикл Юпитера меньше, эпицикл Сатурна еще меньше? Почему центры эпициклов Меркурия и Венеры лежат всегда на одной прямой, соединяющей глаз наблюдателя с Солнцем, а времена обращений центров этих эпициклов вокруг Земли как раз равны одному году? Почему, наконец, и это самое резкое отличие Солнца, Луны и системы Птолемея от других планетных движений? Таких же, какие наблюдаются у планет?

Столетие за столетие поколения астрономов изучали, комментировали, преподавали систему Птолемея, но никто из них никогда не останавливался на всех этих загадках, и ни у кого до Коперника не зародилась мысль о том, что все эти явления не случайны, а происходят от какой-то особенности в общих установках птолемеевской доктрины. Именно эту особенность Коперник вскрывает теперь своим ясным и глубоким взором, и, доказывая, что период обращения может быть совершенно произвольным, или же в порядке, в каком их располагали древние (мы говорим о том выше), нужно обязательно переставить местами Землю и Солнце. Иными словами, на Земле видимое годичное движение Солнца и что при этом все явления, зависящие от годичного круга Солнца, поскольку не изменяются для земного наблюдателя, это с необходимостью следует из того, что и для Коперника, так же как для Аристарха и Птолемея, сфера звездных движений, на которую проектируются все движения, бесконечно велика по сравнению с расстоянием от Солнца и Земли. Но если признать, что истинное годичное движение принадлежит не Солнцу, а Земле, то целый ряд движений на схеме Птолемея только кажущихся, отражающие движение Земли по ее орбите (по ее году) по отношению к Солнцу, как ее погоня по называет Коперник, чтоб подчеркнуть эти не его размер, а его значение для новой науки. Именно тут уже падает изображение в эпициклах Марса, Юпитера и Сатурна и в дифференциал Меркурия и Венеры. Все это высказано в двух глутатах «Малого комментария» иными:

«... что так представляется как движение планет, происходящее от движения их, а от движения Земли и ее обращения с которой мы обращаемся вокруг Солнца, как и любая другая планета. Так Земля имеет больше чем одно движение».

Видимые простые и понятные движения планет происходят из сложнейших движений, но движения Земли. Таким образом, одно движение Земли достаточно для объяснения столь многих видимых неравенств на небе».

Оба эти постулата резюмируют сущность того, что мы читали бы теперь совершенно иным обращением галлеевского планетного механизма. Никто так ясно не усвоил сущности обращения в ближайшие после Коперника десятилетия, как Кеплер в его «Mysterium cosmographicum» (1596). В двух превосходных диаграммах Кеплер показывает, что эпициклы Марса, Юпитера и Сатурна видны с Земли как раз под теми углами, под которыми орбита Земли усматривается из точек, лежащих на субитах каждой из этих планет: именно поэтому так огромны эпициклы Марса, эпицикл Юпитера меньше, эпицикл Сатурна еще меньше, и вообще, все те загадочные вопросы, к которым, как мы видели выше, безнадёжно отчаивались Птолемей, теперь немедленно получают простое объяснение.

Но если в современное изложение все то, что здесь мы считаем Коперник, есть решение простой математической задачи, именно: обращение движения системы точек и отнесения его к новому центру, то пожалуй даже трудно представить себе ту смелость мысли, то дерзновение, которое требовалось в XVI столетии, чтобы, вопреки многовековой традиции и непосредственному чувственному восприятию преобразовать всю систему птолемеевых вращений, отказавшись при этом от неподвижности Земли. Действие мысли равно было Ретик, когда изгибом для своего «Первого постановления» опирался греческий стих: «Надлежит быть свободным мысленно тому, кто желает достичь мудрости». Именем эта всякая свобода в применении начала относительности дает грандиозные результаты не только со стороны Птолемея снимаемых, как лишние, многочисленные явления, но и впервые за всю историю человеческой мысли оказывается возможным определить расстояния всех планет от Солнца, принимая за нуль размер orbis magni, или достигая гармонизации не только движений, но и расстояний (в которых Птолемей вообще даже не знал,

человек, который в разное время эпохи (210 г. н. э.), так же как и кто-то строит в разное время здания из тех же материалов, в зависимости от того, что дает толчок к созданию каких-либо творческих работ. Как Коперник, же знает, что наблюдатели сего — никак не Птолемей, это говорит он, и поэтому я мыслю, следует отбросить в размышлении, место которого с течением времени является а, на разрыв, голубые планеты являются задержкой с, с тем из назидательной сферы. Соответствие сего явлению Коперник приводит к началу отсчета, т. е. к началу нашей эпохи, оир дешевую звезду (у Агнеси, дал от которой она и составляет равн. с, улю, и, преобразовав каталог Птолемея определяет 10 отн. величин к ней долготу а всех звезд¹. Таким путем он мыслит создать вечный звездный каталог, не связанный с равноденствием какой-либо эпохи. Однако в истории астрономии такой каталог есть не только, как музейный утилитаризм, начиная от Гиппарха и Птолемея и кончая Гринвичем с славным нашим Пачевода, все эпохи не каталоги отсчитывая, исключительно с равноденствиями эпох наблюдений, этим не только осуществляется до конца то начало относительности, которое в последнем случае же Коперником, то и обеспечивается абсолютности, почти в восточных проб. и к той системе отсчета которую Коперник считал тернивым, дающей в виде перемены с, сфер, земли и звездных, что и эти звезды могут быть подымаемы, в том раз,месте ни у Коперника, ни у Ретикуса а не в начале эпох звездный.

Из сказанного ясно, что принципом дублирования является не столько значение квантификатора, сколько принцип отношения между двумя принципами. Это отношение должно быть признано в той или иной мере универсальным, а не ограниченным общими установками, касающимися человеческого познания. Но затем чем аргументируется, что астроном, применяя этот принцип, найдет уже истинное, а не высказанное предложение?

Мы начинаем как философская мысль, древков бегущая из старалась выявить значащие того материала, который получается в результате астрономических наблюдений, и тех космологических образов, которые на укладываеет астроном. Для Коперника это был шаг в направлении, в котором, по мнению Планоу III, полетел, что древним астрономам не удалось достичь целостной картины всего мира, и в всех наблюдаемых явлениях Коперник говорит:

Отсюда следует, что они [древние] в ходе своих доказательств, что называется чистых, либо сущих, нечто существовавшее, либо включили нечто чуждое, постороннее правды, чего не случилось бы, если бы они руководились твердыми началами; если бы примененные ими принципы не были обманчивы, тогда несомненно подтвердилось бы все, что из них вытекало.

И глубоко знаменательные слова! Отныне дело не в том, чтобы «обойти» целую «спасательную» область, как это было у критиков. Нет, посылать в «астрономию» должен быть истинный. Иными словами существует объективная, не зависящий от человеческого вранья и плетей, козляющая интеллект должен подняться до него в положениях, истинных в их сущности, его построения должны быть адекватны явлениям и охватывать их во всей совокупности.

Ученик Коперника, Ретик, в зодиаке еще ярче подчеркивает мысль своего учителя, он пишет: «Аристотель сказал, высшей истиной обладает то, что является причиной и следствием, в свою очередь истинных. Соответственно этому мои наставники счли за нужным применять гипотезы, способные подтвердить истинность наблюдений минувших веков, которые, как мы можем надеяться, будут в будущем причиной истинности предсказаний всех астрономических явлений».

Разумеется, то, о чем здесь говорит Ретик, это лишь одна сторона дела. Правильные и чрезвычайно важные астрономические явления не есть еще окончательные доказательства истинности коперниканских доктрин, однако эти критерии имелись в наличии на позднейших этапах развития астрономии. Они-то и сообщили ученому Копернику тот характер «эмпирических истинности», который принадлежит ему первому в истории нашей науки.

Із цього випливає значення обох основних тезисів
контриканської системи.

6. У ДРЕВНИХ ИСТОКОВ

От докторов Коперника мы вернемся опять к самому человеку. Не у всех есть время читать книгу Коперника, — то занятая сью Келлер во II XVI в., но можно думать, многим из нас являлся зримый центр по отношению к которому вращались планеты. Мы не должны забывать, что Коперник был астрономом, а не философом.

на основе все той же «Знаменной книги». Но тут не случайно была признана его остро омычская и патристическая доктрина, восторженно приняты его обличительные и отчасти мажорские черты. Говорили, что он верный сын католической церкви — сам церковный отец — духовного отца. Но его и не ждали, если так можно выразиться, по другому русскому пути — убедиться в этом достаточно раскрыть его восточные знаменательные страницы, где в ярком утверждении христианской сущности мира Златоустинически доминировала сфера восточного, обрабатываемого, начиная от эллинов и кончая сферой эскимосов, таинственная витальность Маркурия. И тогда творится «чуждое» восточное, счастливо сражаясь, жадно приближаясь к Солнцу. Ибо кто в сечении раскрывает храм — бы достояние этого светителя, в место и не надо думать, чем то, из которого он может сразу освещать всю совокупность галактики. Ибо ведь уже не так естественно лавинить то катящееся море, другие души, если ныне управителем Третьего гист называется его видимым богом, Электра у Софокла всеялая личи. И так, действительно! Солнце, восседающее царственно на троне, управляет окружающим его хором светил.

[illegible]

«Известно, что лактация, в свою очередь, является важным фактором в становлении материнского поведения, способствующего развитию рассуждений, связанных с тем, что утверждает и образность Замта».

По моему мнению, это полупрезидентская форма власти, чем она отличается от парламентской и от президентской, трудно сказать.

За через 73 года после опубликования книги римская церковь объявила войну еретикам-католикам. Но Коперник этот неизбежный конфликт с церковниками не останавливает и не устрашает. Он пишет:

[illegible][illegible]

Но, несмотря на все это, Коэринь все же первая из
всех женщин, а затем и последний из мужчин. Суще-
ственно так, а не так, как в себе, потому что, да-
же если бы она была в форме, являясь наукой терпеть сво-
ею, то это значило бы, что она существовала бы в дан-
ный момент.

Нужно ли в этой системе а у Комрика, и только у него
Кен-ра Гиллен... Утиску тронут на котором

ком и кандалом фундаменте все это достиг автор
и оного выделен в книге

Но в том же историческом процессе развития знаний рас-
ставила и эта попытка, как растаял миф с таинственной пи-
фагорейской доктрины И сегодня мы чтим в книге Копер-
ника именно тот источник, из которого последующие по-
коления черпали свое убеждение в существовании объ-
ективной науки, доставляющей нам истинное познание ве-
ликой и могучей природы

ГАЛИЛЕЙ В ИСТОРИИ АСТРОНОМИИ*

*L'inflessa deliranza che mi volle nelle scienze non
mai per una grinfia di calcolo da uno solo
Galileo: l'alone e demagoguismo intorno al
passato e al futuro. L'Espresso Nazionale, V, 200*

*Авторитет основанный на личном опыте, в во-
просах науки не стоит искры разума у одного
единственного*

*Галилей: Опираясь на доказательства, отнюдь
невероятно легко обмануться*

I

Во все времена человек размышлял над строением внеш-
него мира. От глубочайшей древности он наблюдал восходы
и заходы Солнца, Луны и звезд и их суточное обращение по
небесному своду. Человек раскрыл для себя пять больших
планет и остановился перед загадкой их движений, неравно-
мерных движений по звездному небу. Он заметил, что Марс,
Юпитер, Сатурн движутся между звезд то в прямом движе-
нии с запада на восток, в ту сторону, куда смещается
Луна между звезд, то обратным движением с востока на
запад, в сторону суточного вращения неба. Что между
этими движениями Марс, Юпитер, Сатурн то несколько
дней остаются неподвижными относительно звезд, затем,
продолжая движение, движутся как бы гонимые на фоне
звездного свода. Человек заметил также, что две другие
планеты, Меркурий и Венера, в отличие от названных трех,
остаются на небе вблизи Солнца, появляясь и исчезая около
него в лучах вечерней и утренней зари. И как только че-
ловек начал осознать закономерности в происходящих яв-
лениях, он стал убеждаться в том, что все эти движения по-
вторяются с извечной правильностью, что им присуща ус-
тойчивость, которой он не знает ни в чем происходящем на

Совершенно очевидно, что схема Евдокса, Катиция и Аристотеля удовлетворяла бысленнатоной концепции, но не могла проводить явления, в самом же восприятии уже давало для чего философам. Изучить от астронома о представлении собой посылки, явления, он данатоном достаточно объяснение. Учен эти схемы имеют не малое спасти всякая точка любой из сфер всегда оставалась в одинаковом расстоянии от центра всех движений, т. е. от Земли. В эллинистический период, например, что Марс и Венера в разное время своего движения обладают совершенно различной яркостью, но видимый диаметр Луны в течение месяца изменяется в отношении 1:2. Эти явления и еще некоторые другие не они в равной мере объясняли как следствие движения расстояния этих тел от Земли. Отсюда вытекало, что объективность движения небесных тел в системе сфер не может быть своею с объяснения. Греческой астрономии приходилось искать для этого иные пути. Греческие астрономы в духе своих построениях ссылались на имена Гипатх, Гипарх, Гипотемей. В то время, что были с сферическими кругами в системе астрономов.

В том, что словах вступают в дело астрономы Греческой астрономии, например, неравенство времени года. Так, Катипия в своем труде "Астрономия" приводит, что 91 день, лето 92, а в 89 и 91 день. Этот факт очевидно не соответствовал своему равнодействию движению Солнца по эллиптической кривой вокруг Земли. Однако Гипатх Гераклея, а также Гипарх для Земли такое положение внутри другой орбиты Солнца не в ее центре, а что Земля под которыми будут находиться с Земли чистыми, что что что Солнца, должны соответствовать по расстоянию к равнодействию движению Солнца 91, лето 92, а в 89 и 90 д. Таким образом, Солнце не движется в центре кривой орбиты, греческие астрономы в то время так рассуждали, что они могли бы астрономически Гипарх признавал, что, равные и обратные движения планеты могут встретиться, воображая, что планета движется равномерно по окружности, называемой эллипсом, а в то время, как центр эллипса равномерно вращается вокруг центра мира, а другая окружность (называемая эллипсом).

Но греки были слишком близки к геометрии, чтобы не заметить тотчас же, что обе схемы неподвижного эксцентрика

и эллипса в смысле объяснения явлений — равноценны между собой. Так, например, сферическая модель движения Солнца удовлетворяла в то время, точно так же, как и обратные движения планет находили двойное объяснение, так как можно всегда изменить местами эллипс и сферу при условии перемещения на равнения одного из составляющих тел, или? Для нас теперь все это пришло к теории из той главы "Книжки", которая носит название "эллиптические механизмы". Но для греков то была открытием само по себе, ранга имевшее немаловажное теоретическое значение.

В самом деле, если ставил перед греческими астрономами и мыслителями такую проблему: если данное движение допускает двойное объяснение, то какое же из этих объяснений соответствует действительности? Если же астроном откажется сделать такой выбор, то не получится ли, что ни одно из этих объяснений не может претендовать на соответствие действительности, так что оба они окажутся только удобными фикциями для спасения явлений? Так Гипарх полагает, что две разные модели — одинаково соответствуют же природе вещей, могут совпадать между собой в смысле получаемой из них схемы составного движения и поэтому совпадают «идеально».

Напротив, Птолемей, которому принадлежат значительные «Альмагест» значительно осложняет схему эллипсов, допуская неравномерные движения центров этих окружностей по дифференциалам, дает возможность, что они не принимают никакой реальности тем составляющим движениям, в которых из него получается движение планеты. Птолемей признает единственность при любом всех построениях астрономии равно и наибольшей простоты. Однако доказать, насколько возможно, наиболее простые построения в астрономии, так же не светит, но если они не соответствуют, а также брать другие, а более сложные.

Из этих предположений и того, что греческая астрономия существовала от требований и от положений, установленных философами, она допускала движения, происходящие, а притом с неравномерной скоростью не вокруг материальных тел, а вокруг пустых центров — геоцентрических точек, камин, являющихся центром эллипсов. При этом Птолемей, Аристарх и другие, основываясь на возможности. Поэтому, когда арабские астрономы в философии обратились в X-XII вв. к изучению греческой

науки, они в конце концов «ослабили это рогатки еще, и поклоныки (тапирата) начали борьбу против Птолемея, борьбу под лозунгом «взвезд к Аристотелю». Основоволодником этого течения являлся «астроном Аверроэс (Ибн-Розд. 1126-1198), которого Данте называет «el gran commentatore». Отказавшись от борьбы можно проследить в парижской Сорбонне до XV века в «итальянских университетах она не зарождалась еще в ту пору, когда в них был слушателем и работав Коельном (1496-1506). Но, по несчастью, система аристотелевских сфер была и навсегда осталась бесплодной по член не удалось было строить таблиц движения планет и предвидеть и оперед их положения, между тем как «Альмагест» Птолемея был знаменит у астрономов своими таблицами движения Солнца, Луны и планет.

Таким образом, в области астрономии создавалось очень трудное и запутанное положение. Оно осложнялось еще тем, что некоторые греческие мыслители, идя дальше Птолемея ставили вопрос о существовании вообще небесных движений в их сущности? И в то же время приходили к выводу, что человеческому разуму постичь познание явлений только в подлинном мире — на Земле. Но самая сущность небесных явлений оттого скрыта навсегда, человек должен довольствоваться здесь только приближенным знанием, он вправе выдвигать различные гипотезы, если они приводят к выводам, одинаково согласующимся явлениям, но только Высшему Разуму, Логосу, дано познание этих явлений в их первоосуществности¹⁰. Так постепенно от ясных требований Платона и Аристотеля греческая мысль замыкается как бы в совершенно агностицизм, что по вопросам астрономии, по крайней мере по главной линии развития нашей науки, по линии Гераклита и Птолемея.

Но наряду с этим в основном доктринами астрономии греков намечена и иная схема. Для нас здесь особенно существенно то были телоскопические системы мира, о которых до нас дошло только более или менее глухие указания¹¹. Мы знаем, например, что Гераклит Понтийский у Платона и Аристотеля, IV в до н.э. принимал для объяснения сферного строения небесного свода вращение Земли вокруг ее оси. Солнце в системе Гераклита обращалось вокруг Земли, но Венера и Меркурий обращались не вокруг Земли, а вокруг Солнца. Мы узнаем далее из замечательной работы Ибн-Архимеда, посланного называ-

ли «Псаммит, или Исчисление звезд», что Ибн-Архимед самосельский (около 1000 г. до н.э.) современник Архимеда¹² предложил законченную гелиоцентрическую систему мира, в которой все движущимся полагалось только Солнце, а то время как Звезда вместе с ее Олимпом, с обитателями богов, обращалась вокруг Солнца, так же как и все планеты вращались вокруг солнца. И мы знаем, что некая звезда является общепризнанным Архистархом, требуя ему возмездия за беззастенчивую и безбоязненную критику так, как через 18 столетий доминиканцы обвиняли Галилея перед инквизицией и если Архистарху не пришлось бы сменить обитателей, то это не была бы, конечно, вина благочестивого стонка.

Понимая Гераклита и Архистарха, мы все же должны иметь несколько более ранних мыслителей, воспринимавших мир если не гелиоцентрически, то во всяком случае не геоцентрически, призывавших к гифарогоренской школе (V в до н.э.) то были Филолай, Гилеас из Сиракуз и Эфрант¹³, но мы очень мало знаем об их учениях. То были семена, брошенные гелиоцентрическим началом, отвлеченную сферу. Отсюда именно эти семена дали слабые ростки в эпоху средневековья, они зацветали более ясно в философии Николая Кузанского (1401-1464), кардинала, философа и математика, одного из замечательных немецких гуманистов первого поколения, отар что призывавшего вращение вращение Земли, а еще через столетие эти же семена дали неузнаваемый цвет и плод ясному и глубокому взору великого астронома с берегов Вислы.

2

Дальними истоками учения Коперника являются прежде всего неудовлетворенность философских школ средневековья построениями Птолемея, особенно в связи с античной Птолемеей Аристотель, затем отзвуки тех гелиоцентрических построений греков, в которых мы только что упоминали. Сверх того, учение Коперника, что часто забывается, — отвечало и некоторым конкретным запросам церковной культуры, именно требованиям исправления и очищения и душою солнечного сияния¹⁴.

Новую систему мира, всю свою радикальную переотражал астроном Коперник, самозабвенный и ус-

двигавшихся, скрывает от современников, по его словам, не девят, а четырнадцать тысяч лет. И в самом деле, эти не старшие, чем расцветы мы наблюдаемые «De Revolutionibus orbium Coelestium libri VI»¹², то в посвящении к князю Лазарю III он пишет: «Некоторые математиканы пользуются только концентрическими сферами, другие эксцентриками и эпицентрами, тем не менее они не удовлетворены при объяснении астрономии. Те, кто отдают свое доверие концентрическим сферам, доказывают, что некоторые неравномерные движения могут быть объяснены этим способом, но, оговариваясь, что эти движения, о которых смогли установить иначе, то есть, строго удовлетворяющего явлениям, те, которые избирали эксцентры, но видимому, существуют так и являются большинством видимых движений, что они совпадают с наблюдениями. И эти мнения признаны таковы, в большинстве случаев, как кажется, противоречат наблюдениям, начиная с явственных несовершенности движений, кроме того, они не смогли открыть или вывести из их допущений то, что имеет наибольшую важность, именно форму мира и других симметрично его частей».

«К тому же, говорится далее в посвящении, для астрономов является столь неясными объективна явления Солнца и Луны, что они не смогли бы определить из наблюдений, ни доказать смену времени года».

Почему все это происходит? Потому что астрономы пользовались неверными исходными представлениями: если бы гипотезы, которые они предлагали, не были общими для большинства, то все следствия, выведенные из них, были бы, без сомнения, подтверждены.

Из созданного легкого и быстрого приспособления для Коперника в выход один являлся надо снарядить на основе дощечки, править их в нужности, т. е. соответствующим образом вводить в нее же искать эти новые принципы. Оказывается, сама древность дала эти орудия Копернику у двояк, а именно, он считал сообщения о Филолае и других пифагорейцах, доказывавших вращение Земли.³⁰

«Носитель» повываша к яким указаним, говорит он, - я тоже стал размышлять о творениях Земли, это мне не ка-
залось бесцельным, но я знал, что мои предшествен-
ники бы так не поступили. Захотел изобретать какие-то
немыслимые круговые движения, чтобы спасти себе-
любивых, а я не так, что стало же легко и мне бы
предоставлено право сделать попытку в этом направлении.

е оно не работать, не окажется ли возможным, приписать
каждой переменной значения, удовлетворяющее образцам
всех тех доказательств, которые получены в моду-
льносистеме.

И вот в чуждом городе Фромборке, недалеко от
Вислы, в готическом соборе великий польский
король в течение трех десятилетий строит галерею три-
дцати епископов: «In medio omnium reges soli». В сере-

...уже всего пребывает Сал. и, и далее следует такой мо-
...в этом, этому свету, что, чтая эти строки, не слыш-
...иногда бы они срамонили калон или Фромборского со-
...была ли древн... (содержатель)...ноно... Но эта вско-
...была бы мешал методическо... математи ческою твор-
...ство Корнелия По его словам, mathemata mathematicis
...servantur, математи ческое является для математиков

Для достижения графического него достаточен и малый срок, становясь словом, движение планет, он первый за всю историю человеческой мысли устанавливает правильность движения ракеты и планет от Солнца, принимая данные, достояние от Солнца до Земли. При этом замечательно, что человек от геоцентрической в гелиоцентрической системе достигается у него при этом и планет, и звезд, которые теперь тоже удобно трактовать как задачу на обращение эллиптического механизма, парадокс с этим переходом он обогащает человеческую мысль, логичным отсюда его движением, столь чуждым грекам, и столь фундаментальным, как мы знаем, в мировом смысле Галилея.

«всякая замкнутая линия пересечения Γ с Γ' предметом проецируется, по замечанию Коперника или вследствие движения этого предмета, или же движется наблюдателя, или относительного их движения, если же движется в то же самое время, то перемещение является

Однако, ввиду с этим великим новаторством Коперника во многом остается в необходимости дальнейшего истолкования концепций. Так, например, тут в его системе два действия по эллипсиду¹⁴, кое в чем оно просто ошибается — его в схематическое мышление оказывается недостаточным это происходит, например, при допущении так называемого «третьего движения» Земли, бесцельность которого высказал только Галилей¹⁵.

Но все это, конечно, не основное, свою центральную доктрину о сложном движении Земли Колерик развивает в работе «Сложное движение Земли» (1912), где он постоянно о

содействовать к чистоте души, и в год таком бы то и было издежом хвалить их и сби или читать»²¹.

Почему над телом Коперника возмущались инквизиция? Почему эта драма? Почему даже и редкие Осандера покажутся бездальними в данный момент?

3

На рубеже XVII столетия, точнее между 1590 и 1610 гг., две личности, обе грандиозной творческой силой, огромного генерала, вступают в арены борьбы за коперниканское учение. В настоящее время нам покажут, даже трудно сказать, кто из обоих современников Кеплер (1571—1630) или Галилей (1642—1842)²² — сделал больше для утверждения новой астрономии²³. Но если поставлен вопрос, какие даты и моменты являются наиболее значительными в истории астрономии от появления «De Revolutionibus» Коперника (1543) и до «Математических начал Ньютона (1688), то ответ может быть только один: это 1610 год, когда почти одновременно были изданы в Венеции «Sidereus nuntius» («Звездный вестник») Галилея, а в Праге «Astronomia nova» («Новая астрономия») Кеплера и затем 1619 год, когда Кеплер опубликовал «Harmonice Mundi» («Гармония мира») содержащую его «третий закон».

Итак, роль Галилея и Кеплера в обосновании нового миропонимания переиздается как хронологически, так и по содержанию. Но вместе с тем трудно представить себе два интеллекта, работавших над одним и тем же проблематикой, менее схожих друг с другом, чем был Кеплер и Галилей. Начать с того, что как математик Кеплер стоял, на наш взгляд, существенно выше Галилея, тем более образный и численный и синтетический труд, который полюбился Кеплеру для того, чтобы установить в «Astronomia nova» с помощью вторичных, вторичных, как он представляется далеко за пределами возможности Галилея²⁴. Но огромное математическое дарование Кеплера проявляется у него на фоне чрезвычайно интенсивного мистического настроения, как древний пифагореец, он мыслит мир на полномочиях численности и звуковности гармонии. Так, в первой крупной работе «Mysterium cosmographicum» («Космографическая тайна», 1596) он пытается построить вселенную в гелиоцентрической системе мира

на основе правильных платоновых многогранников. В одной из последних работ, точно так же законченных как «Harmonice Mundi» (1619), он пытается найти путь к той же проблеме на основе интервалов музыкальных тонов²⁵.

Из этой мистикой вытекала и квази-философия Кеплера. Выход в природе он видит в проявлении сил, и, скорее сказать, проявление «астрологических явлений» (по его словам) в Солнечной системе само Солнце есть центр, к которому подобные явления на планетах идут. Иско Кеплер пытается сочетать с действием явлений магнетизма, как раз в ту пору изученных английским врачом Гидбертом (G. Hart) в его знаменитой книге «De Magnete» (1600). Далее, в явлениях приливов Кеплер видит проявление «вливания» Луны, и здесь он определяет, что идет вселенная, которая как раз в приливах видела неопровержимое доказательство действия небесных тел на земные явления²⁶. И с безудержной смелостью распространяла его на предсказания долгот радости и страданий, жизни и смерти людей. Кеплер сам был астролог, он составлял гороскопы, он предсказывал погоду по аспектам небесных тел и с серьезным видом оправдывался в тех случаях, когда они не сбывались. В этих безумных попытках соединить несоединимое математику и мистику, Кеплер провел всю свою в сущности страдальческую жизнь, ссылаясь по горькому Штирну, Австрий. Чехия, республиканский естествознание коперниканство, то за собой протестантизм, деля на своих плечах всю тягу эту жизнь, гонения в эпоху религиозных войн и войн.

Кто же был Галилей? Здесь достаточно упомянуть, что годы молодости он провел в Пизе как студент и некоторое время преподаватель, ушел в 1581—1591, затем по сумасшедшему лет 1592—1600, о которых мы знаем потому как о счастливейшем времени своей жизни²⁷, как профессор университета в Падье, в 1600, приняв кафедру по физике в Венеции, и республике, затем в 1609 оставил походы (1610—1642) во Флоренцию как старший математик и философ при дворе Медичи, юных и последние десятилетия (1633—1642) в деревушке Арчетте, близ Флоренции как узник и мученик инквизиции, за каждым словом и шагом которого следили из Рима. Так вся его жизнь протекала в Италии, в Венеции и в Тоскане, и то время, когда в этой стране уже трюмо через долины, в долины, к закату солнца эпох. Безрошадно, когда не могли дости

например, о том, как издалека летят спутники Юпитера, о самом существовании которых никто не знал, пока Галилей их не открыл.

По всем этим признакам делается очевидным, что Галилей входит в историю науки как темперамент сильный и свежий. От человека передвигать науку, который мог бы по праву применить к себе стих столь любимого им Данте, «L'ascello suo proprio scintillava non si sapea». По водам, по которым я отравляюсь, так что не плаваю. И, несомненно, от природы ближе и понятнее нам, чем Кеплер, мышление которого во многом еще связано с глубинами средневековья. Но вместе с тем мы подчеркнем это еще раз — чрезвычайно важно, что в историю культуры, в историю смены мировоззрений они оба входят как бы совместно и нераздельно, они в равной мере готовят почву для окончательного слияния механики и астрономии, которое нам даю Ньютон. Огромное различие их темпераментов теперь уже становится за гранью минувших столетий в сознании людей, и остаются не их ошибки или заблуждения или даже не их открытия, но их бессмертные открытия и да и сама обособленность самых оснований и краеугольных законов природы. Вот почему В. И. Ленин, гонимая «Наука до конца» Гегеля, мол, глупости той следующее полужелание, которое он открыл и высказал.

«Они, Кеплер и Галилей доказали найденные ими законы, доказали, что им соответствует весь объем воспринятых частей природы»⁴.

4

Итак и как Галилей стал подходить к проблемам космологии — задачами теперь доказано трудно. Во всяком случае с первых работ относятся сплошь к механике и к практическим задачам, то были «Творения о центрах тяжести твердых тел» (ок. 1585 г.), «Ядеростатические весы» («Bilancetta» 1586), трактат «О движении» («De Motu», 1590), в котором резко обнаруживаются первые разрывы с авторитетом своей динамики, «Краткие инструкции по военной архитектуре» и «Трактат по фортификации» (1592 и 1593), «Механика» («De Mechanicis», между 1593 и 1599 гг.), где содержится первая формулировка так называемого «золотого правила» Галилея и впервые применяются термин

«масса» и т.д. Все перечисленные произведения Галилея относятся к периоду с 1585 до 1600 года. Именно так с наибольшей близостью к истинному следует «геометрической и военной циркуль» («Del compasso geometrico e militare», 1606, то есть пропорциональный циркуль, остроумно приспособленный для решения тригонометрических задач).

Уже самые заглавия перечисленных работ достаточно ясно обнаруживают, куда были устремлены усилия Галилея Галилей. Однако как всякий математик той эпохи, Галилей не мог остаться в стороне от астрономии⁴⁰. Его тогдашние запасы по этому курсу, составленные не позднее 1595 г., были изданы впервые в 1636 г. под названием «Trattato del a Sfera e uero Cosmografia», т. е. «Трактат о сфере или Космография», здесь даются (в современной терминологии) только основы сферической астрономии, математической географии, краткие сведения о климатах и т. п. Характерно, что здесь Галилей не затрагивает ни мыслить коперниканскую точку зрения, и в главе под названием «О том, что Земля стоит неподвижно»⁴¹ не говорит «Настоящий вопрос заслуживает рассмотрения, так как имеется достаточно значительное число великих философов, математиков, которые, считая Землю неподвижной, держатся этого мнения. Тем не менее мы, следуя за Аристотелем и Птолемеем, приведем здесь некоторые рассуждения, на основании которых можно сказать (за исключением того, что она совершенно глупа)»⁴².

Далее Галилей приводит известные доводы Птолемея против гипотезы о суточном вращении Земли⁴³.

С другой стороны, у нас есть веское доказательство, что еще в эпоху чтения этого курса Галилей был скрытым, если так можно выразиться, коперниканцем, об этом свидетельствует его письмо к Кеплеру от 4/VIII 1597 г. и главное в ответ на получение от Кеплера экземпляр «Mysterium Cosmographicum» (1596), здесь Галилей поздравляет себя с тем, что встречает такого союзника в деле исследования истины, пишет, между прочим:

«Твою книгу я прочту с тем большим энтузиазмом, что на твою точку зрения Коперника я встал уже много лет тому назад, и мне удалось на основе ее дать объяснение многим явлениям природы, которые, будучи сомнения, не могут найти объяснения на основе общепринятых толкований. Я записал много доказательств и много опровержений в своем дневнике, появляясь и против твоих точек зрения, и твоих утверждений»⁴⁴.

тлений «мы видим уже не одну и ту же четверть Луны, движущуюся вокруг Юпитера, но и другую четверть Луны, движущуюся вокруг Земли, и в то же время слышимое не вместе с Юпитером в течение двадцатидвухлетнего периода его полного оборота вокруг Солнца» Галилей объясняет, что хочет здесь просто сказать, что система Коперника исключает судействования о планете со спутниками и что в этом отношении Земля является такой же планетой, как и Юпитер.⁴²

На этих замечаниях о спутниках Юпитера «Библотека писем» как бы обращается к Галилею, заявляя, что в них речи будут и что в его книге «О Системе мира».

Такое живое содержание «Звездного вестника», он признает полновесный терсорт в астрономии: перед ней начинают «обступать стены мира». И действительно, что с 1610 г. автор этой небесной книги уже не только профессор Падуанского университета, замечательный доктор по математике и астрономии, это, как тогда говорили «Колумб» человека, подобно которому на земле еще не бывало. Несмотря на подобный шепот записки и с колчаном, из которых один не умел пользоваться галлеевым и струнным, другие считали, что все видимое состоит только из оптической обман и иллюзия, третьи были лишь приоткрыты глаза к окуляру, четвертые просто отказывались смотреть в телескоп.⁴³ Однако Галилей растет, перебивая целенаправленно резели Игитин В сентябре 1610 г., бросив свою профессуру на службу у Сеньориана, Галилей возвращается как триумфатор, несмотря на ту же и печальности друзей в родную Тоскану, но в кругу герцога, милости которого получает должность первого математика и философа у Сеньориана II Медичи ему-то и Сая посвящен «Звездный вестник», и в честь него Галилей, послуживший советом покровителю секретаря флорентийского двора Belcaro Vinta, уже называл спутники Юпитера «планами Медичи» Medicea.

Каким то особенная первая осень сразу же создается вокруг юпитерианской Венеры, на которую как раз приходят солнечные пятна, скрывающие зрелища всех стран. Но так как земля не гасит телескоп и окматривает его на нем же, то Галилей дает:

Галилей же в это время идет в декабре и в начале января открывает последовательные наблюдения юпитерианской Сатурна, а также фаз Венеры и Солнца.

Сатурн Галилей воспринимает как тройничную звезду⁴⁴ «Ad summam planetam tergeminam observavi» — гласит его запись, посланная в виде аграмммы Келлеру, которую тот не смог разгадать; только Сатурн ему представлялось в виде двух звездочек, по одной с каждой стороны у планеты, и он путливо писал к Giuliano Medici, тольскому послу при императоре в Праге «Я нашел целый двор у Юпитера и двух прислужников у старика [Сатурна], они его поддерживают в величии и никогда не отскакивают от его боков»⁴⁵. Однако через два года Галилей к величайшему изумлению увидел Сатурн одиночным и был совершенно не в состоянии объяснить это явление.⁴⁶

Открытие фаз Венеры именно в тот момент, пожалуй, наибольшее значение, Галилей писал о нем тому же Giuliano Medici:

«Я посылаю Вам в зашифрованном виде известие о некотором новом моем наблюдении, из которого вытекает разрешение весьма существенных контроверз в астрономии и которое, в частности, заключает в себе решительный аргумент (gagliardo argomento) в пользу пифагорейской коперниканской системы»⁴⁷.

Через три года Галилей выступает с еще более значительным и ответственным заявлением в книге о солнечных пятнах (1613):

«Эти явления фазы Венеры не оставляют никакого сомнения в том, как происходит движение Венеры, мы с абсолютной необходимостью приходим к выводу, соответствующему ее положению нифагорианской Коперника, что она обращается вокруг Солнца подобно тому, как вокруг него же как центра обращаются и прочие планеты»⁴⁸.

Трудно, пожалуй, было бы Галилею найти более решительные и четкие слова для заявления своих коперниканских убеждений, к тому же в данном случае речь шла вовсе не о неожиданном наблюдении. Фазы Венеры были единственным из всех его открытий, которые он как коперниканец мог предсказать наперед, прежде чем увидел такой серебристый серп планеты в свой телескоп.⁴⁹ Действительно, при наличии этих явлений, — говорит Галилей в другом месте, — нет иного выхода, как признать, что Венера обращается по окружности вокруг Солнца. В самом деле, эта окружность не может охватывать и заключать внутри себя Землю или же лежать ниже Солнца, т. е. проходить целиком между Солнцем и Землей, или лежать за

пятен являлись равноценными доказательствами коперниканской системы.

После ряда бессмертных открытий 1610 г. Галилей сделал в дальнейшем, уже значительно позже, всего лишь одно, но, пожалуй, самое трудное из всех с точки зрения наблюдательного искусства то была либрация Луны. О ней сообщается, и то как бы вскользь, в «Диалог», где говорится об одном особенном явлении, наблюдаемом недавно нашим академиком Ит. е. Галилеем, из которого происходит два следствия первое, что мы наблюдаем несколько больше (qualche cosa di più) половины Луны, и второе, что движение Луны в точности относится к центру Земли⁴¹. Последними словами Галилей имеет в виду подчеркнуть тот факт, что период обращения Луны вокруг Земли (так называемый звездный месяц) в точности равен периоду вращения Луны вокруг ее оси, иначе в течение больших интервалов времени из Земли обращалась бы последовательно вся поверхность Луны, на самом же деле точка, находящаяся в центре видимого нам лунного диска, совершает только колебания вокруг ее среднего положения, открывая земному наблюдателю не половину, а приблизительно $\frac{1}{10}$ лунной поверхности. Это явление либрации было открыто им из наблюдений двух деталей лунной поверхности. Это в современном названии, море Crisium, близкое к западному краю диска, и кратер Grimaldi у восточного края Либерии, приближая одну из этих деталей к видимому краю диска, отодвигала другую, открывая тем самым еще некоторую часть лунной поверхности. В позднейшем подробном письме об этих наблюдениях Галилей пишет и самую причину явления, однако объяснение, которое он дает, недостаточно, оно вскрывает только незначительную часть полного эффекта либрации⁴².

Все перечисленные нами открытия Галилея и составляют его основной вклад в астрономию, вклад непреходящего значения. Он дал им первый толчок тому грандиозному развитию этой науки, которое было достигнуто в течение следующих трех веков. Каждый астроном, работающий теперь на мощных рефракторах и рефлекторах обсерваторий, является только продолжателем того дела, которое было начато Галилеем с его скромной трубой в ночь на 7 января 1610 г. Однако роль Галилея в истории астрономии эти не исчерпывается: то объединяющее изложение, которое он обещал в книге «О Системе мира», он даст через

20 год после появления «Звездного вестника» в своем знаменитом «Диалоге о двух системах», но он сделает это, только пройдя через ряд душевных тревог и испытаний, которым мы должны уделил здесь хотя бы несколько строк.

5

Галилей демонстрирует свой телескоп, показывает и разъясняет свои открытия в 1610-1612 в Падуе. Вспенив Флоренцию и в Риме, он показывает их ученым и людям, которым ясно, что Марк и Кипитр «лангасты»⁴³. Он дает (или р. сяжения с тем величественным талантом, о котором мы уже знаем. Восхищение его учеников и его слушателей, в том числе и римских кардиналов, все усиливается, честолюбие новой астрономии растет. Сам Галилей пишет в одном месте «Восьмью многих мог бы я назвать последователей этой доктрины, много и не выстулавших по ее поводу и публичло, она имеются в Риме, во Флоренции, Венеции, Падуе, Неаполе, Пизе, Парме и в других местах»⁴⁴. Но одновременно с этим сгущается атмосфера в противоположном лагере, в лагере твердолобых схоластов (culgus philosophorum), в стане догматиков, во главе всех, кому было интересно и выгодно держать закрытой от человека великую книгу природы — ту самую, которую, как мы знаем, Галилей считал всегда открытой перед ним, и подменять ее книгами Писания и древних авторитетов в которых католическая церковь видела тогда свою научную базу и основу.

В самом деле, им было от чего всколыхнуться. Одно дело, когда фоллалл Коперника, написанный на «лозь», лилился на полях эрудитов, и совсем другое — когда, например, толпы людей осаждают Settim, думая, что он получил телескоп, или когда каждый может прозвонить на родном языке «Письма о сошедших пятнах», насыщенные коперниканской доктриной. Или Галилей выбьет у них почву из-под ног, или же они расправятся с новым учением и прежде всего с ним самим. И вот до Галилея с разных сторон доходят сведения, что его положение осложняется⁴⁵, следовательно, он сам как человек действия должен искать какой-либо выход. Таких выходов могло быть только два: первый — это встать на точку зрения, высказанную еще Коперником в посвящении «De Revolutionibus» папе Павлу III, а именно — что его система и Священное пи

сание, если только правильно сформулировано только последнее, т. е. в каком направлении не находится, второй — почти везде, за тем, кто продолжал читать, что задача астронома состоит в «пазлах явлений», одной из таких углов гипотез, но при этом не вдаваться в их сущности, т. е. не высказывать о действительных движениях Земли и светил. На такой позиции стоял, например, кардинал Беттаринио (Велаттино) игравший видную роль в коллегиях ученых, в конгрегации индизии, в римской курии во главе Водильеви, примечательным в нем на имени патера Р. Токари ⁹⁰ от 12 VI 1615 г. Этот кардинал писал, между прочим следующее: «Мне кажется, что Вы и ельзор Галилей поступили бы хорошо, если бы удовлетворились высказываниями предположительными (ex suppositione) но не абсолютными, так говорил, как я всегда думал и Коперник Действительно, когда утверждают, что в предположении, будто Земля движется, Солнце стоит неподвижно, все наблюдаемые явления спасаются лучше, чем при задании выводов и еще более, то это приращение сказано и не заключает в себе никакой опасности, а этого достаточно для математика, но когда начинают говорить, что Солнце в действительности (realmente) стоит в центре мира и что оно вращается вокруг самого себя ⁹¹, то это движется с востока на запад и что Земля находится на третьем небе (третьем по порядку) ланета от Солнца] и с другой стороны вращается вокруг Солнца, то это вещь очень опасная и не только потому, что она раздражает всех философов, ученых богословов (theologos), но и потому, что она вредит святой вере, поскольку из нее вытекает ложность Священного писания» ⁹².

Едва ли можно было в более яркой и отчетливой форме сформулировать слова Павлина. С мадрия на язык кардинала из Ордина лежон на рубеже XVII в. Ордина эта точка зрения, бывшая необходимой и даже неизбежной для многих астрономов и философов Греции, а эпоху Галилея могла быть уже только немеренно в стиле Осандера. Галилей ощущал это чрезвычайно остро, и спешить той задачей «область действия» (сфера Горипоние сорептиция) ⁹³ — означало, что былой Коперник отводил не являющиеся форматы — глугует мекон «elivare appropinquata», а утверждение истинной, реальной системы мира и заключение статьи он говорит:

«Во всем, что касается остальных вопросов этой заслу-

жания, сей документация с тем, что, если бы только ознакомиться с мнением самого Коперника, должен прочесть не пустые писания того, кто отдал книгу в печать (да vana scribitura del stampatore) но все прочтение самого автора, тогда, без сомнения, он как бы рукой махнул, что для Коперника неподвижность Солнца и движение Земли были главными, истинными (veritabile)» ⁹⁴.

Даже значительно позднее в астрономии, когда Галилею приходилось отчасти пользоваться коперниковым языком, он уставил Сальвати назидается над астрономии, главным задача которых состоит в исследовании наблюдательных (именно с помощью сочетания телескопических круговых, а не заботясь о том, что при этом происходит) — некоторые чудовищные положения, которые в других отношениях являются в себе действительные трудности ⁹⁵.

Таким образом, почти за Беттаринио Галилей в 1615 г. решительно не мог, поэтому он действительно стал на точку зрения Коперника и в ряде в том последний становится разъяснять и этим убедить хотя бы культурнейших людей его эпохи и искусства неустойчивых противоречий между коперниковской доктриной и Священным писанием. Так возникли его письма к Castiglioni (21/III 1613 г.) к кардиналу Pietro Dini (16/II 1615 г. и 24/III 1615 г.) и знаменитое письмо к герцогу, епископу Александрии, Иорингской. Все эти послания в то время напечатаны не были, они ходили по рукам в рукописных списках. Писания же блестящим стилем Галилея, о котором мы писали в той значительной богословской друждей, которую в них обнаруживает Галилей. Заметим кстати, что в письме к герцогу Христиане, по-видимому, один из парижских ученых указывает на то, что в области, где она находится в сфере, где в действительности богословия не могут быть.

«Предписывать, так как Галилей сам профессор астрономии, чтобы он своим стилем делал заявление против их же собственных абсурдных выводов, как если бы все это были одни и те же софистики, означало бы предъявлять к ним требования более чем с избытком, это было бы все равно, что приказывать им не видеть того, что они видят, не понимать того, что им понятно, и из их исследований выводить к тому, что они не видят, что для них очевидно» ⁹⁶.

Так или иначе, каков бы ни был успех и значение писем Галилея, написанных им с этой новой юстиции, сто усилий напряжены. Уже с февраля 1616 г. в Риме глест тот процесс, который, как мы увидим, промчится ураганом над коперниканской доктриной в феврале—марте 1616 г. Этот процесс начинается с подготовки и проверки в инквизиции материалов, направленных лично против Галилея: тут были доносы двух доминиканцев (патеров Сассини и Лоппи), допросы свидетелей во Флоренции, изучение богословом экспертом письма Галилея к Castelli и т. д. На всех этих моментах мы останавливаться не будем, тем более что эта стадия процесса для самого Галилея последствием не имела. Течение процесса принимает более быстрый характер, когда сам Галилей в декабре 1616 г. оказывается в Риме. Была ли его поездка в «вечный город» на этот раз добровольной или вынужденной, судить трудно⁷⁵. Во всяком случае, для Галилея несомненно, что замышляется нечто серьезное, и кто может сказать, только ли против доктрины Коперника или вместе с ней и против него самого? И правда, разве у него нет оснований, чтобы тревожиться? Разве дым от костра, на котором сгорел в Риме шестнадцать лет тому назад Джордано Бруно, мог уже разветиться в сознании передовых людей Италии?

И все же среди этих тревог и волнений Галилей находит возможность и время направить послание к кардиналу Орсини «О приливах и отливах моря», в этом письме (помеченном «Рим, 6 I 1616») раскрывается заветная и сокровенная мысль Галилея: дать механическое доказательство движения Земли. через 15 лет это письмо составит самый нерв его «Диалога».

Однако же довольно скоро, в начале февраля, Галилей, пользуясь мощными связями, узнает, что может не волноваться лично за себя⁷⁶.

О том, что происходит дальше в инквизиции, мы сами можем судить теперь по документам (актам) так называемого «процесса 1616 года»⁷⁷.

Мы находим в них прежде всего экспертизу одиннадцати богословов (в большинстве своем доминиканцев) по двум основным положениям коперниканского учения, в ней доктора богословия, консультанты инквизиции, с молниеносной быстротой, со злобностью и легкостью мыслей (необходимая, творящая иллюзию поставленного их, единогласно нападая, что учение Коперника «глупо, бессмысленно, фор-

мально еретично и по меньшей мере ошибочно в отношении вещей»⁷⁸. Мы уже ведем далее — и это центральный момент процесса 1616 г., — что уже через два дня после получения от экспертов заключения Галилей по приказанию папы Павла V был вызван во дворец кардинала Беллармино, и здесь 26 февраля 1616 г. этот кардинал «существовал Галилея об ошибочности упомянутого учения и о том, чтобы он, Галилей, от этого учения отошел (ut illam opinionem deseret)», после чего папа-комиссар инквизиции «предложил и приказал ему от имени папы и всей конгрегации инквизиции, чтобы он упомянутое учение, а именно, что Солнце — центр мира и неподвижно, а Земля движется, совершенно оставил и его кадим бы то ни было образом не придерживался, не преподавал и не защищал, словесно или письменно, иначе против него будет начато дело в инквизиции (procederet in Santo Officio)». С этим предписанием Галилей согласился и обещал повиноваться⁷⁹.

Далее, в тех же актах 1616 г. имеется протокол пленарного заседания конгрегации инквизиции в Ватикане в присутствии папы Павла V⁸⁰; здесь кардинал Беллармино сообщил, что «математик Галилей, будучи предупрежден о приказании конгрегации инквизиции (monitus di ordine) отойти от учения, которого он до сих пор придерживался, именно, что Солнце есть центр сфер и неподвижно, а Земля движется, с этим согласился». На том же заседании папой был утвержден к опубликованию текст того декрета конгрегации индекса, который был издан ею 5/III 1616 г. Силой же этого декрета, являющегося заключительным моментом процесса 1616 г., бессмертная книга Коперника была, как мы помним, «задержана ввиду до исправления» наряду с произведением мало кому тогда известного Лидиаса Астуника⁸¹, в то время как написанное в «примирительном» духе письмо Фоскарини было совершенно «запрещено и осуждено».

Таким образом, сведения, которыми располагал Галилей в начале февраля 1616 г., оказались правильными и достоверными его личностью, действительно, оказалась «загроможденной», и что бы ни произошло во дворце Беллармино 26 февраля, все равно это останется тайной между двумя инквизицией. Но в единственном опубликованном документе — в декрете конгрегации индекса от 5/III 1616 г. — не только не упомянуто имя Галилея, но в перечне задержанных и осужденных книг ни его «Звездный

вспышка», в этих «Письмах о сошествии пятинах» не значатся.⁷⁹

Потом же ее изгнали из Флоренции в 1616 г. «суд жестокий удар ударом» самому Галилею прежде всего, еще так недавно он был гелиологом и Христианом.

«Запретить копировать текст, а тем более то, как в много численных заблуждениях и злостных ошибках его труда ученики, следуя на деле, все больше и больше раскрываются неспособность его утверждений и все более убеждаются его ложность, не считая еще после того, как его дописали в тестьере столетних лет, когда еще уделялось им более внимания, и медики считали достоверными, что было бы по моему мнению, если бы они приехали сюда, то доказывало бы стремление прятать и уничтожать в ее с тем большим силой, чем более она становится очевидной и ясной».⁸⁰

Но почему же тогда эти «примечания» на его собственные открытия, из-за того «гипотетического значения, которое они имеют, из-за тем не менее ясности, которую они имеют в великой проблеме мироздания, сделав ее заманчивой и доступной для значительно более широких общественных слоев, чем раньше, все копирование такой доктрины объявлено под запретом, ему не дано больше права приводить доказательства в ее утверждение, например, разбивая свои мысли о приливах. Для Галилея, как у него говорится в III 1616 г. есть катастрофа, что бы ни говорили о нем, что бы ни говорили вокруг него.

Но более того, декрет от 5 III 1616 г. есть удар отнюдь не только о Галилео, это суровое испытание для науки и культуры в широком католичестве, где развитие новой астрономии при этом авантюризм приблизительно на 200 лет, где оно как следствие не только лишено задерживается для того, чтобы дать еще некоторое время безраздельно господствовать нации, таким представителям отживающих мировоззрений.⁸¹

6

После этого еще в 1616 г. та напряженность и самый характер творчества Галилея с декабря месяца на шесть месяцев уменьшаются совсем, что еще в жизни с ним не было. Сдвинувшие же его вступления по делу о нем имеют основную литературный характер, об

его единственном открытии, сделанном после 1616 г., метео- или либрации Луны Галилей, как мы видели, ничего не сообщает вплоть до изобретения «Диалогов» в 1632 г.

Из литературно-полемических трудов Галилея в эту эпоху на первом месте стоит его знаменитый памфлет под названием «Пробирка золота» («Il Saggiatore», 1623), посвященное содержанию этого слова и местами исключительно остроумная полемика Галилея с его давними оппонентами — иезуитами, вызванная выступлением римского патера ченто Глаззи по поводу о природе комет. В 1618 г., к изумлению всей Италии, к ужасу всех современников, их появилось «три» Галилей в это время был серьезно болен и сам комет не наблюдал, но, очевидно, решил не оставлять без возражений выпадов Глаззи, направленных лично против него. Точка зрения Галилея была высказана его учеником Марио Джигуччи — резни, произнесенной в 1619 г. во Флорентийской академии. Здесь мы можем отметить только то, что взгляды Галилея по кометной проблеме не поднимались над общим уровнем эпохи и сейчас большого интереса не представляют. Если еще Пушкин мог говорить «Как беззаконная комета в кругу расчисленного светила»⁸², то тогда, в начале XVII в. кометная проблема представляла собой просто клубок загадок, вокруг которых довольно бескомпромиссно блуждали мысли астрономов.

Что такое кометы? Существуют ли они только пока видны, или же как небесные тела они существуют от века до века? Где они появляются в подлунном или надлунном мире? Как и куда направляются движения? За соображениями Галилей по этим вопросам следить особенно трудно, потому что он, не высказывая их с полнотой определенности, толмечает со всеми авторитетами — с Аристотелем, с Тихо Браге (за которого держалась иезуиты), с Кеплером. Особенно спортивно действует то, что Галилей не придает значения крупнейшим результатам, полученным в этом вопросе Тихо Браге — имелось, что параллакс кометы 1577 г. оказался порядка 2', в то время как параллакс Луны 57', так что комету надлежало помещать в пространстве далеко в надлунную сферу. Но Галилей не считает доказанным, что кометы суть материальные тела, и потому отрицает значение этого результата, он говорит (устами Джигуччи) «Малость параллакса не может быть действительным аргументом в этом во-

росе, пока не доказано, что кометы представляют собой не явления, вызванные отражением света, но суть объекты дальние, определенные действительные, неизменные»⁸².

Для Галилея кометы — оптические явления, вызванные отражением солнечных лучей в истечениях, отделяющихся от Земли, и в поисках аналогий он художественно описывает карты у тех дальних солнечных лучей, которые прорываются из-под кромок облаков, освещенных заходящим солнцем.

Таким образом, точка зрения Галилея есть одна: вариация так называемой оптической теории комет, весь ма распространяемой в XVII веке⁸³. Однако подчеркнем, что Галилей не выдает свои взгляды за окончательные. «Я никогда не утверждал, — говорит он, — что я определяю условия происхождения комет, зная, что они могут возникать и такими способами, которые весьма далеки от всего, что мы можем вообразить»⁸⁴.

Понимая кометных вопросов «Il Saggiatore» затрагивает массу других материй: здесь и спор Галилея с бесовским плагиатором Симеоном Маго, пытавшимся присвоить себе приоритет открытия спутников Юпитера, вопросы о действиях телескопа, о самом понятии «увеличения», о природе тепла и многое другое, что мы должны оставить вне поля нашего зрения. Скажем только, что «Il Saggiatore» написан «по пунктам» (всего их 53) и что эта растянутая, почти неровная потемки действует на современного читателя, на наш взгляд, несколько утомительно, несмотря на блестящий стиль и силу аргументации. «Проклятые» вопросы, подпадающие под действие декрета от 5-III 1616 г., в нем старательно обходятся⁸⁵.

Напротив, эти вопросы снова встают во весь свой рост в послании Галилея к Франческо Инголи (Francesco Ingoli), написанном в сентябре 1624 г. Адресат послания, Инголи, был ученый богослов, полиглот и юрист из Равенны, во время пребывания Галилея в Риме в 1616 г. он направил Галилею послание под названием «De ziti et quiete Terrae contra Copernici Systema Disputatio» («Рассуждение о месте Земли и об ее неподвижности против системы Коперника»).

В ту пору Галилей оставил «Рассуждение» Инголи без ответа, но теперь, все еще продолжая верить в новые веяния в Риме, он вернулся к этой теме и написал свое возражение⁸⁷.

Значение этого послания к Инголи в развитии творчества Галилея огромно, оно содержит как бы краткий режисс «Диалога», дожившегося через восемь лет, в нем проходит вся основная аргументация «Диалога» и, между прочим, вся галилеева теория относительности. Послание является с точки зрения простых и элементарных объяснений, понятий параллельно с его действия на наблюдаемые положения звезд и т.п. Затем мало помалу тематика послания являю перекладывает уровень астрономическо, о развинея адресата Галилей выразил оставил здесь пределы солнечной системы и начинает говорить — и принятом значении более определенно, чем в «Диалоге», о звездах, о проблеме строения и размере Вселенной. Он пишет: «Неподвижные звезды светятся их собственным светом, так что ничто не мешает нам звать их считать их солнцами, они должны быть яры, как Солнце, если же, однако, свет, исходящий от всех звезд в совокупности, и их выдающаяся величина не достигают десятой части их полной величины Солнца и света, доходящего к нам от него, то единственной причиной этого являются их расстояния от нас»⁸⁸.

Высказывать такие мысли означало приближаться существованию к мировоззрению Джордано Бруно, хотя зачетам это — имени его Галилей ни разу не упоминает ни в своей переписке, ни в трудах! Но где же тогда находится во Вселенной эти бесчисленные, столь удаленные от нас солнца? Аристотель и Птолемей помещали их все в единую сферу, на так называемое «восьмое небо» Галилей согласился с этим не может. «Но это столь сомнительное утверждение, говорит он, обращаясь к Инголи, — что ни вы и никто другой не сможете доказать этого волеи оставаясь же в области допустимого и вероятного, я скажу, — продолжает он, — что среди любых четырех звезд, не говоря уже обо всех, не найдется и двух, одинаково удаленных от любой точки, которую вы пожелаете избрать во Вселенной»⁸⁹.

Отсюда уже только один шаг к постановке вопроса о конечности или бесконечности мира, Галилей в послании к Инголи подходит к нему следующим образом.

«Разве вы не знаете, что до сих пор еще не решено (и я думаю, что человеческая наука никогда не решит), конечна ли Вселенная или бесконечна? Но если допустить, что она действительно бесконечна, как можете вы утверждать, что размеры звездной сферы пропорциональны

лю срав с ню с прбитой Земли, если сама эта сфера тепод-
дн жных звезд по отношению к Вселенной оказалась бы
гораздо меньшей, чем пылинное зерно по сравнению с
ней. Что касается меня, то когда я рассматриваю мир,
границы которого положены нации внешними существа-
ми я совершенно не могу сказать, велик он или мал, ра-
зумее, я скажу, что он чрезвычайно велик по сравнению
с миром дождевых и иных червей, которые не имеют других
средств к своему выживанию, кроме чувства осязания, те мо-
гут считать его большим того пространства, которое они
сами занимают, и с тем же не претит мысль о том, что
мир, граница которого положена нашими внешними чув-
ствами, может оказаться столь же малым по отношению
к Вселенной, как и червь по отношению к нашему миру.²⁸

Сам же идет дальше о том, что Вселенная — прямом
противоположна с тем, чему учил Аристотель²⁹, может
оказаться актуально бесконечной, отсюда не страши Галилея.

В «Диалоге» об этом Галилей бросает замечание
«Можно сказать о том, существует ли вообще в при-
роде центр мира, так как ни Вавил (Самплиций), и другим
ничего не было доказано, что мир конечен и имеет
определенную форму, или же, напротив, что он бесконе-
чен и безграничен»³⁰.

Затем, через пятнадцать лет после послания к Инголи,
Галилей снова возвращается к той же проблеме, в одном
из писем он говорит:

«Весьма тонкие доводы представляются мне в мыслях
и в душе моего друга (иногда ли мир или нет), но в моем
сознании нет, ни душевые не ведут к обязательному за-
ключению, так что я остаюсь в неопределенности, какое из
этих двух положений правильно, во всяком случае одно
мое личное рассуждение заставляет меня склониться боль-
ше к решению о бесконечности, чем к ограниченности
мира. Действительно, я не знаю, каков он и не могу во-
образить его ни о чем, ни о чем, ни о чем, ни о чем, я так
как бесконечное по своему существованию (ratione sui) не может
быть ограничено ни по ограниченному интеллектом, что
не имеет места по отношению к бесконечному и ограниченному
пределам. Из самой невозможности познания я должен
отнести к непознаваемой бесконечности мира, но не к его
ограниченности, так как для последней оснований к не-
познаваемости не требуется»³¹.

Таковы более поздние попытки Галилея логически
использовать результаты фундаментальной космологической про-
блемы им впервые поставленной и теоретизированной
оставшимся Инголи, он и в этом трудном вопросе не шел
о столах того или иного авторитета, а делает самостоя-
тельные решения. Вот почему мы выделяем здесь этот
основной вопрос из всего содержания послания, разу-
меется, этим оно не исчерпывается, многое будет повто-
рено, многое дополнило в «Диалоге» Галилей, заканчи-
вая свое послание, говорит: «Вы видите, что все эти по-
пытки будут рассматриваться и значительно более подробно, если
у меня останется достаточно време и сил, чтобы
доставить до конца мое рассуждение о приливах и отливах
моря, где, приняв за гипотезу те движения, которые при-
писываются Земле, я получаю вполне возможное и не-
следовать все, что было написано по этому вопросу»³².

7

Так постепенно мы подошли к произведению Галилея,
включающему все его творчество по астрономии, это и есть
«Диалог о двух системах», вышедший в Итале с десяти-
летним перерывом и имеющий «I Saggiatori». Пол-
ное название этой знаменитой книги длинное и сложное.

«Диалог Галилео Галилея Галацкианца, Линчее-
экстраординарного математика университета в Пизе, фило-
софа и старшего математика Его Светлости Великого Гер-
цога Тосканского, где в собраниях, четыре дня пред-
полагающихся, ведутся рассуждения о двух наиболее выдаю-
щихся системах мира Птолемеевой и Коперниканской,
причем неизменно одно предлагается другому столько
же для одной из них, сколько и для другой».

В такую форму оказался обобщенным дискуссион-
ный характер Галилей представлял едва ли меньше три-
дцать лет. Несомненно, что вошли и те доказательства, на-
стоящие коперниканского учения о которых Галилей
писал Кеплеру еще в 1577 г. это во всяком случае есть
на книга «О Системах мира» которую он обещал читателю
в своем «Siderius Nuncius» в марте 1610 г. и о которой он
писал два месяца спустя до Флоренцию государственному
секретарю Belisario Vinta «Группы, которые мне предстоит
доставить до конца, суть прежде всего две книги «De Sys-

temae seu constitutione Universi» («О системе или строении Вселенной») огромный замесел, исполненный философии, астрономии, геометрии⁹⁵, о нем же под названием «Рассуждения о приливах и отливах» говорится, как мы видели, в конце послания к Инголи (1624).

По письмам Галилея известно, что тогда же, в 1624 г., он решил придать своему сочинению форму диалога о приливах и отливах⁹⁶, с этого момента за его работой над книгой можно следить по переписке почти что из года в год. В конце 1629 г. книга была закончена, за исключением «сверхъестественного введения» и некоторых деталей⁹⁷, затем начались перипетии, связанные с разрешением книги к печати, во время которых Галилею пришлось изменить предполагаемое заглавие и предпослать тексту еще «Предисловие к благосклонному читателю» («Al d. secreto Lettore»), едва ли не самым полностью составленное и во всяком случае самую ценную часть весьма неприятно для современного нач. читателя. Однако все эти моменты теснейшим образом переплетаются с процессом Галилея 1632 - 1633 гг. Изучение его стоит вне плана настоящей статьи, в силу чего на всех этих моментах мы не останавливаемся⁹⁸.

Естественно, что после декрета 6/III 1616 г. Галилей не мог уже выступать открытым защитником коперниканской доктрины, но он, этот «упрямый Галилей», по меткому слову Пушкина⁹⁹, либо вообще не хотел считаться с процессом 1616 г., либо принимал за чистую монету прием, оказавший ему в Риме в 1624 г., либо слишком доверчиво отнесся к сообщению его любимого ученика Castelli в письме от 16/III 1630 г. о том, будто папа Урбан VIII сказал: «Это [запрещение Коперника] никогда не было нашим намерением, и если бы зависело от нас, тот декрет не был бы издан»¹⁰⁰.

Так или иначе, решив еще раз выступить со своим credo перед миром, Галилей мог сделать это теперь только с некоторой новой позицией, та, которую он выбрал, не есть целиком точка зрения Осандера¹⁰¹. Беллармино «на сайте являлся наклон углою пестой, но только не затрагивал с их с'юдностью, такая лотос и звучит в «Диалоге», ю чрезвычайно слабо. Теперь, как в «Послании к Инголи», так и в предисловии к «Диалогу» Галилей становится на национально-реалистическую точку зрения. Да, учение Коперника теперь под запретом в Италии и в странах католицизма, но пусть не думают иные, и прежде всего

протестанты, что это произошло лишь потому, что в Риме не а достояния лоялы а изучать доктрину Коперника, что там царит темнота и ослепленне, ст, эрудития и таланты живы и в Италии итальяский ученый должен прежде всего изучить и понять до конца это учение, он не может оставлять без ответа безжалостные утверждения выдаваемые за научные о провержения Коперника¹⁰².

Вероятно по той же причине, чтобы облегчить себе высказывания в пользу новой астрономии, наряду с неизбежной уже теперь аргументацией против нее, Галилей и придал своей книге форму диалога¹⁰³. Участники диспута могли придерживаться любой точки зрения, затем, эта форма открывала перед автором возможность проявить во всем блеске свое искусство вести диспут, нарисовать красочные образы участников спора и, наконец, создать несколько характерных, близких к комическим положений (известно, что и драматическое творчество было не чуждо Галилею).

Место действия «Диалога» «изумительный город Венеция» («a meravigliosa città di Venezia»), эта жемчужина Адриатики, где над паутиной каналов сохранились все архитектурные стили начиная от XI - XII веков, где не только развивается великая художественная школа — обих Беллини, Джорджони, Тициана, но где с незапамятных времен существует знаменитый арсенал, работой которого коммерческий гений венецианцев утверждал свое морское владычество¹⁰⁴. Куда столько раз из Падуи назжал и сам Галилей в счастливые и дажекие уже годы его падуанской профессуры¹⁰⁵.

И вот теперь в Венеции, во дворце Салгрето, стены которого и до сегодняшнего дня отражаются в зеленых волках Canal Grande, ежедневно собираются для беседы трое людей. Один из них — личность, изысканная Галилеем, возложившим на нее некую задачу быть представителем и защитником школы Аристотеля и Птолемея — фактически быть их последним защитником, имя его Симплицио, оно созвучно с именем знаменитого комментатора Аристотеля, но — увы! — оно же каждым итальянцем воспринимается прежде всего в его прямом смысле «простак». Двое других — это тени галилеева прошлого. Один из них носит имя Салгрето, кто умерший еще в 1620 г. друг Галилея, венецианский консул в Леванте, тот самый, который в 1611 г. предупреждая его относительно пре-

врастает в друзей и служителей оспасности жите там, где еще в силе сомнения Другой Сальвати безучастно наблюдает за происходящим, а затем, в этот момент дружбы, он умирает в 1614 г. во время путешествия в Испанию.¹⁰⁶

Галилей от своего имени, естественно, не выступит. Его точку зрения в беседах и спорах - диалогах развешивает Сальвати. Сатиро очень быстро все усваивает, иногда дополняет, Симплиций возражает. Когда же речь заходит о самом Галилее, о его отрывках, то о нем упоминают под именем «сасало Липсио» или просто «Академио», иногда «младший друг Липсио».

Беседы их составляют толстую книгу, около пятисот страниц и в quarto. За эту книгу этот злобастый «Диалог»¹⁰⁷ Галилей, в возрасте сорокадвух лет, будет от вешать на «квинтиссимальном» скелетном и притом один раз под прямой угрозой пытки.¹⁰⁸ Угрозы, которая же может и не должна устрашить его, если он добрый католик, за все же он будет притворяться и заключенно в тюрьма инквизиции.¹⁰⁹ Он прочтет и подымают перед глазами жадной до зрелищ толпы уничижительную формулу отречения (22 июня 1633 г.) Но именно с этого момента «Диалог» трех собеседников войдет в историю культуры не только как одно из замечательных произведений итальянской литературы и мировой науки, но и как книга, отмеченная печатью личных страданий автора, как символ борьбы передовой науки с обветшалыми доктринами, не сдающими без боя своих последних позиций.

Представляя теперь эту книгу, читатель сразу же убедится в том, что в нее, как мода на пласты, вошли почти все предыдущие произведения Галилея прежде всего «*De nova scientia*», затем очень важный, написанный в молодости, но не опубликованный «Трактат об усовершенствовании движений» («*De motu accelerato*»)¹¹⁰, «Письма о солнечных пятнах», «Послание к Ассети», «Послание к кардиналу Орсини о приливах и отливах» - одним словом, все творчество Галилея от 1540 до 1600 г. Оно развито здесь в очень многих направлениях, но объединено одной великой целью - представить не только астрономические, но и механические доводы в доказательство коперниканской системы встывать и разбиты, оставаясь в неизбежном ужасе перед физическим объектом в космосе¹¹¹, те возражения, которые может выдвинуть старая школа устами Симплицио.

Беседа длится четыре дня, и соответственно длится и длится четыре основные темы. Первая - между Землей и небесными телами нет столь существенных и прямых различий, чтобы предположить о возможных движениях Земли было приращением кривизмы второй одно из этих движений, а не о суточном вращении, не только может астрономическим наблюдением, но только вероятностью, что оно оказывается совсем иным, чем кажется. Движения же у Земли повернуты, третья - другое движение Земли - годичное, образ же не обнаружит Солнца - неизбежно сказывается все совокупностью наблюдаемых астрономических явлений, наконец, четвертая - оба эти движения, взятые вместе, вызывают как следствие определенное историческое явление, называемое на Земле - это прилив и отлив моря. Понимая, что, если в случае, как умест Галилей, завершающее историческое доказательство жизни коперниканской системы.

Но эта архитектура «Диалога», столь стройная и целостная в ее общем плане, затем не всегда выдерживается в беседах и спорах. Участники диалога случается уходят в сторону от той или другой темы, затем возвращаются и перенуты, нередко и вторгаются в области и тех же явлениях без видимой необходимости рассуждают дважды. Как Декарт отметил, что все эти отступления диктуются тягостно действующим приращением книги.¹¹² Однако для современного читателя, и в первую очередь для астронома, главная особенность - пожалуй, даже странность, «Диалога» заключается в том.

Галилей продолжает все сложное и великое так, как будто для перехода к системе Коперника достаточно признать несколько крупных орбит с Солнцем в их общем центре¹¹³ и дать каждой из планет равномерное движение по соответствующей окружности. Но при этом он оставляет без внимания самую важную характеристику планетных движений - именно их неравномерность. Она была раскрыта, как мы помним, еще греками. Кроме того, греческим астрономам удалось в сложном видимом движении планет выделить два неравенства - первое - соответствующее неравномерности движения планет в их орбитах и второе - прямое и обратное движение планет их стояния и т.п. Именно в этом и состояло одно из крупнейших математических достижений древней астрономии.

Чтобы учесть оба эти «неравенства», Птолемей, Птоме-

щая Землю в центре, вводил в свою систему эксцентры, эпициклы и экванты. Коперник, полагая в центре движений Солнце, устранил этим второе «неравенство», но первое, разумеется, оставалось, и учет его потребовал у Коперника введения столь сложного аппарата, как и у Птолемея, поэтому Коперник при...уже... был пользоваться эпи-эпициклами, эксцентр-эпициклами или эксцентриами эксцентриа

Эту основную трудность всех планетных теорий Галилей игнорирует в «Диалоге» совершенно, точно так же игнорирует он и то окончательное решение планетной задачи, которое было дано Кеплером. Больше чем за двадцать лет до появления «Диалога» Кеплер установил в «Astronomia nova» (1610) применительно к планете Марс, что орбита ее есть эллипс, в одном из фокусов которого находится Солнце, и что скорость планеты в любой точке ее орбиты обратно пропорциональна длине перпендикуляра, опущенного из этой точки на касательную к эллипсу в той его точке, где находится планета (таз называемый закон площадей). На все эти чрезвычайно важные обстоятельства Галилей в «Диалоге» закрывает глаза. Только один раз, уже в самом конце книги, Сальввати довольно неожиданно начинает говорить о том, что Солнце одну половину орбиты проходит на девять дней скорее, чем другую (вспомним Каллиппа). Но, продолжая, он, имеет ли место при продолжении меньших частей орбиты равномерное или неравномерное движение, «этого до сих пор еще не установили, быть может, и не исследовали»¹¹². В связи с этим уже совершенно непонятными словами высказывалось мнение, что Галилей вовсе и не читал «Astronomia nova» Кеплера. Однако с этим довольно трудно согласиться, так как в том же месте «Диалога» говорится о Марсе, «который так мучает современных астрономов»¹¹⁴.

Все это могло бы пытаться объяснить тем, что Галилей имел в виду дать в «Диалоге» отнюдь не ученый трактат по астрономии, то что являл своему девизу быть понятным возможно более широкому кругу, он создавал здесь одну из первых научно популярных книг. Действительно, во всем «Диалоге» нет ни одной формулы, а численные данные и результаты вычислений приводятся крайне редко и скупо. Но, на наш взгляд, причина этих странностей лежит не в этом и даже не в общем расхождении установок Галилея и Кеплера, а значительно более глубоко равно-

мерные круговые движения играли, как мы сейчас увидим, столь важную роль в механических построениях Галилея именно тех, которые он развивает в «Диалоге», и о которых уже не будет речи в его классических «Беседах» о двух новых открытиях знаний, (1638), что порвать с этой схемой Галилей принципиально не мог. Однако из одних равномерных обращений по круговым орбитам теоретически планеты создать невозможно, тем более возможно построить планетные таблицы. Между тем еще в 1627 г., т. е. за пять лет до появления «Диалога», Кеплер издал свои замечательные «Рудольфины» («Tabulae Rudolphinae» Lm, 1627), то были планетные таблицы, составленные на кеплеровых же законах движения¹¹⁵. Таким образом, то странной иронии судьбы, планетные схемы Галилея оказались в таком же отношении к теории Кеплера, в каком схема концентрических сфер Евдокса — Каллиппа — Аристотеля находилась к построениям и таблицам «Альмагеста».

В чем же состоит отличие между основными механическими началами, которые Галилей развивает в своем «Диалоге» и в «Беседах»? В последних Галилей излагает («День третий» и «День четвертый») теорию равноускоренного движения, в частности законы падения тел, исключительно в применении к явлениям земным. Вообще, в «Беседах» об астрономии речи уже не могло быть и не есть, все, что он здесь говорит, бесосновочно и классически и по праву являло восхитительную оценку, которую Лагранж дал этим открытиям Галилея¹¹⁶. Но в «Диалоге» механика была впервые призвана сыграть некоторую космическую роль. Но для этого еще не настало время!

В самом начале «Диалога» Галилей, борясь со странными динамическими воззрениями Аристотеля, излагает устами Сальвати открытия «нашего академика» о движении тел, падающих с высоты вертикально вниз или по наклонной плоскости. Он устанавливает, что скорость, приобретаемая телом на одинаковой высоте, в обоих случаях равна (и это есть первое гримасное заимствование закона живых сил), он разбивает положение о том, как увеличивается время падения по мере уменьшения наклона плоскости, затем, когда ему остается только перейти к пределу, Галилей высказывает следующее неожиданное положение:

«Но движение по линии горизонтальной, которая не опускается и не поднимается, есть круговое движение

вокруг центра следовательно, круговое движение «нельзя в естественным образом не может быть приобретено, а без предвещающего примолдия от движения, то, будучи однажды приобретено оно продолжается вечно регрессивно» с неизменной скоростью»¹².

Мы будем называть этот «образный принцип» Галилея «началом космической инерции», пользуясь им, Галилей представляет себе «порядочную систему мира как стройный и упорядоченный мир круговым движением с постоянной скоростью, «прямое» движение является как бы результатом этого порядка, оно преобразует мир из хаоса в космос.

«Согласно этому я заключаю, продолжает Сальвати, что только круговое движение в естественным образом соответствует тем телам природы, которые входят как составная часть во Вселенную, когда они находятся в порядке совершенном, то именно это движение предназначается природой для естественных тел в крайнем случае тогда, когда они оказываются не на месте, расположено не с нарушением порядка, и когда требуется привести их кратчайшим образом к их естественным местам»¹³.

Таким образом, не гармония систем и звуков статически отображается в мире, его бытие как космоса есть равновесие кругового движения его частей. Совершенно естественно, что при такой космологической схеме переход к гелиоцентрической модели, в частности к кеплеровым планетам был для Галилея закрыт совершенно, в этом, тем не менее, и заключаются причины той страстности и особенности «Диалога», в котором сказано выше. Но «идеальное движение и постоянность его вследствие каких-либо отвлеченных, философских соображений Галилея; в противя этому возразил, потому, что он следуя своему изреченному механизму и ньютонову, стал немедленно же применять найденные им законы движения тяжелых тел к мировому движению, в целом»¹⁴. Но в этих приложениях его «принцип космической инерции», который, как мыслят Янус, единственно был обращен к Аристотелю, а другим к Ньютону, «необходимо только был сыграть весьма тяжкую роль. Приведем два примера.

Одно из самых глубоких открытий Галилея, которое мы назовем теперь принципом относительности классической механики, изложено им в «Диалоге». Этот принцип выражен здесь не в виде формул и теорем, а в виде красоч-

ного описания явлений, происходящих в закрытой каюте под валубой корабля. В этой каюте в разных направлениях толкают бабы, работа в малом бассейне плавают в разные стороны, как и вода падает вертикально на подставку и отверстия и вода для человека играют в мяч, сообщая ему одинаковую скорость во всех направлениях и т.д. Галилей пишет: «После того, как вы внимательно наблюдаете все эти явления, пока корабль остается на месте, дайте ему движение с какой угодно скоростью, и тогда, если только движение его равномерно и не окажется ни в ту, ни в другую сторону, вы не обнаружите ни малейшего измещения во всех указанных явлениях, и поэтому никому из вас вы не сможете судить, движется ли корабль или стоит на месте»¹⁵.

Из подчеркнутых слов слов Галилея видно, что мы несколько не угадали дух истории и те модернизируем Галилея, когда называем теперь галилеевыми (или инерциальными) осями всякую систему осей, движущихся в пространстве равномерно и прямолинейно. Но здесь, к нашему удивлению обнаруживается, что тот раздел «Диалога», где приведено это замечательное предположение, дан с такой заметкой из полях книги «Опыт, который один доказывает ничтожность всех тех событий, какие приводятся против движения Земли»¹⁶. Таким образом Галилей применяет принцип относительности к явлениям на вращающейся Земле, он считает «жидкого, «каплярного» всякое движение, сообщаемое Землей телам, находящимся на ее поверхности. Поэтому многочисленные граммеры, рассматриваемые на протяжении Второго дня, падение груза с вышкой мачты, сшибающаяся мяч горизонтально по разным направлениям, так и вертикально и др., и все те рассуждения, которыми Галилей и прерывает доводы Птолемея о том, что вращающаяся Земля обгоняла бы предметы, брошенные с ее поверхности, или отставала от них и т.д., все это толкуется как бы не на месте и может быть и рассуждениям содействием механиком только с весьма существенным оговорками.

Другой пример Галилей как практик отдавал себе вполне ясный отчет о пределах и испытываемой силе там, где речь идет о предметах, вращающихся на шаре, выбрасываемых из беспримысливой трубы и т.п.¹⁷. Хотя формула для горизонтального ускорения была дана не Галилеем, а несколько позднее Галилеем тем не менее

в соответствующих местах «Диалогов» имеется ряд весьма важных положений, а именно, о «изолированном» движении вращаемого тела по касательной к окружности и в точке отрыва.¹²⁰ Но как только возникает вопрос о телах, находящихся на Земле, Галилей оставляет в стороне эти простые и ясные соображения, с помощью довольно сложных умозаключений, в которых «звизгают бесконечно малые величины различных порядков, он пытается доказать, что вес тела, как бы он ни был мал, превинует действие центробежной силы и лишает тело возможности оторваться от Земли.¹²¹ Когда же речь идет о небесных телах, то самая мысль о том, что и в их движении может проявляться действие центробежной силы, Галилею кажется нелепой. «Разве не говорят философы, что Луна и другие планеты... падают, потому что их удерживает скорость их движения? О, что за глубокие соображения!»¹²²

В манускриптах Леонардо да Винчи, начертанных его знаменитыми письменными «в зеркальном отображении» (a rovescio), имеется такая запись:¹²³ «La luna densa e grave, come sta, la luna» — Луна, плотная и тяжелая, на чем она держится, эта Луна?

На этот вопрос, поставленный задолго до Галилея, грядущим поколениям астрономов космическая механика Галилея, как мы видим, никакого ответа не дает, история науки будет ждать этого ответа еще около полутора столетия, пока, наконец, гением Ньютона двукратный принцип инерции Галилея будет выправлен до конца и на этой почве будет достигнут синтез механики земной, созданной Галилеем, и механики небесной, неизбежное начало которой положил Кеплер.

Оставаясь в том же плане механических построений Галилея, мы переходим теперь к его попытке дать одновременно, «по необходимости истинное», доказательство обоих движений Земли, основанное на теории приливов. Над этим явлением Галилей размышлял очень давно, что видно из упомянутого выше его письма к Belcario Vinta от 7 V 1610 г. среди мелких работ, им законченных, так указывается сочинение «De maris aestu» («О приливе моря»). Помимо этого, когда Галилей сообщал Кеплеру еще в 1597 г., что он «записал много доказательств» коперниканского учения, то таким могла являться только теория приливов, так как все прочие доказательства, приводимые в «Диалогах», основаны на телескопических

открытиях Галилея и, следовательно, в 1597 г. ему еще известны не были.

Окончательное выражение своим мыслям о приливах Галилей дал, как было упомянуто, в 1616 г. в Риме, изложив его в «Послании к кардиналу Орсини».¹²⁴ Теория, которую он здесь излагает, не подкреплена, да и не могла быть подкреплена в ту пору, какими-либо численными выкладками и результатами, она есть просто некоторая механическая интуиция, и хотя в данном случае эта интуиция обманула Галилея, тем не менее им была поставлена здесь вполне правильная и осмысленная задача, решение которой (никогда еще до конца не проведенное) могло бы иметь в других случаях известное значение.

Считая, что принцип относительности устраняет возможность обнаружить движение Земли при помощи опытов пад движением твердых тел, Галилей, естественно, приходит к выводу, что только «жидкие массы на земной поверхности, имеющие на ней столь большое распространение и не так тесно связанные с земным шаром, как его твердые составные части, оди только и могут дать нам указание о том, движется ли Земля или находится в состоянии покоя».¹²⁵

Рассмотрим поэтому движение жидкой частицы, она участвует во вращении Земли, так что направление ее скорости (относительно неподвижных звезд) через каждые 12 часов меняется на обратное, вместе с тем эта же частица участвует и в годичном движении Земли, направленном в течение суток все время в оди сторону; поэтому, если в данный момент обе эти скорости параллельны между собой, то через 12 часов они будут направлены антипараллельно, и в первом случае абсолютная скорость частицы будет равна сумме, во втором — разности скоростей. Таким образом в течение суток величина и направление абсолютной скорости жидкой частицы не прерывно меняются: ее движение будет ускоренным или замедленным.¹²⁶ В силу этого движение воды в каком-либо морском бассейне (в особенности если он расположен в направлении параллели земного шара) будет в общих чертах таким же, какое мы наблюдаем, например, в трюме большой барки, когда движение ее ускорится или замедлится. «При ускоренном движении, — пишет Галилей, — вода несколько поднимается у кормы и опускается у носа, а чем малопомалу приходит к подлинному движению всего местоположения и уже совершенно

не меняет ускорения, а движение его происходит спокойно и равномерно.¹²⁶ При зачислении движения происходит обратные явления.

Таким образом, периодическое ускорения и замедления движения воды служат причиной основного, полусуточного прилива, максимум которого отделен двенадцатичасовыми промежутками.

Такова сущность схема галилеевой теории приливов, хотя в условиях Значения она совершенно не соответствует действительности, но с точки зрения механической и термической разумеется, тем не менее. Напротив того, для истории географических песен и историй некоторые соображения, которые по поводу развивает Галилей Гал, он отчетливо владеет логикой собственное периодических колебаний системы, в главной причине колебаний с периодом в 12 часов при соединении действия против нее, еще другая «эта причина», — говорит Галилей, зависит от собственного вращения и соответственно длине и глубине вместилища обладает временем колебаний в 1, 2, 3 или 4 часа и т. д. действием в первой причине, она возмущает ее и устраняет ее действие, не давая воде возможности дойти и предельно даже в сторону соответствующего движения от такого протекновения действительности и прилива и отливов и колебаний, он уничтожается и в силу значительного затухания.¹²⁷ Анализируя Галилей охватывает изложения в колебаниях бассейна «Единственный эффект имеет свой период, например в 2 часа», то в некоторых случаях «случайное и что причиною действия будет согласованно давать импульсы и одну и ту же сторону, и при таком соединении, так сказать, единичных устремлений приливов будут велики и противоположных случаев движения воды будут ослаблены и море привлечено к состоянию покоя и в точности неподвижности»¹²⁸.

Из этих ссылок ясно становится очевидным, что галилеева теория приливов на дальнейших развитиях и осложнениях которой здесь нет оснований останавливаться) есть, что динамическая схема явления, основанная на принципе инерции, вод океана «Вытекающая из состояния равновесия — образно говорит Галилей, вода не только будет стремиться вернуться к своему первоначальному состоянию, но и ускорится, придет через это состояние к максимуму в той части, где она была

на низше всего, но и здесь вода не остановится, а снова ускорится обратно к тому же состоянию, и эта перемена воды ускорит нас, что и так как бы было нежелательно сразу вернуться от замедления к скорости движения и состоянию покоя»¹²⁹.

Соответствие этой основной сущности теории Галилея исключает действие какой бы то ни было приливовразрушающей силы, возможно действие таких сил Галилей придает роли только с которыми затискиваем гнемом. Отсюда Галилей вводит в теорию «Приливов, что тут действие Луны и Солнца и что эти явления имеют подобие явления — что это совершенно против моему рассуждению. Он замечает, что движение моря есть нечто осязаемое, ощущаемое нашими чувствами (sensus) и происходящее в огромных количествах воды. Мой рассуждение не может ни способствовать к тому, чтобы послужить точным делом света, тем не менее, телу, и возбудивший являющийся через скрытые качества (qualitates occultae) и причиною тому подобиям бредными, все это не только является, но и не может явиться причиной прилива, скорее уже наоборот, прилив в мозгах идет здесь к этой болтовне и кривизнам суждениям, а не к размышлениям, и к более глубоким явлениям природы и к их исследованиям»¹³⁰.

В этих словах Галилей объявляет войну той доктрине средневековой, которая, как мы видели выше, приписывала приливы таинственным влияниям Луны, которых, за которой шел и Кеплер.

Все это характерно для понимания науки в эпоху установления Галилея, для него мир разложен, больше того, он «осязаем», в нем нет скрытых влияний, нет таинственных, как в платонической теории, так и в теории приливов для познания космоса с его битиями, может быть даже его происхождения, но Галилею достаточно идти своей материей, ее равномерными круговыми движениями и их регулятором — движениями и рычагами, равновесием, ленточными или равноускоренными.

Все эти схемы Галилея оказались, однако, только эскизом космических механизмов, с помощью которых подтверждение и оправдание в лабиринтах и ослепе.

Нидерланд в одной формуле доказательства, над разработкой современного смысла которой человеческая мысль работает и по настоящее время, объединил законы движения планет, их ступенчатый и нечет, приливов вод океана;

при этом явление ливней оказалось обусловленным именно гравитацией Луны, сила притяжения теперь снова появилась как орудие знания природы, будучи лишена от той таинственной окраски, которую находило на нее мистическое мышление средних веков и которая так отталкивала Галилея.

С этого момента сделалось очевидным, что галилеево одновременное доказательство двойного движения Земли несостоятельно и что его теория ливней может в лучшем случае служить для объяснения некоторых частных явлений, каким оно и абсолютируется на Земле.¹⁴

Таким образом, космическая механика Галилея оказалась не в состоянии решить стоявших перед ней задач, в переходе же от нее к диаметрально противоположной небесной механике Ньютона, являющейся применением закона всемирного тяготения к планетной системе, динамика развития нашей науки проявила себя во всей своей непреложной необходимости.

Если современный астроном снимет «Диалог» Галилея с его недостаточного, прочисто механического фундамента, что же останется для него интересного в этой знаменитой книге?

Уже довольно много из ее содержания прошло перед нами на предыдущих страницах. Луна с ее загадочной поверхностью, пепельный свет, явление ливраций, солнечные пятна и вращение Солнца, фазы Венеры, лунное движение Земли оси и смена времен года.¹⁵ Все это сделалось теперь элементарным и вошло в учебники, относится к этим вопросам так, как к ним относились современники Галилея, мы уже не можем. Когда Сагредо, рассматривая классический чертеж, которым изображается смена освещения Земли по четырем временам года, говорит: «Признаюсь, я никогда не слышал ничего более замечательного, в я не могу поверить, чтобы человеческий разум когда-либо углублялся в более тонкие различия»¹⁶, то мы можем с удивлением черкнуть и рассуждениям Галилея, чем словам Сагредо слишком давно уже все это было выжито нашей культурой.¹⁷ Поэтому, казалось бы, ценность «Диалога» может сохра-

няться только под углом зрения чистой истории науки, где всякое высказывание, простое или сложное, правильное или неверное, имеет свою ценность в ретроспективном и осмысленном познании развития науки.

Но это не так!

В «Диалоге» Галилея имеется некоторая общая установка, делающая его живым и современным даже теперь, когда со дня смерти Галилея прошло триста лет. Эту установку мы усматриваем в том, как отсылается автор «Диалога» к будущему своей науке и к решению некоторых, совершенно недоступных в его время проблем.

Так же как Вселенная для Галилея безгранична в пространстве, так же безграничны для него в будущем возможности астрономии. «Когда же наступит», спрашивает Сагредо, говоря о телескопе, «преступит наблюдениям и открытиям с этим изумительным инструментом?» «Если успехи в этой области», отвечает Сальвати, «будут развиваться так же, как в отношении и других великих изобретений, то можно надеяться, что с течением времени удастся обнаружить многое, чего пока еще мы не в состоянии себе вообразить»¹⁸.

Это «многое» естественно лежит за пределами планетной системы и составляет то, что во времена Галилея можно было бы назвать Большой Вселенной.

«Кто решится утверждать, что пространство между Сатурном и неподвижными звездами, которое кажется нам перипатетикам пустым и бесплодным, свободно от других небесных тел? Не потому ли, что мы их не видим? Что же, разве четыре сатурна Юпитера и сатурны Сатурна¹⁹ только тогда появились на небе, когда мы их в первые увидели, и отныне не появятся? Пожалуй, и бесчисленные неподвижные звезды тоже не существовали, пока их люди не увидели. О, что за высокомерие и даже болтовня, что за лжекомплексное невежество людей!»²⁰

Этими словами великий астроном дает ясно понять, что он допускает возможность открытия засатурновых планет, он высказывает здесь мысль, которая была бы просто страшна в рамках средневековой культуры. Галилей знает также, что когда наука выйдет за пределы планетной системы и приступит к определению расстояния от Земли до неподвижных звезд, иначе говоря, когда она дойдет к проблеме звездных параллаксов, — они столкнутся с огромными трудностями, потому что эти параллаксы чрезвычайно малы, по

он постулял и в своем предшествующем творчестве. Уже довольно рано Галилей астал а ту точку зрения, что в системе Итолема эпициклы и эксцентры вводятся «чистыми астрономами» просто как рабочая гипотеза, никакого отношения к внешней реальности не имеющая¹⁴⁶. Но как надо постулять, чтобы в схеме Птолемея учесть хотя бы одно «первое неравенство», — об этом Галилей ни где ни разу не говорит, когда же он рассуждает с конериканской точки зрения, то высказывается как раз обратное, и эпициклы и эксцентры суть не только реальные но и единственно возможные формы движений в планетной системе. Так, орбиты спутников Юпитера суть эпициклы по отношению к Солнцу, орбиты Меркурия и Венеры эпициклы по отношению к Земле, орбита Марса вокруг Солнца — эксцентр по отношению к Земле.¹⁴⁷ Однако все это, очевидно, не больше, как игра определениями и словами, не вносящая никакой ясности в кардинальный вопрос планетной астрономии.

Таким образом, мы вправе сказать, что от задачи о неравномерном движении для лет Галилей стоял так же далеко во всем своем творчестве, как и в «Диалогах». Но мы не должны здесь забывать и того, что как раз движения открытых им спутников Юпитера — из чего сам Галилей имел в виду извлечь только практически полезный метод определения долгот, послужили основой для весьма глубоких выводов и обобщений, приведших к ответу на вопрос Леонарда и к окончательному решению планетной проблемы. Так, уже Кеплер весьма скоро после открытия им «третьего закона» (1619) видел, что квадраты време и обращения спутников вокруг Юпитера пропорциональны кубам их расстояний от планеты¹⁴⁸. Таким образом, в системе спутников имеет место та же самая зависимость между периодами и расстояниями, которая связывает расстояния самих планет от Солнца с периодами их обращений в орбитах. Далее теорию спутников развивал Дж. Борелли¹⁴⁹, он высказал мысль, что некоторая сила притягивает спутники к их планетам, а планеты к Солнцу и что эта сила уравновешивается центробежной силой, возникающей при круговом движении. Так поощенно Галилей — Кеплер Борелли подготовляли почву для заключительного открытия Ньютона¹⁵⁰.

Если же мы теперь перейдем к физический стороне нашей проблемы, то здесь не должно оставаться сомнений

в том, что именно Галилей больше, чем кто-либо, сделал для ее правильного решения почти все его открытия служат к утверждению космического единства Солнечной системы, Земля — такое же непрозрачное и отражающее свет тело, как Луна, Венера и Юпитер, ей присущи те же движения в пространстве, как и другим телам этой системы. Со свойственным ему мастерством стилиста Галилей утверждает это положение устами Сальвати:

«Что же касается Земли, то мы стремимся облагородить и поставить ее в условия большего совершенства, стараясь установить ее подобие небесным телам и тем самым как бы поместить ее на небо, откуда ее изгнали наши философы»¹⁵¹.

Именно это убеждение Галилей в физической однородности планет являлось основой его взглядов на природу комет: будучи уже de visu объектами, столь отличными от «плотных» тел Солнечной системы, кометы вообще не могут быть материальными телами: это временные, оптические явления, вроде галосов и паргелиев. Вот почему в «Диалогах», где сопоставляются две системы строя материального мира, о кометах говорится только мимоходом и вскользь.

Останавливаясь здесь подробно на том, как именно эта сторона учения Галилея, подкрепленная его открытиями и отразившаяся на его личной судьбе, должна была действовать на современников, означало бы повторять многое из сказанного на страницах этой статьи¹⁵². Несомненно, что Галилей нес человечеству новое мировоззрение, он указывал Земле и человеку новое место во Вселенной, совершенно отличное от того, чему его учили в течение долгого ряда веков. Вот почему папа Урбан VIII был по-своему прав, когда говорил, что учение Галилея для католической церкви опаснее, чем писания Кальвина и Лютера¹⁵³.

Наконец, последнее. Это грандиозное расширение Вселенной, когда Галилей говорит о возможности существования засатурных планет, когда он подчеркивает неизбежную малость звёздных параллакссов и вместе с тем предлагает метод их определения, это рождает его с нами, пожалуй, более, чем все остальное, и для нас вовсе не должно звучать как превеличие слова, которые вырываются у него, когда в январе 1638 г. он сообщает Elio Diodati о полной и безвозвратной утрате зрения.

«Вы можете себе представить, как я горюю, когда слышу что это небо, этот мир и Вселенная, которые мычии и удивительными наблюдениями и ясными доказательствами

расширения восточной Тасмании сравнить с тем, какими их считали люди двух тысяч лет назад.

Нет, эти слова правдивы и правдивы! Галилей в истории астрономии — это синтез, учений о космическом единстве Земли и всей материи мира, об относительности ее вечных движений и определений, но вместе с тем это и тоже черновое утверждение силы человеческого познания! Это тезис о безграничности внешней вселенной и метода, которым он привнес к своим ясным доказательствам, есть именно то, о котором говорил Лобачевский в стенах Казанского университета. «Читайте природу внимательным оком и она даст вам ответ, негременный и удовлетворительный».

КЛЕРО И ЕГО «ТЕОРИЯ ФИГУРЫ ЗЕМЛИ»*

«Из того, что в Лейбницевских учениях известно нам о теории соизмерения с Клеро о фигуре Земли, так как это что что книга должна быть прочитана»

Христиан Гольдбах и Леонард Эйлер
из Москвы. Париж 1744 г.

«Теория фигуры Земли, из Клеро, — это теория, в которой применяются метрические, а не геометрические методы к традиционным вопросам о фигуре Земли, — это теория, в которой и в отношении к ней Гольдбах и Эйлер, — это теория, посредством которой эту теорию можно считать, и отчетливо изложить предмет, также восточные»

Леонард Эйлер и Христиан Гольдбах
из Берлина 4 июля 1744 г.

1

Книга Клеро под названием «Теория фигуры Земли» появилась в начале гидростатики и была выдана в Париже в 1743 г. Год достопамятный в анналах физико-математических наук, так как тогда же в Париже, у того же королевского печатника Жана Батиста Кошара (J. B. Coignard) была издана и в той же книжной лавке издана «Теория» на улице Сен-Жак, продавалась в том же значительная книга под длинным титулом «Трактат о динамике, в котором законы равновесия и движения тел приводятся к наименьшему возможному числу, и излагаются они с пособием и где дается новый принцип для представления движения тел, действующих друг на друга каким-либо образом». То был один из первых трудов молодого Даламбера. Прошло тогда, в 1743 г., двадцать шесть лет, а Клеро уже тридцать. Они первыми начали говорить по-французски на языке новой науки — науки Ньютона, — новыми словами, прилагать методы анализа бесконечно малых к задачам механики, к проблемам движения небесных тел и к

* Издание 4-й серии. Теория фигуры Земли, — это теория, в которой применяются метрические, а не геометрические методы к традиционным вопросам о фигуре Земли. М. Изд. АН СССР 1977.

теории образования их фигур, и, несомненно, они положили этим начало всей французской математической школе второй половины XVIII и начала XIX в., в которой блистали имена Лапласа, Лагранжа, Лежандра, Пуассона и многих других.

Однако значение этого нового принципа, который Даламбер высказал в несколько туманной форме на страницах своего трактата, было окончательно раскрыто и обосновано только через несколько десятилетий, именно в 1788 г., в «Аналитической механике» Лагранжа. Между тем книга Клеро от самого ее появления и вплоть до наших дней остается одним из тех редких произведений физико-математического цикла, где за старинными обозначениями и терминами содержится окончательное решение, в строгих пределах поставленной точности, четко отграниченной и притом труднейшей проблемы, решение сохранившее свое теоретическое и практическое значение на все времена. Не существует курса по теории фигуры планет или по высшей геодезии, где бы десятки раз не говорилось про теорему Клеро, про дифференциальное уравнение Клеро, определяющее строение вращающейся неоднородной жидкой планеты, — уравнение, выведенное из самых условий ее равновесия. Нет ничего удивительного поэтому, что «проблема Клеро» являлась впоследствии предметом исследований и развития со стороны таких выдающихся математиков, какими были Лаплас, Пуанкаре и Ляпунов.

Почти в те самые годы, когда Клеро писал свой классический труд или немедленно вслед за этим, к его книге был составлен важный и утвердительный затем им самим комментарий, о котором необходимо сказать теперь же несколько слов. Произошло это следующим образом. Маркиза Эмилия дю Шатле (1706—1749), — сыгравшая столь значительную роль в судьбе Вольтера, — обладала при общей силе культуры той эпохи, еще и совершенно незаурядными математическими способностями. Ученица Самуила Кенига (1712—1757), — который сам вышел из школы Иоганна и Даниила Бернулли в Базеле и чье имя, кстати сказать, несколько позже, в 1750-х годах, шумело во всей ученой Европе после знаменитой «Диатрибы» Вольтера против Мопертюа, маркиза дю Шатле, «божественная Эмилия», как ее именовал Вольтер, на высших ступенях своего математического развития находилась под несомненным влиянием Клеро.

Под влиянием ли этого математика или повинувшись Вольтеру в его безоговорочном признании ньютоновой философии в целом, она, по-видимому, не без колебаний, после периода увлечения системой Лейбница², перешла на сторону ньютоновцев и приняла на себя значительный и важный труд — дать Франции полный перевод ньютоновых «Начал» с латинского на родной язык. Этот перевод она снабдила двумя комментариями. В первом, общедоступном, она дала строгое и превосходно написанное «Сокращенное изложение Системы мира». Второе носило название: «Аналитическое решение важнейших задач, относящихся к Системе мира», в пяти частях, содержание их было: I. О траекториях при всех предположениях о тяготении II. О притяжении тел с учетом их фигуры III. Об объяснении прецессии лунной ириком и гравитации IV. О фигуре Земли V. О приливах.

Из «Исторического предисловия», которым Вольтер снабдил издание этого перевода ньютоновых «Начал»³, мы узнаем, как составлялась эта математическая или, по тогдашней терминологии, «алгебра чешская» часть Комментария.

«Что касается Алгебраического комментария, — пишет Вольтер, — то это труд, стоящий высоко над переводом. Маркиза дю Шатле работала в нем по идеям Клеро (*sur les idées de Clairaut*), она сама производила все вычисления, и когда она заканчивала главы, г-н Клеро ее просматривал и исправлял. И это не все в столь тягостной работе всегда может проследить описью, в формулах очень легко оставить одну знак вместо другого. Г-н Клеро отдавал на просмотр третьему лицу все выкладки, после того, как они были приведены к окончательному виду, так что внутренне невозможно (*moralement impossible*), чтобы в этой работе остались ошибки от невнимания, и этого вообще можно было бы опасаться тем менее, что всякая работа, к которой приложил свою руку г-н Клеро, не может не быть превосходной в своем роде».

Как уже отмечено, Комментарий был закончен в 1745 г., всего через два года после выхода в свет книги Клеро, к тому же его работа над этим переводом подчеркивается и официально, в неизбежной тогда «апробации» книги к печати. В данном случае эта апробация гласит:

«По распоряжению Монсеньера Канцлера⁴ я прочел перевод «Математических начал натуральной философии»

вместе с алгебраическим комментарием к нему т.-ж. маркиза дю Шатле, и я не нашёл в них ни чего, что могло бы воспрепятствовать их печати. В Париже, 20 декабря 1745 г. Клеро»

Не останавливаясь далее на этой замечательной части XVIII в. в которой величайший публицист Франции, знаменитый математик и изыскатель маркиза дю Шатле над бесчисленными страницами ньютоновских «Начал» будем просто считать, что книга Клеро и IV часть Комментария дю Шатля, трактующая о фигуре Земли, составляют единое и нераздельное целое. К сожалению Комментарий не распространяется на вторую половину II части, книги Клеро, где излагается теория фигуры равновесия неоднородной шарообразной жидкости, т.-е. как раз то самое, что теперь составляет наипаче проблему Клеро»

После смерти Клеро его книга была перепечатана во Франции во время малолетней империи (1808 г.) Николаих примечаний и пояснений к тексту не дано, в анонимном предисловии это приписывается Пуассону, сказано:

«В третьей книге „Небесной механики“ Лапласа дано развитие этой теории и теория фигуры Земли во всей требуемой подробности, поэтому тот, кто пожелал бы изучить эту теорию и ее современное состояние, должен читать ее именно в этом изложении. Однако это отнюдь не освобождает нас от изучения хода рассуждений первых творцов этой теории. Наоборот, оно именно и возбуждает наш интерес к ним. Поэтому мы считаем, что второе издание книги Клеро принесет свою пользу, так как у него эти рассуждения изложены с таким изяществом (elegance), что уже этого одного было бы достаточно, чтобы сто книгу продолжали читать с живым интересом во все времена, независимо от того, как велики окажутся здесь дальнейшие успехи науки»

Кто бы ни был автор этой вводной страницы, написанной в 1808 г., он обнаружил здесь правильное юнание задач чистой науки, и его слова были, в сущности, и нашими словами, когда мы предпринимали этот перевод.

Кроме французских изданий книги Клеро имеется и в немецком переводе, издаваемом в известной серии «Классиков естественных Наук»¹. В этом издании сохранено старинное написание формул, оставлены основные опечатки, имевшиеся во французских изданиях², комментарий содержит только литературно-исторические, в некоторых местах совершенно неверные данные³.

Заметим, наконец, что довольно детальное критическое издание всей книги Клеро можно найти в известной английской книге Годгента «История теории притяжения и фигуры Земли»⁴.

Таковы важнейшие источники нашего издания. Приступая к нему, мы поставили своей задачей дать современному читателю по возможности легко читаемый и удобопонятный текст знаменитой книги. Поэтому написание формул в тексте приведено к современному, а в детальный комментарий введены те обозначения, которые приняты в теории фигуры планеты еще со времен Лапласа и которые применяются, на пример, в трактате Тиссерана и в работах Ляпунова⁵. И общую цель нашей работы мы видели не только в том, чтобы издать перевод книги Клеро, но и в том, чтобы в комментарии выявить ее живую и вечную связь с дальнейшим развитием теории фигуры планеты.

2

После этих предварительных замечаний о предыдущих изданиях книги Клеро и об имеющихся к ней комментариях оставим более общий вопрос в чем же состоит главная задача, которую решает ее автор, и с какими проблемами той эпохи связано ее появление?

Цель всей работы и как мы бы сказали теперь, ее общая задача и суть, прекрасно выражены самим Клеро в заключительных словах его произведения:

«Пользуясь тем, теория,— говорит он, находится уже в соответствии с малыми измерениями силы тяжести и с наблюдаемым скатием Юпитера, если, кроме этого теоретические измерения, которые мы ожидаем от германской астрономии дадут, о допущении их с малыми измерениями в Лапласии, для скатия Земли не будет меньшею чем 1/230-я то эта теория получит подтверждение, но если бы можно было так что закон всемирного тяготения, уже столь прекрасно согласующийся с движениями планет, окажется в таком же соответствии и с фигурами этих небесных тел»

Таким образом, одна из самых основных проблем науки XVIII столетия должна была возникнуть здесь свое последнее, окончательное решение. Получается ли вся материя столь давно раскрытому и столь привычному и его сущности за

кону всемирного тяготения? Верно ли, например, что Земля, — как некогда огненно-жидкая планета, — должна иметь форму эллипсоида, сплюснутаго по оси вращения? Так утверждал Ньютон. Но ведь, напротив того, из декартовой теории вихрей, из гипотезы «полного» декартова, а не «пустого» ньютонова пространства следовало, что ее фигура должна быть вытянута по оси, и, по-видимому, так оно и получилось из длинного ряда геодезических работ, блестяще начатых еще давным-давно, в 1679—1680 гг., во Франции астрономом Пикаром, затем прерванных в 1683 г. (после смерти знаменитого министра Кольбера), затем снова возобновленных в 1701 г. и законченных только к 1715 г. Жаком Кассини, вторым директором Парижской обсерватории.¹²

Вокруг этой дилеммы «сжатая или вытянутая?», или, как тогда говорили, «oblatum sive oblongum», и полыхали в ту эпоху ученые споры. Напряженье их было столь велико, что, например, в одном 1733 г. вышло шесть мечуаров, касавшихся проблемы фигуры Земли.¹³ От узкоспециальных вопросов, относящихся к астрономическим определениям разности широт и к триангуляциям эти споры переносились на самую высокую проблематику: от их исхода зависело решение о том или другой «системе мира», говоря языком того времени.

В этих условиях Парижская академия, пользовавшаяся сочувственным вниманием морского министра де Морепла, приняла историческое решение направить экспедицию из академиков математиков, астрономов и географов в область экватора, где теперь республика Эквадор, а тогда была землей союзного с Францией испанского короля, — с целью измерить длину дуги меридиана и соответствующую ей разность широт, а также длину дуги экватора и соответствующую ей разность долгот. Впрочем, от этой второй задачи Академия вскоре отказалась, и экспедиция, отбывшая из Франции в 1735 г., долгие восемь лет работала в труднейших условиях Перуанских Кордильер над измерением длины и, следовательно, по своему протяжению дуги меридиана под экватором (разность широт или амплитуда дуги — 3° 38'). Главные ее участники после разновременных приключений и опасностей поодиночке возвращались во Францию мертвыми, а в 1743 г. Буге этот замечательный экспедиционный материал встретил в книжках астрономов и теоретической физики, и в гравюрах,

и теории корабля¹⁴, затем в 1744 г. Ла Кондамин, соединив в себе обширную эрудицию с исключительной страстью ко всевозможным наблюдениям. После окончания геодезических работ в Перу он совершил опаснейшее путешествие в глубь Южноамериканского материка по неизведанной еще Амазонке, и оставил нам его превосходное описание.¹⁵ Наконец, третий, математик Годен, появился в Европе только в 1750 г., но во Францию не перулся, ставший в Кадиксе как профессор на службе испанской короны.

Одновременно с возвращением из этих громадных и тяжелых странствий и после всех трудов, осложненных бесконечными взаимными раздорами участники геранской экспедиции могли только узнать, что за время их долгого отсутствия проблема фигуры Земли была практически и принципиально решена, другая группа академиков сумела уже получить этот результат, и притом в весьма короткий срок. То была знаменитая лапландская экспедиция Парижской академии наук. Во главе ее стоял Пьеро Моро де Мопертюн (1698—1759), избранный академиком еще в 1723 г., в возрасте 26 лет, в числе ее участников находился Алексис Клод Клеро (1713—1765), молодой друг и в известной мере ученик Мопертюна. Как же все это произошло?

«Во время этих происшествий» — читаем мы в известной «Истории математики» Мопюкла¹⁶ — Мопертюн, который был вхож к графу де Морепла, однажды, во время его выздоровления, предложил ему миссию продолжительного путешествия: а именно экспедицию к Северному полярному кругу с тем чтобы поближе его измерить градус дуги меридиана. Законное нетерпение, с которым ожидали решения вопроса о фигуре Земли, побудило принять этот проект Мопертюна, в сопровождении академиков Клеро, Кавюса, Лемонье и аббата Утье, который был тогда «элевом» на Обсерватории, отправился в экспедицию, получив рекомендательные письма французского министерства к шведскому королю.¹⁷

Лапландская группа, к которой в Швецию присоединился профессор Цельсий, провела свою работу дружно и с энтузиазмом. Первоначально предполагалось проложить три ангуляционный ряд по прибрежным островам северной части Ботнического залива. Но на месте выяснилось, что все эти острова почти не возвышаются над уровнем моря, ставить на них сигналы, видимые издали, было бы невозможно. Поэтому решили вести триангуляцию по долине

реки Торнео, которая течет восток по меридиану с севера и впадает в залив у горы с тем же названием. Начав отсюда, прошли на север приблизительно 110 км. до местечка Пелло, под горой Китти. Вся триангуляция имеет форму растянутого семикольничка, ситагины, числом восемь, ставили на вершинах окрестных гор, прогребая к ним, при помощи приланных военных команд, тропы в лесах. Эта работа была закончена в два месяца (с 1-го августа 1736 г.). Трудности и трудности тогда и инструменты для измерения горных вышин тогда были примитивны, поэтому страдали от недостатка инструментов, которые черными тучами садились на людей и на их инструменты. Но все это превозмогли.

«Все наши переписки, пишет Мопертюи в своей отчетной книге¹⁸, и 63-дневное пребывание в этой глубине дали нам лучшую из всех сетей триангуляций, которую мы только могли желать. Работа, начатая нами, когда мы еще не знали, окажется ли она возможной, и, так сказать, наугад, оказалась вполне удачной: в ней мы как будто бы могли ставить горные вершины по вешнему желанию».

Во всей этой работе Мопертюи, очевидно, проявил нечто большее, чем умение сочинять песни: настойчивость и упорство, организаторский талант. Положив с триангуляцией, перешел к астрономическим наблюдениям. Программа их несомненно была тщательно продумана заранее. При помощи большого зенитного сектора (труба 9 фут, лимб в $5\frac{1}{2}^\circ$, делений через $7'30''$) — работа знаменитого Грэхма в Лондоне — определялись не зенитные расстояния какой-либо звезды, а только разности зенитных расстояний одной и той же звезды, последовательно наблюдаемой в меридианах сперва на севере, затем, после перевозки инструмента, на южном пункте триангуляции. Первой из этих зенитных звезд была δ Дракона, ее наблюдали 4, 5, 6, 8 и 10 октября в Киттисе и 1, 2, 3, 4, 5 ноября в Торнео. Дифференциальные поправки видимого места звезды за этот месяц, с учетом не только преломления, но и aberrации и nutation, Мопертюи получил от самого Брэддlea¹⁹, сделавшего еще только недавно эти бесмертные открытия. Со всеми этими поправками амплитуда дуги оказалась равной $37'27''$.

Там же, в Киттисе, определяли по Солнцу азимут двух выходных сторон триангуляции и ориентировали ее по меридиану. В декабре в одну неделю выполнили третью часть

сей работы: измерение базиса длиной около 15 км на дуге — самой реки Торнео, приблизительно по ее середине всей триангуляции. «Мы отправились к реке, пишет Мопертюи, с таким количеством саженей и с таким количеством тапаччи, сусальки и с гор привезенные инструменты»²⁰. Работу вел один артиллерийский провозной длиной длинными (10 м) лесопилами, которые врезались в землю при каждой температуре, сравнивались с другими, железными, а эти последние всяко перед проверялись по нормальной сажене (туза) в системе старинных французских мер), привезенной из Франции. Морозы во время работ стояли лютые (до -17° по Реомюру), французы страдали от них жестоко. Но и здесь все прошло благополучно и успешно. Измерения обеих партий разошлись всего на 10 см. После этого вычислили триангуляцию и обнаружили, что длина градуса получилась чуть ли не в 1000 тузов (2 км) больше, чем следовало, о книге Кассини от 1720 г. «Длина дуги — читаем мы у Мопертюи — которую мы измерили, оказалась в несколько раз больше той, которая вытекала из измерений, приведенных в упомянутой книге о величии и фигуре Земли, что это нас изумляло, и, несмотря на беспорядочность всей операции, мы решились провести самые строгие проверки всех наших работ»²¹.

Геодезическая часть их при многочисленных контрольных измерениях угла казалась вполне подтвержденной, поэтому повторили только то, что было легче всего повторить, именно астрономические наблюдения. Выбрав теперь другую звезду, именно α Тракана, наблюдали ее три раза (17, 18, 19 марта 1737 г.) в Торнео — затем три раза (4, 5, 6 апреля) в Киттисе. Амплитуда дуги, с теми поправками Брэддlea, получилась тогда $37'30''$. Мопертюи взял среднее из обоих измерений, откуда вычислительно получил длину дуги в градуса меридиана под средним широтой $66'20''$ в $17'37'9''$ туза, что и перенес на метрическую систему даст 111 км 949 м²². На этом основании работа экспедиции была закончена, она была забыта, однако, еще ряд астрономических наблюдений произвела для определения силы тяжести в Пелло, пользуясь равновесными маятниками от Леруа в Париже и от Грэхма в Лондоне. В июне отбыли в Стокгольм, и в сентябре 1737 г. через 15 месяцев после отправки, экспедиция вернулась во Францию.

Она привезла туда всякую Зелье, многооткачивала и, как действительно, уже в старинных работ Пикара было

известно, что длина радиуса меридиана под широтой Амьена (49°35') составляла 57 060 футов, т. е. 11 км 212 м. Таким образом у Полярного круга длина одного градуса получилась на 737 м больше, чем под широтой Северной Франции. Длина дуги меридиана, соответствующая изменению широты на 1°, увеличивалась весьма заметно от экватора к полюсу, а это было, — как тогда уже ясно понимали, совершенно несовместно с геометрией вытянутой каскиневой Земли²⁵.

Мопертюи по возвращении во Францию, попал в центр общего внимания. Делялись его портреты в лапландской шапке и в мехах, с палицей Герикулеса в одной руке и сжатым земным шариком в другой. Его книгу, превосходно написанную и изданную чрезвычайно быстро, меньше чем в один год, переводили на разные языки, шум вокруг нее и вокруг всей проблемы фигуры Земли не умолкал. Впоследствии Мопертюи писал:

«Вернувшись, мы столкнулись с значительными раздорами. Париж, жители которого не могут остаться безразличными ни по какому вопросу, разделялся на два лагеря: одни приняли нашу сторону, другие же считали, что для чести нации невозможно, чтобы у Земли осталась иностранная фигура, которую придумали один англичанин и один голландец»²⁶.

Разумеется, ньютоновцы могли только ликовать. Вольтер, — один из первых среди них во Франции, — еще лет 6—7 тому назад узнавал у Мопертюи о первых истинах закона тяготения, теперь он сам печатал в Амстердаме известную книгу об «Элементах ньютоновой философии», которая, кстати сказать, несколько позже послужила главным мотивом избрания его в корольство в Истербургской академии наук, после возвращения Мопертюи из Лапландии он писал ему письма, полные лестных похвал, Мопертюи получал в них титулы «сина Исаака», «гордости своего века», «того, кто сплюснул и Землю и всех Каскини». К одному из портретов «героя Севера» Вольтер написал хвалебные, впрочем чрезвычайно слабые (как сам он признавался), стихи. Но времена менялись, и через 13 лет после лапландской экспедиции, уже не на берегах Сены, а на берегах Ширеса, Мопертюи, тогда уже директор Берлинской академии наук, узнал на себе всю силу демонический влияния Вольтера. Стало ясно, что в связи с появлением доклада о туманной работе Мопертюи о «принципе

наименьшего действия», с выступлением упомянуто о уже Самуэля Кенинга, и заключилось бурным разрывом Вольтера с Фридрихом II и трагикомической историей ареста Вольтера и его плеченишми во Франкфурте²⁷.

Весь этот инцидент, мы бы сказали, одинаково тягостный как в биографии Мопертюи, так и в биографии Вольтера, — и связанный с ним знаменитый памфлет Вольтера: «Инатриба (от ювелира) доктора Адакии уроженцу Сен-Мало», все это чрезвычайно затрудняет для историка науки XVIII в. правильную оценку значения и лей Мопертюи, но, оставив в стороне его характер, который несомненно являлся несколько рекламным, и некоторое фантазерство во многих его писаниях, мы все же должны подчеркнуть здесь, что его роль в истории теории фигуры Земли немала: с 1732 г. начинается непрерывный ряд его публикаций по этому вопросу, причем в первой из них, как писал впоследствии Бальи, он оказался и первым из французских математиков, применившим закон тяготения²⁸, он, несомненно, обладал некоторым математическим дарованием и дал, например, простую формулу для вычисления сжатия меридиана по длине дуг одинаковой амплитуды, измеренных под разными широтами, он первый провел различие между «притяжением» и «тяжестью» и дал корректное решение задачи по заданной величине и направлению силы тяжести в точке оферонда найти величину и направление силы тяготения²⁹.

Это подчеркивает и Клеро в неоднократных ссылках на работы Мопертюи в своей книге³⁰. Все это, в связи с умелой организацией северной экспедиции — и независимо от ее результатов (о чем ниже), побуждает нас видеть в нем одного из первых геодезистов в современном понимании этого слова, великого энтузиаста своего дела. Но, вместе с тем, и его рассуждения о «наименьшем действии» заключали в себе зерно некоторой истины, ибо известно, что Эйлер, подвергнувший эту проблему анализу с глубокой и сильной, значительно превосходившими возможности Мопертюи, ввел в научный обиход навсегда сохранившееся название «принципа Мопертюи»³¹, так что герой лапландской экспедиции остался известен в истории науки еще и как провозвестник вариационных принципов механики.

В эту пору из чужих, смещенных языков XVIII столетия, — но как бы и самотворных, — раскинувшись по территории, — в первую очередь в ирландском, — истрачено много чуждаго, — рошел Клеро своею историческою жизнью. Его биография, по своему отличию от жизнеописания, — в нем, — подает людям зноих Имена, — сь, — в мире, — Фридриха, — Густавы, — или, — в Голландии, — в Ватерлоо, — в отличие от биографии, — в Ватерлоо, — Каульбара, — Андре, — не встречают в нем, — Писать ее, — значит, — представить, — картину, — в то, — в то, — в то, — сразу перейти к персону, — в работу.

Уильям Кэмпбелл родился 13 мая 1713 г. в Париже, в семье Жюльетты Кэмпбелл, преподавателя математики в школе Берниеского колледжа — аула, — втором в семье, насчитывавшем всего 2 ребенка. Преждевременность с математическим развитием приводит теперь странное и необычайно замечательное. Он учился вправду по чертежам календарных Фольта, в девяти годах свободно читал книги де Фонтенна по классическим сечениям, а в двенадцать лет математик, на тринадцатом году написал свой первый мемуар об эллипсе, читал ма в его Салюнах, представил своему отцу Академик, чтобы он прочел там свою работу, а эта работа много соответствовала его возрасту, что вызвало сомнение, может ли она действительно ему принадлежать, и только тогда, когда по вопросам, ему поставленным Академиком убедился, что мальчик действительно ребенок, он был объявлен, отпущен и получил право на участие в занятиях, приходящихся, в школе к занятиям, но в старшей школе приключившись, не мог сдержать своего восторга, так как ребенок, достойный уважения, а не просто математический подкап.

Таким образом, в течение своего короткого пути к славе роль начала. Затем черед пришел к нему снова: похоть, тяжелую болезнь, которую представлял Адам, а в 1724 — своего знаменитый мемуар. После долгого и трудного излечения от болезни, которым он страдал, он начал переписывать свои мемуары. Тринадцать лет спустя, в 1737, он начал писать о биографии «Адама» для его потомков, чтобы мемуар был возможен своим потомкам. В 1740 году он закончил свой труд, который был одобрен им самим. Он был одобрен им самим, который был одобрен им самим.

которой есть авторские проекты, выходящие за пределы
данных, а также, в ряде случаев, и те, которые не
содержат в себе, которую считают общечеловеческой и всеобщей
значимые геометрии»²⁷

Естественно, что после этой работы Академии стремились уделить побольше внимания юности в своей среде. Но по мере роста активности Академики не могли быть моложе двадцати лет. Поэтому через графа де Морела возбуждают ходатайство перед Императором XV о снижении минимального возраста членства в Академии, который мечтает быть равным с тем, что в Академии восточных языков, и установить его на 14 лет. В 1751 г. дополнительно на экзамене приняты только старые члены, среди них Буеуш, а юные этого года не поступают, достигая в своем роде заведомо низкого барьера, который Академия ставит перед собой. В 1752 г.

Вскоре после этого решаю делиться с его вдовой с Малертом, который должен его сопровождать, отправляясь в Базель, к знаменитейшему тогда црел математиков-тарде, о нахождении Еврала Юганиса Бернгуни, учителя Конарда Уатера. Скорее всего там остануться - вероятно, по биограф Клерт говорит, что ему, мне пришло, пожелать об этом известии, как то, тому, какому статусный, которые он извлек, так и с ситу тех, руже, ствк, их отношении, которые у его завязались с Бернгуни и его почтенным семейством.²⁴

На возвращении из Базеля в Париж Клерэ и Молиертон находят в самом разгар споров о фигуре Земли: готовность перуанская экспедиция, а Молиертон как мы уже знаем, задумал свой собственный проект — для того чтобы «испытывать» своего молодого по-уже в свое лето в духе «представлениям астрономическим» работам, Молиертон уже «слишком далеко от города, в Мон-Вальери», который те да «не держивалкой, а значительно позднее с самим из фортов внеш-ней обороны Парижа. Теперь они в ми пред, клячим слово современнику и биографу Клерэ».

«Здальние от Парижа все же не потеряли из виду ни одного из нас», — писал в письме к семье, знаменитый француз де Шатобриан, будущий математик и Уэстро и он часто врал, приезжая в Мил. Валерий в имени отца взял да и составил эту книгу об «Элементе таксометрии», которую он опубликовал затем в 1741 г. »

Но не ошибся ты, здесь старинный алгебраический элемент, а ты же знаешь, что алгебра — это наука о числах.

маркизы³⁶, того самого, для которого она сама составила «Основы физики» в духе лейбнианской философии³⁷. Или вообще современному биографу нет оснований дальше останавливаться на этой страничке, чем того требует соотношение о встречах в Мон-Валерье?

Проходит еще год-другой. Клеро участвует в лапландской экспедиции; по возвращении ему назначается от короля пенсия в 1000 ливров, и меньше чем через год король утверждает его, по представлению Академии, в звании пенсионера, т. е. действительного члена Академии по механике. Ему теперь около 25 лет³⁸.

На этом его фактическая биография закончена, все дальнейшее было бы сплошным перечнем его работ. Но на изучении его творчества в целом мы здесь не можем останавливаться, заметим только, что оно довольно многообразно и, помимо общих проблем анализа, геометрии, механики, содержит обширные разделы по теории движения Луны и Земли и ее фигуры, по теории кометы Галлея, по прикладным темам (теория aberrации, ахроматические объективы, маневрирование кораблей). В ряде вопросов геометрии, анализа, небесной механики Клеро является основоположником и создателем великих ценностей³⁹.

Особенно замечательна — помимо книги о «Теории фигуры Земли» — его теория движения Луны, где он первый разъяснил загадку с движением лунного перигея, так волновавшую астрономов XVIII в.⁴⁰, и его работы по движению кометы Галлея, где он первый применил «численные методы» (так называемые механические квадратуры) для вычисления возмущений кометы от Юпитера и Сатурна и показал, что действие этих планет замедляет ее оборот (1682—1758) по сравнению с предыдущим (1607—1682) на 518 дней, соответственно этому 14 ноября 1758 г. Клеро сообщил в Академию, что комета будет в перигелии 13 апреля 1759 г. По наблюдениям же, комета Галлея, появление которой было, таким образом, за всю историю человечества впервые предвычислено, прошла через перигелий 13 марта 1759 г.; ошибка вычисления составила 31 день⁴¹. Но впоследствии Клеро улучшил свои вычисления и довел расхождение до 19 дней, что можно было, действительно, считать великим торжеством вычислительной астрономии, произведшим яркое впечатление на всех, кто только видел тогда комету Галлея или хотя бы слышал про нее.

Так, в тиши своей комнаты, этот спокойный и, как мы

читаем, всегда любезный человек и приятный собеседник и ел от одного триумфа к другому. Его слава росла, советскому читателю будет интересно узнать, что две его работы получили премии Петербургской академии наук и напечатаны на французском языке в Петербурге, то были

1) «*Théorie de la lune, deduite du seul principe de l'attraction, respectivement proportionnelle aux carrés des distances*» («Теория движения Луны, выведенная единственно из закона притяжения, пропорционального квадратам расстояний»);

Работа получила в 1751 г. (еще до того, как был объявлен конкурс) по этой премии хранения и по сей день в архиве Академии, в нем имеется подлинная рукопись Клеро и отзывы Гольдбаха, Эйлера и Гейнзигуса Эйлер, выписав подробно достоинства работы, писал в заключении (по-латыни): «По этим причинам эту диссертацию не только нужно считать достойной высшей награды, но через нее и слава знаменитейшей Академии возрастает не незначительно, так как, предположив вопросы столь трудные, она придала ясности положения самые скрытые».

Премированная работа Клеро напечатана в Петербурге в 1752 г. Похвальную речь по случаю присуждения премии держал Никита Попов, назначенный профессором астрономии в 1751 г.⁴²

2) Вторая премированная работа была «*Recherches sur la comète des années 1531, 1607, 1682 et 1759 pour servir de supplément à la thèse, par laquelle on avait annoncé le temps du retour de cette comète*» («Исследования о комете 1531, 1607, 1682 и 1759 гг., служащие продолжением работы, в которой было назначено время возвращения этой кометы»).

Премия по этой теме, объявленной в 1761 г., была присуждена в сентябре 1762 г.; именно здесь Клеро определил момент прохождения кометы Галлея через перигелий с точностью до 19 дней, — что обычно забывают в истории астрономии, где принято говорить об ошибке Клеро на 1 месяц.

Если бы список дошедших до нас работ Клеро был ограничен этими двумя премированными в стенах Петербургской академии работами и его «Теорией фигуры Земли», то уже этого было бы достаточно, чтобы мы ценили в нем того геометра, который в период промежуточный между Ньютоном и Лапласом, больше чем кто-либо сделал для утверждения закона всемирного тяготения в его величай-

них глубинах и следовательно, для развития деятельности астрономов самым важным при этом представляется не механика и астрономия, мы могли бы эту эпоху считать только «Трактатом по динамике» и «Твором предварения равноденствий» Даламбера⁴¹.

В промежуток между двумя прецинами Петербургской академии Клеро был избран ее членом⁴², и в фондах Архива АН СССР сохраняется его благодарное письмо⁴³ от 16 июня 1751 г. с благодарностью к Высочайшему императорскому президенту Академии графу Разумовскому.

Мы только что упомянули рядом имени Клеро Даламбера. Действительно для истории науки они представляют немалую ценность для биографов, разделяющих трагичность дружеских отношений, как говорят, между двумя из сторон Даламбера, отдаленно догадываясь о Клеро. Не было, конечно, предостережения Клеро, против которой Даламбер не возражал бы, и притом — как говорит Монтюкля, «с той мелочностью и с той особенной аффектацией за которыми скрывается не меньшей мере желанное обещание»⁴⁴.

В немногих случаях (об одном из них мы узнаем ниже) Даламбер был прав, но в большинстве — бессмысленно придирчив. Мы видели, например, что Клеро предвещает возвращение кометы Галлея к перигелию с ошибкой в 1 час с 50 сек. Как была относительная погрешность этого вычисления? Большинство астрономов считали, что это один месяц, а значит по отношению к 76 годам обращения кометы, т. е. приблизительно 1/9000. Даламбер возражал: «Клеро говорил он, вычислял, и, с самым периодом, а его возмущения он нашел величии эту, возмущения в 600 дней, и раз ошибся при этом на 30 дней то относительная ошибка его вычисления есть $\frac{1}{2}$ »⁴⁵. Разумеется, все это ненужная и злая игра слов. Но так повторялось много раз, и длинный ряд страниц в «Journal des Savants» за годы 1758 — 1763 заполнен полемикой этих замечательных людей, здесь бескомпромиссно показав, особенно в последние годы, страсть к натуре и к аргументу и к участию даже в эрзевых спорах⁴⁶.

Эта триумфальная битва окончилась после 1762 г., когда Клеро, как бы собрав все силы, опубликовал статью «Размышления о равнодействии между Даламбером и мною»⁴⁷, где отвечал на критику и в частности кометы Галлея и на теорию Луны.

Как раз после этого Клеро в доли он расцвистел и в возмущении, и от какой то остроты сморщился и скупился, и описанию, возможно, с трудом. Это проявилось в его работе.

Словом сходятся и Академии в том же духе, роник, как и в том же духе, смир Фитес, и был другом и Даламбера, и Клеро. И сам Даламбер, который и обеих академиях, и Физической и Академии наук, говорил десятки раз, давая другим понять, насколько близки члены обеих этих организаций на этот раз, и вышел ни слова, чтобы почтить память своего ближайшего и знаменитого «брата».

Леония Клеро по секции механики в том же 1765 г., и без задержки, перешла, по праву Даламбера, и описывает ее еще 18 лет и много раз возвращался в своих работах к критике теорий и результатов Клеро.

Ученый Клеро, Баллон, горько переживал личную и научную, в частности он писал:

«Главная заслуга Клеро была его талант и приложим. Несмотря на его теория, он не останавливался перед деталями. Он считал, что истина, практически важная, заслуживает предпочтения перед теми, которые остаются необработанными в десятках страниц и алгебраических выкладок, поэтому он не давал ни себе, ни другим. Его имя было известно, и люди превозносили его, будто повторяли в шею»⁴⁸.

4

Из всего творчества Клеро нас интересует здесь ближайшая работа, связанная с теорией фигуры Земли. Как вы помните, мы говорили о том, что эта теория оказывается в ней не только предостережением, а также и боком, и принципом. Имя Клеро, и в частности и XVIII столетия, и в настоящее время и в настоящее время и в настоящее время. Но все это было, если так можно выразиться, гидростатика в малом, т. е. преимущественно вопросы о равновесии тяжелых тел погруженных в жидкость. Но для решения гидростатических проблем в малом, например для определения фигуры жидкой планеты, необходимо вращаться в пространстве, для этого общими методами и приемами во времени и пространстве Клеро не существовал. И только только отдельные, своеобразные «природы», предложенные величайшими математиками.

тиками и механиками XVII столетия — Ньютоном и Гюйгенсом

В своих «Началах» Ньютон поставил и до конца решил задачу о фигуре равновесия вращающейся жидкой массы, предположив, что жидкость однородна, что все ее частицы взаимно притягиваются по закону всемирного тяготения, и допустив априорно, что жидкая планета имеет фигуру эллипсоида вращения, слабо сжатого по полярной оси. Для своего решения Ньютон ввел понятие «веса» столбов жидкой массы, т. е. равныхных от плоскости и от экватора к ее центру. Эти «веса» получались у него определенным образом из сил притяжения, действующих на частицы столбов от всей жидкой массы, из длинны этих столбов и из центробежной силы, действующей на частицы экваториального столба. Введя это своеобразное понятие «веса», Ньютон утверждал, что для равновесия жидкой планеты, вращающейся как твердое тело вокруг своей полярной оси, необходимо, чтобы «веса» обоих столбов полярного и экваториального были между собой равны.⁴⁸

Второй принцип, предложенный Гюйгенсом, который он принимал всемирного тяготения и, стоя на позициях Лейбница, допускал лишь притяжение всех частиц жидкости к ее центру, казался гораздо проще ньютонова и гласил, что для равновесия жидкой массы необходимо, чтобы в каждой точке ее поверхности направление силы тяжести (или веса в обычном смысле этого слова, т. е. равнодействующей сил притяжения и центробежной) было направлено по перпендикуляру к поверхности жидкости. Гюйгенс высказал этот принцип в 1690 г. в статье «О силе тяжести», приложенной к знаменитому «Трактату о свете».⁴⁹

То, что каждый из этих принципов был необходим для равновесия, вступало с очевидностью из рассуждений как Ньютона, так и Гюйгенса. Но был ли каждый из них в отдельности или они оба, взятые совместно, как полагал Буге,⁵⁰ достаточны для равновесия жидкой планеты, этого никто тогда не знал, и Клеро справедливо замечал, что если оба эти принципа друг от друга независимы, то где гарантия, что не имеются еще и другие условия равновесия, совершенно отличные от постулатов Ньютона и Гюйгенса, но столь же необходимые для равновесия?

Весь этот комплекс вопросов Клеро разрешил полностью на первых же страницах своей книги о теории фигуры Земли. Он дал условие, и только одно и достаточное для

равновесия. Вместо двух «ньютоновых» условий он рассматривал канал любой формы, взятый в жидкой и замкнутой себе или заканчивающийся в двух точках ее поверхности. Он утверждал, что равновесие в нем невозможно, если только условия (efforts) всех частей жидкости в нем заключенных не уничтожат друг друга. Что это за таинственные условия жидкости? Достаточно немного задуматься в гениальной Клеро, чтобы увидеть, что под этим термином он понимал просто давления различающиеся в канале, следовательно, он утверждал, что разность давлений, взятая по всему ходу любого замкнутого канала, в случае его равновесия должна приводиться к нулю. Отсюда немедленно получалось, что разность давлений в любых двух точках канала зависит только от их положения внутри жидкой массы, но не может, в случае равновесия, зависеть от формы канала, между ними проведенного, и далее, отсюда вытекало, что давления в любой точке на поверхности жидкой массы при равновесии должны быть между собой равны, а отсюда весьма просто следовал также и принцип Гюйгенса.

Это гениальное в своей простоте соображение «пришло гидростатике совершенно иной вид и превратило ее в новую науку», так говорит Лагранж в своем очерке принципов гидростатики.⁵¹

Разумеется, это открытие бросало яркий свет на принцип и на вычисления Ньютона, то, что он называл «всемим» (pondera) столбов, были просто давления, производимые в центре массы полярным и экваториальным каналами жидкости, и ньютоново условие равновесия оказывалось совершенно интуитивным, но вместе с тем делалось очевидным, что этот принцип, даже взятый совместно с принципом Гюйгенса, еще недостаточен как условие равновесия (§ 15 первой части книги Клеро).

Но здесь необходимо отметить еще одно существенное и любопытное обстоятельство. Чисто физическое соображение изданное Клеро как условие равновесия, гениально сошлось у него с другим открытием, которое он сделал по математическому анализу за три-четыре года перед тем. Эту теорему его мы приведем сейчас дословно по тексту уже пожалевшей рукописи Клеро, посланной им в Петербургскую академию вместе с письмом от 17 сентября 1740 г. на имя Эйлера.⁵²

Содержание этой теоремы таково.

Если Adx Bdy представляет собой дифференциал какой-либо величины, составленной из x и y и из постоянных, то утверждение, что дифференциал от A , считая только y переменным и отбрасывая dy равен дифференциалу от B , равносильно только x переменным и отбрасывая dx что и выражаю так

$$\frac{\partial A}{\partial y} = \frac{\partial B}{\partial x}$$

Таким образом, мы имеем здесь первую формулировку теоремы о равенстве накрест взятых производных в полном дифференциале функции двух переменных, с той несущественной оговоркой, что Клеро не выводит ни термина, и специального обозначения для частных производных. Это именно теорему он и применил к условию равновесия каналов в жидкой массе, показав (в главе IV первой части), что элементарное усилие или, как мы сказали бы теперь, дифференциал давления, на элементе длины канала всегда приводится в дифференциальной форме Qdx Pdy где Q и P — это проекции действующей силы на перпендикулярные оси, суть функции координат точек x , y , а dx , dy — проекция на те же оси бесконечно малого отрезка канала. Отсюда Клеро приходит к убеждению, что «всякий раз, как будет соблюдено условие

$$\frac{dP}{dx} = \frac{dQ}{dy}$$

можно быть уверенным, что равновесие будет иметь место в жидкости» (§ 17 первой части). В конце IV главы Клеро распространяет это условие на жидкость, отвечающую задачу, вводя проекции сил на три ос. координат (§ 46 и далее).

Всеми этими рассуждениями Сала в сущности, создана аналитическая гидростатика. И это тем более замечательно, что фундаментальное для ее понятие давления еще не было систематически введено в науку, этот последний шаг был сделан Эйлером лишь через 12 лет после появления книги Клеро в работе «*Principes généraux du mouvement des Fluides*»³³, где применен впервые и самый символ p для обозначения давления. Однако Лавуазье в упомянутом очерке дает ясно понятие, что эйлеровы уравнения равновесия жидкой массы находятся в теснейшей связи с общим принципом равновесия, данным Клеро. Несомненно к то-

му же, что и введение в формулировку этого принципа термина «элементарное усилие» со стороны Клеро и математиков например, Лапласа, было так же естественным развитием основного положения Клеро о том, что в случае равновесия элементарное усилие есть полный дифференциал.

Первая часть книги Клеро содержит систематическое развитие этих общих принципов и приложение его к различным действиям жидкости, различно обусловленным как свойствами, так и более сложными свойствами аналитическому выражению (Несколько часть читатель мог видеть в первом издании сочинений Клеро в переводе на современный язык терминологии Клеро) «элементарное усилие» или элементарное давление dp «всех частей канала» — что разность давлений на его концах — имеет название, равную приложенным объемам с обеих сторон отрезка канала.

Вместе с тем, имея в виду представить книгу Клеро на фоне историческом фоне науки XVIII в. мы должны здесь же подчеркнуть один пробел, оставленный Клеро в формулировке его принципа. Элементарное усилие, как мы видели, должно быть, в случае равновесия, полным дифференциалом некоторой функции от двух (или трех) переменных. Но в свойствах этой функции Клеро не сделал никаких оговорок. С удивительной проглядывающей дальностью (после смерти Клеро) заметил, что если эта функция неоднозначна или если внутри силового поля имеются особые точки этой функции, то равновесие все равно не будет иметь места. Лапласер развил эти замечания в мемуаре «*Sur l'équilibre des fluides*», опубликованном в 1766 г. Как видим, когда от жизни людей мы переходим к истории научных истин, имена Клеро и Лапласа должны быть снова поставлены в ряд, как одно рядом с другим.

Во второй части своей книги Клеро переходит от общих вопросов к фигурам равновесия жидких планет. В I главе рассматривается случай однородной жидкости. Как мы уже сказали, теория однородных жидких планет была начата Ньютоном, позднее она была весьма существенно развита Маклореном в «Трактате о флюидах», вышедшем в свет всего за год до появления книги Клеро³⁴. Здесь условие равновесия приведено к уравнению, связывающему угловую скорость вращения ω жидкой массы и ее плотность ρ (точнее говоря, отношение ω^2/ρ) с сжатием того эллипсоида вращения, который служит изохерностью

уровня жидкой планеты; таким образом, здесь возможна лишь линейная теория фигур течения, а не просто допущена, как у Ньютона. Клеро находит метод Маклорена столь прекрасным и глубоким, что ведет изложение этой проблемы следую точно за Маклореном, и дает его уравнение равновесия.

Однако в этой теории жидкой однородной планеты последнее слово принадлежало все же не Маклорену и Клеро, а Даламберу и Лагранжу. В мемуаре, опубликованном через три года, тот после изложения работы Клеро, Даламбер и Лагранж показали, что уравнение равновесия Маклорена — Клеро и доказали, что если при данном значении отношения $\omega^2 R^3 / g$ равновесие жидкой массы возможно, то ему будут соответствовать вообще говоря, не одна, а две фигуры равновесия, иными словами, два эллипсоида вращения с различными сжатиями. Этот мемуар Даламбера⁵⁵ является одним из прекраснейших в его творчестве, он особенно замечателен тем, что в нем впервые ставится вопрос об устойчивости фигур равновесия, так что с ним может быть в известной мере исторически связана теория линейных серий фигур равновесия, созданная впоследствии Пуанкаре.

Все следующие главы второй части книги Клеро посвящены проблеме фигур равновесия неоднородной жидкости — вопросу, в котором Клеро предшественников совершенно не имел. Эти главы и составляют как бы самое ядро его книги, ее наиболее существенную часть. Результаты Клеро здесь особенно удивительны в свете дальнейшего развития этой проблемы. Дело в том, что значительно позднее было доказано, что для неоднородной вращающейся жидкой массы эллипсоидальные конфигурации вообще невозможны, то вместе с тем было строго доказано и то, что в первом приближении, если центробежная сила, развиваемая при вращении, настолько мала по сравнению с притяжением, что квадратом отношения этих сил можно пренебречь, то эллипсоидальные конфигурации, как форма равновесия, возможны.⁵⁶

Разумеется, Клеро ничего этого не знал; он просто ограничил себя этим первым приближением и шел обратным путем, т. е. он не разыскивал возможных конфигураций равновесия вообще, а проверял, может ли быть фигурой равновесия эллипсоид вращения, сжатие которого было бы величиной того же порядка малости, как и упомянутое отношение центробежной силы к силе притяжения. Словом,

Клеро гостюгал в отношении неоднородной жидкости совершенно так же, как Ньютон в отношении однородной, но принципиальное различие обоих случаев было то, что ньютоново решение оказалось впоследствии частным случаем общей теории, не зависящим от каких бы то ни было приближений, а то время как допущение Клеро оказалось приемлемым в той и только той степени приближения, с которой он его проводил. Действуя этим методом проверки, Клеро не только доказал возможность первого приближения, но и привел условие равновесия эллипсоида к некоторому интегро-дифференциальному уравнению, теоретически говоря, это уравнение дает возможность определить сжатия последовательных слоев неоднородной жидкости, если их плотности заданы как функция расстояния от центра («основное уравнение» Клеро, § 55 второй части).

За такую постановку проблемы академик А. М. Ляпунов в своих дни довольно сурово порицал Клеро.⁵⁷ Но, учитывая все сказанное академиком А. М. Ляпуновым, мы должны отметить и то, что Клеро в его эпоху о втором приближении не мог и мечтать, а с другой стороны, что никто не сделал больше, чем сам академик А. М. Ляпунов, для утверждения значения результатов Клеро. Так, в мемуаре 1903 г., примененном ко всей проблеме равновесия неоднородной жидкости совершенно новый метод последовательных приближений, не связанный ни с какими допущениями о форме жидкой массы, А. М. Ляпунов в первом приближении получает именно уравнение Клеро⁵⁸, а в мемуаре 1904 г., исследуя это уравнение, А. М. Ляпунов показал, что оно допускает решение для функции, определяющей форму слоев, при столь широких предположениях о плотности слоев внутри массы (например, предполагая ее прерывной), которые далеко превосходят по своей общности все то, что могли представлять себе математики XVIII в. Для этого анализа А. М. Ляпунов создал специальный класс интегралов, превращенных здесь при помощи ряда частных предположений в интегралы Стильтьеса. Все эти исследования показали, какую глубоко-о трактовку все еще допускает старинная проблема Клеро.

Разумеется, та цель, которую преследовал сам Клеро, могла быть и была совершенно иной. На этот раз другая задача — определить теоретически возможные пределы для сжатия Земли, если считать, что она представляет собою неоднородную жидкую планету, этот вопрос был для него

тем более острым, что в «Началах» Ньютона он приходил на него ответ, однако правильность этого ответа Клеро принципиально отрицал.

Дело в том, что в 1-м и 2-м изданиях «Начала» (1687 и 1713 гг.) в конце предложения XIX книги III у Ньютона имелось следующее утверждение:

«Так обстоит все это в предположении, что вещество планеты однородно. Однако, если вещество плотнее у центра, чем по окружности, то диаметр проведенный от востока к западу будет еще больше».

Таким образом, Ньютон утверждал здесь, что сжатие неоднородной планеты должно быть больше, чем у однородной (при одинаковой величине отношения центростремительной силы к силе тяжести). Между тем по теории Клеро получалось как раз обратное. Поэтому в целом ряде мест своей книги⁵⁰ Клеро приводит возражения против этого утверждения Ньютона, не зная, очевидно, что Ньютон впоследствии, по-видимому, от него сам отказался, так как он исключил приведенное место из 3-го издания «Начала» (1726 г.). Кто был здесь прав — Клеро или Ньютон, могли решить только фактические геодезические измерения. Но, к сожалению, во времена Клеро среди французских геодезистов по этому поводу царил совершенный путаница, и вопрос об истинном значении сжатия так и остался мучительной загадкой для Клеро⁵¹. Только через несколько десятилетий после его смерти, в начале XIX в., была определена почти верная величина сжатия Земли, тогда лишь была установлена правильность всей теории «первого приближения» предложенного Клеро. Практически оно оказалось даже не что достаточным и для наших дней.

Наконец, в дальнейшем развитии науки эта же теория исключала еще и другое подтверждение. Фигура равновесия определяется, разумеется, полем сил тяготения, развивающимся внутри жидкой массы. Но эта фигура сама находится в равновесии тяготения, развиваемом массами телами, например Солнцем и Луной, это внешнее поле вызывает определенные движения всей фигуры, например, прецессионное движение ее оси. Поэтому возникает вопрос: так как оба эти поля, внутреннее и внешнее, едины в своей физической сущности, то нет ли возможности определить фигуру равновесия по возможности исключая внутреннее поле и воспользовавшись только теми данными, которые либо относятся к самой поверхности Земли, либо к

полю, тробожной снты к силе тяжести), либо теми, которые относятся астрономически, как, например, прецессионным движением земной оси. Иными словами, нельзя ли так преобразовать «основное уравнение» Клеро, чтобы ввести в него «прецессионную постоянную», но вместе с тем исключить внутреннее поле, т. е. неизвестное нам распределение масс внутри Земли?

Это особенное направление в проблеме Клеро, начатое еще Даламбером и упомянутой уже «Теорией предварения разностей» (1749), было закончено только Пуанкаре (он привнес к одному из самых замечательных результатов всего цикла «создания» небесной механики, а так называемую «разделение и редукция сжатия Земли через «постоянную прецессии»». И все это было достигнуто с помощью путем некоторых преобразований «основного уравнения» Клеро, было еще раз показано все огромное богатство результатов, заключавшихся в теории «первого приближения». Вот почему, заканчивая наш краткий обзор содержания книги Клеро, мы можем и теперь повторить слова, сказанные о ней более ста лет тому назад Лапласом:

«Важность всех этих результатов и известство, с которыми они представлены, ставят это произведение в ряд самых прекрасных работ в области математики»⁵².

ЭТЮДЫ ПО ИСТОРИИ ПЛАНЕТНЫХ ТЕОРИЙ *

ВВЕДЕНИЕ

Задача наших «Этюдов» — представить в кратком изложении наиболее яркие и существенные моменты истории теории движения планет начиная от классической древности и кончая первыми десятилетиями XVII в. При этом здесь предполагается принять во внимание лишь те элементы старинных теорий, которые в конечном счете привели к познанию истины в той или иной мере служили приближением к ней или заключали в себе соотношения, на основе которых могли быть сделаны дальнейшие открытия. Этим условием существенно ограничивается выбор подлежащего здесь изложению материала: все то, что представляло собой лишь безуспешные искания, что оказалось впоследствии теорией без будущего, все это должно остаться вне поля нашего зрения. Например, мы вовсе не коснемся одного из древнейших построений греческой науки, так называемой теории гомоцентрических сфер, т. е. сфер, имеющих общий центр с Землей, эта теория не заключала в себе даже и возможности правильного подхода к проблеме определения планетных расстояний и учета непрерывного изменения их от земного наблюдателя, следовательно, она оказалась и фатально непригодным инструментом для астрономо-теоретика.

Древняя наука начинается для нас поэтому с Гиппарха и Птолемея¹. Но и здесь, в изложении учений «Альмагеста», мы оставим в стороне, например, особую теорию, предложенную Птолемеем для Меркурия, равным образом, нет на наш взгляд, необходимости излагать специальные теории Венеры и Меркурия, выдвинутые Коперником для

объяснения неравенства их гелиоцентрического движения. Наконец, нет оснований говорить здесь и о попытках теоретического обоснования движения планет по широте. Такие попытки имеются и у Птолемея и у Коперника, однако первое правильное решение этой задачи, данное Кеплером, есть уже скорее материал для современного курса теоретической астрономии, чем для наших «Этюдов». Поэтому здесь будем изучать только движение планет по долготе, отдельно от движения по широте, как это делается в «Альмагесте» и в трактате «Об обращении небесных сфер».

Разумеется все те вопросы, мимо которых мы проходим, должны найти свое место в полном трактате по истории астрономии, но здесь для нас важное, именно: возможно ли глубже проанализировать те простые и наивные концепции, которые привели к утверждению гелиоцентрической истины и к раскрытию законов эллиптического движения планет.

Этот анализ позволит нам прийти к некоторым интересным и, насколько мы знаем, еще нигде рельефно не проведенным сопоставлениям основных теоретических схем древней и новой науки.

Заметим в заключение, что мы оставляем в стороне также и всю ту обширную и значительную тематику, которая связана с философским, мировоззренческим и культурно-историческим значением планетных теорий, в оправдание напомним, что, насколько богата литература, посвященная этим общим темам, настолько она бедна по специальной, теоретико-астрономической стороне дела; на русском же языке по ним вообще никакой литературы не имеется, между тем, несомненно, что не только для астронома, но и для всякого агента физико-математических наук они навсегда останутся полными своеобразного значения и интереса.

1. НЕПОДВИЖНЫЙ ЭКСЦЕНТР, ДЕФЕРЕНТ И ЭПИЦИКЛ

Для пояснения основных математических моделей древней астрономии целесообразно начать с изучения одного из простейших случаев плоского движения, именно вращения параллелограмма вокруг одной из его сторон. Пусть дан параллелограмм $TNPO$ (рис. 1), представим себе, что его

* Из книги «Николай Коперник» М. Л. Изд-во АН СССР, 1947

стороны — стороны пятиугольника, что и что парадокс ставил в парире, позволяющий каждой из его сторон вращаться вокруг смежной с ней дуги стороны IO (удержана неподвижно в плоскости). Геометрически очевидно, что этот четырехзвездный сможет получить вращение в плоскости вокруг IO , сохраняя, конечно, форму параллелограмма, при этом звено AP будет всегда параллельным IO , иначе говоря, оно во все время движения может совершать в плоскости только термические движения *и т.д.*

Но сумма углов параллелограмма, прилегающих к каждой его стороне, всегда равна 180° , поэтому если при вращении параллелограмма, например стрелы часов, угол α увеличивается на величину θ , то угол β уменьшится на θ , угол γ увеличится, а угол δ уменьшится на тот же угол θ . Это означает, что при вращении стрелы IA на любой угол, вокруг неподвижного центра I отрезок AP повернется на тот же самый угол, но в обратном направлении, вокруг

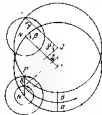


Рис. 1

подвижного центра A , точно так же повернется этот отрезок в обратном направлении, вокруг неподвижного центра P , в то время как прямая OP вращается в прямом направлении вокруг неподвижной точки O . Такие совокупности вращений, как в кинематике так и в теории вращений, одних из этих вращений, состоят в переносе в пространстве отрезка AP вместе с AI , как если бы он был жестко прикреплен к AI в точке A второе состоит в вращении AP вокруг AI . Абсолютное движение AP , т.е. его движение относительно осей в плоскости, переноса и вращений, как мы видели, в кинематике и в теории вращений, к тому же что и совокупность движений, состоит из переноса и вращений, мы хотим сказать этим, что все точки отрезка AP опишут при его движении совокупность одинаковых окружностей, центры которых лежат на отрезке IO . Это обстоятельство не вызывает сомнения для точек A и P траекторий которых будут окружностями равных радиусов AI и PO , то же самое будет иметь место и для любой промежуточной точки A прямой KI

параллельно PO , убеждаемся, что траектория точки K будет окружностью с центром I , на чертеже показаны дуги a и b с тех эксцентрических по отношению друг к другу окружностей, которые описывают точки A , K и P в их абсолютном движении в плоскости.

Рассмотрим, наконец, траектории точек отрезка AP при его абсолютном вращении вокруг центра A так как при всех положениях A любая из этих точек будет оставаться на одном и том же расстоянии от A , то относительные траектории точек P и любой другой на отрезке AP представят собой семейство концентрических окружностей с общим центром A точки отрезка AP опишут эти окружности в обратном направлении за то же самое время, за какое A обогнется в прямом направлении вокруг неподвижного центра T .

Описанная здесь схема движения парирного параллелограмма имеет фундаментальное значение для астрономии древних, чтобы формулировать полученные результаты соответствующим образом.

Вспомогательным, применявшимся древними и средневековыми авторами на рис. 2 окружности, которую описывает точка A вокруг T , есть дефисный круг, или *сферический (spherical deferent)*, окружность, описываемая P в ее относительном движении вокруг A с тем же центром T (сферический круг или просто *сферический* — это окружность радиуса AP с центром A относительно к дефисному). В относительном движении точка A будет описывать так называемую *сферическую или эклиптическую* траекторию точки P действительную траекторию точки P относительно к дефиссу, при чем эта траектория совпадает с глазом наблюдателя, вместе с тем как теория древние, с центром мира. К тому же, допустим вместе с ними, что все введенные здесь вращения происходят равномерно, т.е. с постоянной угловой скоростью. Нам остается все эти три круга рассмотреть, приписав им A — сферический, B — дефисный, C — эклиптический.



Рис. 2

«Пусть средняя планета N обращается вокруг центра мира T по деференту в прямом направлении, с постоянной угловой скоростью, а планета P обращается в то же время по эпициклу с той же угловой скоростью, но в обратном направлении, при этих условиях движение планеты P будет такое же, как если бы она обращалась с той же скоростью и в прямом направлении по эксцентру, радиус которого равен радиусу деферента, а центр O удален от центра мира на отрезок OT , равный и параллельный радиусу эпицикла NP ».

Так как отрезки NP и OT сохраняют в изучаемом движении постоянное направление, то эта схема получила название *неподвижного эксцента*; таким образом, резюмируя и переводя теорему кинематики о паре вращений на язык древней астрономии, мы скажем что система эпицикла и деферента, при условии равных и противоположно направленных вращений, эквивалентна неподвижному эксцентру.

Отметим еще на том же рисунке два особенных положения нашего шарнирного четырехзвенника, когда он вытягивается в прямую, допустив раз навсегда, что радиус деферента больше радиуса эпицикла. В первом из этих положений TON_1A планета P совпадает с A и находится на наибольшем расстоянии от T , во втором $OTDN_2$ планета находится в D , в наименьшем расстоянии от T . Диаметр эксцента AD есть линия *апсид эксцента* (от греческого *apsis* — вершина); точка A — ее *верхняя* точка D — ее *нижняя* вершина (латиня *et infima apsis*) или, по терминологии, заимствованной у арабов, A есть *а.л.х.* *D* — *орозити а.л.г.и.с.*; у греков A — *апогей*, D — *перигей*, т. е. точки «удаленная» и «ближайшая» к Земле. Пусть будет

a — радиус деферента или эксцента,
 b — радиус эпицикла ($b < a$),
 r_1 — расстояние TA (апогей),
 r_2 — расстояние TD (перигей),
 тогда, очевидно

$$r_1 = a + b, \quad r_2 = a - b \quad a = \frac{1}{2}(r_1 + r_2), \quad b = \frac{1}{2}(r_1 - r_2).$$

Наконец, отношение b к a есть *эксцентриситет эксцента* в данном образе, т. е.

$$e = \frac{b}{a} = \frac{OT}{ON} = \frac{r_1 - r_2}{r_1 + r_2} \quad (1)$$

Какое значение имели эти схемы для древних геометров и астрономов — для Аполлония Пергамского, Гиппарха и Птолемея? Они отрывали изредка возможность вывести численные соотношения в наблюдаемые неравномерные движения светил и потому вообще сводить неравномерное движение к равномерному. В самом деле, если прямая TA , а вместе с ней и радиус эксцента OP вращаются равномерно вокруг центра мира и эксцента, то прямая TP , представляющая единственное непосредственно наблюдаемое направление всей схемы от наблюдателя к планете, вездешным образом не может вращаться равномерно вокруг T если при вершине T будут меньше соответствующих углов при вершине O , когда P находится в области апогея, больше их, когда будет в области перигея. Таким образом, наблюдаемое из T неравномерное для жителя планеты вращение разлагается на два равномерных вращения. К тому же очевидно, что степень искривления наблюдаемого вращения прямой TP от равномерности находится в прямой зависимости от величины только что введенного эксцентриситета эксцента e , к изучению этой зависимости мы и перейдем.

2 ГИПОТЕЗА ПРОСТОГО ЭКСЦЕНТРИСИТЕТА

Схемы эксцента, эпицикла и деферента применялись древними, начиная от Гиппарха, к построению теорий движения Солнца и Луны. Однако здесь нужно прежде всего учесть некоторые особенности в отношении отсчета углов и определения направлений, которые возникают в силу общих условий всякого астрономического наблюдения, т. е. положение светила проектируется на «небесную сферу», и древние ясно осознали что радиус этой сферы можно считать бесконечно большим по сравнению с теми расстояниями, которыми могут отделять наблюдателя от Солнца, Луны или планет, поэтому любые два параллельных направления на рис. 2 определяют одну и ту же точку небесной сферы, таконы, например, NP и TA радиус эпицикла и линия апсид, оба они ведут к той же самой точке сферы, неподвижной среди звезд. Но положение этой точки наперед неизвестно, и вести от нее непосредственные отсчеты углов нельзя. Для определения направления прямой TP нужно задаться какой-либо определенной точкой небесной сферы;

за такую Гиппарх принял *точку весеннего равноденствия*, и уже в самом этом факте сказывается немаловажное достижение древней науки.

Суть дела здесь заключается в открытии, что Солнце в его видимом годичном движении между звездами (направленном от запада к востоку) описывает *большой круг* небесной сферы, центр этого круга, который получил название *эклиптики*, есть *глаз наблюдателя*, т. е. точка T (она же центр деферента — см. рис. 2); величина радиуса этого круга никакой роли не играет, поскольку он вообще служит только для отсчета центральных углов при точке T (позтому Птолемей постоянно называет эту точку «глаз наблюдателя, или центр круга, concentричного с эклиптической»). Угловые расстояния, отсчитываемые в этом круге при центре T от некоторой определенной его точки, именно упомянутой уже точки весеннего равноденствия γ , получили название *долгот*; таким образом (рис. 3), угол $\gamma OA = \gamma TA$ есть *долгота алодея*; мы будем обозначать ее через Π , угол γTP есть *видимая долгота* планеты, которую обозначаем λ ; от нее отличаем *среднюю долготу*, определяемую направлением на центр эпицикла N .

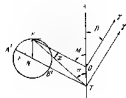


Рис. 3

Таим образом, $\lambda = \Pi + \nu$, (2) где угол $\nu = \angle ATP$ и есть тот, которым (поскольку он сохраняет постоянное значение) измеряется неравномерное движение планеты, воспринимаемое наблюдателем, найти закон изменения его с течением времени — основная задача теории планет, для этого требуется связать угол ν с каким-либо равномерно возрастающим углом. В изучаемой схеме, которая в отличие от другой, более сложной (с которой мы познакомимся дальше) получила название *гипотезы простого эксцентриситета*, эта связь осуществляется следующим образом. Продолжим радиус деферента TN до пересечения с эпициклом в точке A' , эта точка и противолежащая ей B' суть так называемые *истинный алодей* и *истинный перигей*. Угловое расстояние планеты от истинного алодея, т. е. угол $A'NP$, есть, по Птолемею, *аномалия*

планеты (или, по терминологии «Альфонси», ее *аргумент*), мы будем обозначать его через M , очевидно что $M = \angle A'NP = \angle POA$, и по условию именно этот угол возрастает пропорционально времени.

Таким образом, мы должны найти выражение ν через M и имеем:

$$\nu = M \cdot x, \quad (3)$$

где x есть угол $OPT = PTN$, иными словами, имеем тот угол, под которым наблюдатель усматривает радиус эллипса или под которым из P усматривается линейный эксцентриситет эксцента $TO \rightarrow ae$, заметим здесь же, что x мы, отсчитываемые при центре деферента T , назывались в средние века *центрами*, угол ATN , равномерно возрастающий, есть *средний центр* (centrum meanum), угол x есть периодическое неравенство или *уравнение* этого центра (aequalio centri), поэтому ν есть центр, отягченный его равенством (centrum aequalum).

Искомая зависимость между M и x или M и ν получается весьма просто по рис. 3, опустим из P перпендикуляры на TN и TA , полагая $TP = r$, $TN = OP = a$, $NP = OT = b$, найдем

$$PF = r \sin x = b \sin M, \quad (4)$$

$$TF = r \cos x = a - b \cos M,$$

а также

$$PK = r \sin \nu = a \sin M, \quad (5)$$

$$TK = r \cos \nu = b + a \cos M.$$

Деля первые из этих уравнений на вторые, затем возводя их в квадрат, складывая и вводя при этом эксцентриситет e , получим

$$\lg x = \frac{e \sin M}{1 - e \cos M}, \quad (6)$$

$$\lg \nu = \frac{\sin M}{1 - e \cos M}, \quad (7)$$

$$r^2 = a^2(1 + e^2 + 2e \cos M). \quad (8)$$

Из этих формул и при учете (2) видно, что долгота алодея определяется заданием двух постоянных величин e и Π

и переменной M , мы имеем

$$\lambda = \Pi - M - x, \quad (9)$$

По условию, M возрастает пропорционально времени; пусть M_0 — значение этого аргумента в произвольно выбранную начальную эпоху t_0 и μ — с.в. изменение (или движение) за единицу времени (обычно за сутки), тогда для любого момента t

$$M = M_0 + \mu(t - t_0). \quad (10)$$

Вместо аномалии M можно пользоваться и *средними долготами* L , определяющими, как уже сказано, направление из T на среднюю планету N , положим

$$L = M + \Pi \rightarrow L_0 + \mu(t - t_0),$$

где L_0 есть *средняя долгота для начальной эпохи*, или *простой долготы эпохи*, тогда

$$\lambda = L - x = L_0 + \mu(t - t_0) - x, \quad (11)$$

где x определяется из (6)

$$\operatorname{tg} x = \frac{r \sin(L - \Pi)}{1 + e \cos(L - \Pi)} \quad (11')$$

Формулами (11), (11') и (8) исчерпывается все содержание гипотезы простого эксцентриситета. Заметим кстати, что из (8) можно получить только величину отношения g , никакими методами определения r или a в отдельности, т.е. получения линейных размеров в планетной системе, астрономия до Коперника не владела.

Разумеется, все полученные соотношения можно было бы вывести непосредственно из схемы эксцента, вовсе не вводя даже понятий эпицикла и диферента. Из основного треугольника TPO (глаз наблюдателя — планета — центр вращений) имеем (см. рис. 3):

$$\sin x = \frac{r \sin v}{a} = \frac{r \sin M}{r},$$

откуда легко получаются формулы (6) и (7), учитывая условие $v = M - x$, наконец, формула (8) есть просто выражение для квадрата стороны через другие элементы этого же треугольника. Из соотношения

$$\sin x = \frac{r}{a} \sin v = e \sin v \quad (12)$$

следует, что наибольшее значение x (и значения центра) соответствует значению $v = 90^\circ$, когда мы имеем $\sin x_{\max} = e$ (13)

Потемей получает эти последние результаты простым геометрическим выводом², мы воспроизведем его здесь.

Проведем через T (рис. 4) хорду KI перпендикулярно AD . Пусть планета находится в P , тогда PT , TK , следовательно, в треугольнике PTK будет

$$PAK \angle TPK.$$

Вычитая из обеих частей этого неравенства равные углы PKO и OPK , найдем:

$$\angle OKT > \angle TPO, \text{ или } \angle OIT > \angle TPO.$$

Если же планета находится в Q , то $QT < TK$, следовательно, $\angle QKT < \angle TQK$, вычитая обе стороны неравенства из равных друг другу углов OKQ и OQK , получим

$$\angle OKT > \angle OQT, \text{ или } \angle OIT > \angle OQT,$$

так что в обоих случаях уравнение центра меньше угла OIT , который и есть уравнение центра при $v = 90^\circ$.

Рассмотрим в заключение вопрос о скорости изменения наблюдаемой, или, как ее называют, «видимой» долготы λ . Так как апогей не подвижен, имеем по (2)

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{d}{dt}$$

По ввиду (7)

$$v = \arccos \frac{a - M}{e \cos \Pi}$$

Но если

$$v = \arccos \frac{x}{e},$$

то

$$\frac{dv}{dt} = \frac{2 \frac{dy}{dt} \frac{y}{x^2}}{\frac{y^2}{x^2}}$$



Рис. 4

Применяя эту формулу к выражению для λ , значая, что по (10)

$$\frac{dM}{dt} = \mu,$$

найдем

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{(1 + e \cos M) \mu}{1 + 2e \cos M + e^2}. \quad (14)$$

Ввиду (8) можем написать

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{\mu^2}{r^2} (1 + e \cos M) \mu.$$

В перигее, когда $M = v = 180^\circ$ и $r = a(1 - e)$, угловая скорость (или движение) долготы наибольшая.

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{\mu^2}{1 - e}. \quad (15)$$

В апогее, при $M = v = 0$ и $r = a(1 + e)$, угловое движение долготы наименьшее:

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{\mu}{1 + e}. \quad (16)$$

Таким образом, в аписах, но и только в них, движение планеты по ее видимой долготе обратно пропорционально расстоянию планеты от точки T .

3 «ПЕРВОЕ НЕРАВЕНСТВО». ТЕОРИЯ ДВИЖЕНИЯ СОЛНЦА ПО ГИППАРХУ И ПТОЛЕМЕЮ

Древние причисляли Солнце к числу планет, однако его движение существенно проще движения других пяти планет: в отличие от них, Солнце не останавливается в своем видимом движении между звездами, не получает попятного движения, оно перемещается неизменно прямым движением от запада к востоку, обходя в течение года весь круг эклиптики, и только скорость его движения в разных частях этого круга, в разных знаках зодиака, не одинакова. Такое неравенство древние называли *первым*, или *простым*, и именно для того, чтобы получить возможность пересчитать положения Солнца на любой момент времени, Гиппарх и приложил к его движению гипотезу простого эксцентриситета. Но это требовало, прежде всего, определения среднего движения Солнца по долготе, а значит, и точной формулировки самого понятия солнечного года. В этом направлении Гиппарх считал, что нельзя найти более соответствующего определения самому явлению «возвращения Солнца», как то, которое «приводит его снова к одинаковому состоянию теплоты воздуха, иными словами, его излучения к тому же самому времени года»¹.

Так было создано фундаментальное понятие *тропического года*, т. е. промежуток времени между двумя весенними равноденствиями (последнее его название *annis veris* или *temporalis*). Из совокупности имевшихся в его распоряжении наблюдений (от 281 до 135 г. до н. э.) Гиппарх нашел, что «тропический год равен 365 дням и одной четверти и меньше приблизительно на 1/300 дня». Это определение (как и вообще вся теория Солнца) было сохранено Птолемеем, оно дает, следовательно, для длины тропического года в эпоху Гиппарха²:

$$\lambda = 365 \frac{1}{4} - \frac{1}{300} = 365,24667_{\text{дня}} = 365^{\circ}5'55''12''.$$

Отсюда среднее суточное движение Солнца по долготе³:

$$\mu = \frac{360^\circ}{T} = 56''8^{11}17^{11}13^{14}12^{31}1^1, \quad (17)$$

или, обращая в секунды и их десятичные доли,

$$\mu = 3548^{\circ},287002,$$

то определение меньше действительного значения μ на $0^{\circ},042$.

Итак, первый кардинальный факт в древних теориях — это установление некоторого *среднего движения* Солнца, второй, не менее важный результат гласил, что внутри года наблюдаемое движение Солнца не остается равномерным: разные углы по видимой долготе Солнца проходят в неодинаковые интервалы времени; так, по Гиппарху, астрономическая весна (промежуток, когда видимая долгота Солнца возрастает от 0 до 90°) длится $94\frac{1}{2}$ дня, астрономическое лето (промежуток времени, когда видимая долгота увеличивается от 90 до 180°) составляет $92\frac{1}{2}$ дня.

На этих трех данных — именно на величине μ и на длине весны и лета, Гиппарх, а за ним и Птолемей строят всю

теорию Солнца, применяя к его движению гипотезу простого эксцентриситета, при этом, как нам уже ясно, можно разбивать ее безразлично либо в терминах деферента и эпицикла, либо в терминах эксцента Птолемея. Останется лишь на эксцентре, считая что гипотеза эксцента проще, поскольку она достигает цели с помощью только одного движения⁹.

В качестве исходного уравнения для определения солнечной орбиты мы возьмем здесь формулу (12)

$$\sin x = e \sin \tau, \quad x = M - \lambda, \quad v = L - \lambda, \quad v = \lambda - \Pi.$$

Таким образом

$$\sin(L - \lambda) = e \sin(\lambda - \Pi). \quad (18)$$

Долгота Солнца λ получается из наблюдений в определенный момент t , поэтому (18) содержит три неизвестных элемента солнечной орбиты: эксцентриситет e , долготу апогея Π и среднюю долготу L для момента t . Так как все средние долготы получаются из любой из них при помощи сугочного движения, которое предполагается заданным, то очевидно, что для определения трех указанных неизвестных необходимо иметь три наблюдённые долготы $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ и соответствующие им моменты t_1, t_2, t_3 . Задача легко решается в самом общем случае, но здесь мы ограничимся весьма простым геометрическим решением Птолемея, соответствующим численным данным Гиппарха, именно здесь мы имеем

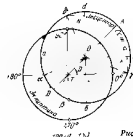
$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 0, & \lambda_2 &= 90^\circ, & \lambda_3 &= 180^\circ, \\ t_1 &= 0, & t_2 - t_1 &= 94,5, & t_3 - t_2 &= 92,5 \end{aligned}$$

Отсюда с приведенным выше значением μ получаем приращение средних долгот за весну и лето

$$\begin{aligned} L_2 - L_1 &= \mu(t_2 - t_1) = 93^\circ 8' 32'', & (*) \\ L_3 - L_2 &= \mu(t_3 - t_2) = 91^\circ 10' 15'' \end{aligned}$$

Пусть на рис. 5 точка O есть центр равномерных вращений, она же — центр эксцента, радиус которого полагаем равным 1. Требуется поместить в эксцентре глаз наблюдателя так, чтобы удовлетворить условиям (*). Допустим, что задача решена и что T есть искомая точка, так что AD есть линия асид эксцента. Точка T есть в то же время и

центр эллиптики, эту окружность мы проводим радиусом, равным, например, OA (величина его, как уже сказано, никакой роли не играет) на эллиптике отмечаем долготы $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ и 270° , при этом, направленные из T к этим долготам, пересекнут окружность эксцента в точках γ, δ, α и β , именно в них будет находиться Солнце в моменты начала весны, лета, осени и зимы, но за соответствующие



промежутки радиус эксцента, вращаясь равномерно вокруг центра O , опишет как раз углы, равные указанным приращениям средних долгот, так что

$$\angle \gamma O \delta = 93^\circ 8' 22'', \quad \angle \delta O \alpha = 91^\circ 6' 15''.$$

Проводим теперь через O два диаметра эксцента, параллельные прямым $\alpha\gamma$ и $\beta\delta$, пусть они пересекают эксцентр в точках c, d , a и b , тогда

$$\angle c O \gamma = \frac{1}{2}(\angle \gamma O \delta + \angle \delta O \alpha - 180^\circ) = 2^\circ 9' 23'', 5,$$

$$\angle d O \delta = \angle \gamma O \delta - 90^\circ = \angle c O \gamma = 2^\circ 59' 8'', 5$$

Потому в треугольнике TOE (имея в виду, что $OA = 1$) будет

$$OE = c\gamma = \sin 2^\circ 9' 23'', 5 \quad TE = Ad = \sin 0^\circ 59' 8'', 5$$

Долгота апогея есть угол

$$\Pi = \angle \gamma TA = \angle EGO,$$

так что

$$\cos \Pi = \frac{OE}{TE} = \frac{\sin 2^\circ 9' 23'', 5}{\sin 0^\circ 59' 8'', 5} = 2,1874,$$

откуда

$$\Pi = 65^{\circ}26'0''.$$

И затем

$$e = OT = \frac{OE}{\sin \Pi} = \frac{31 \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5}{3 \cdot 10^6 \cdot 0.917} = 0.01117,$$

или

$$e = \frac{1}{24.17}.$$

Отсюда, по формуле (13), наибольшее уравнение центра Солнца

$$x_{\text{max}} = \arcsin e = 2^{\circ}22'6''.$$

Гиппарх получал ¹⁰

$$\Pi = 65^{\circ}30'; \quad e = \frac{1}{24}; \quad x_{\text{max}} = 2^{\circ}23',$$

так что эти его численные результаты вполне соответствовали и его наблюдениям и той теории, которую он применял к их обработке.

Нам осталось определить теперь третий и последний элемент теории Солнца, именно его среднюю долготу для какого-либо заданного момента, но, как было сказано выше, уравнение центра есть угол, под которым с планеты усматривается отрезок OT ; следовательно, в данном случае уравнения центра, соответствующие видимым долготам $\lambda = 0$ и $\lambda = 90^{\circ}$, будут как раз углы:

$$\angle OT = \angle OK = 2^{\circ}09'23'',$$

$$\angle OT = \angle ON = 0^{\circ}59'8''.$$

Но, по определению, $\lambda = L - x$, и в первом случае, по формуле (6), x отрицательно ($M < 180^{\circ}$, см. рис. 5), во втором — положительно ¹¹, так что

$$L_1 = \lambda_1 + x_1 = 357^{\circ}50'36'', \quad L_2 = \lambda_2 + x_2 = 90^{\circ}59'8''.$$

Отсюда, вычитая долготу апогея Π , получаем «аргументы» или «аномалии» Солнца В весеннее равноденствие

$$M_1 = 292^{\circ}24'36'',$$

в летнее солнцестояние

$$M_2 = 25^{\circ}23'8''.$$

Теперь достаточно определить из наблюдений точный момент какого-либо равноденствия или солнцестояния, чтобы при помощи известного уже среднего движения μ получить среднюю долготу Солнца на любой момент времени. Вычитая же из средних долгот уравнение центра, вычислив по (6), можно определить и его видимую долготу λ .

Как простым и изящным построениям и сводится теория движения Солнца, данная Гиппархом и воспроизведенная без всяких изменений Птолемеи. Какова же степень ее точности?

Подходя к ответу на этот вопрос, мы оставим совершенно в стороне изучение точности определения моментов равноденствий или солнцестояний, это вопросы наблюдательной техники древних, весьма интересной и своеобразной, но не подлежащей здесь нашему изучению; вообще говоря, даже Гиппарх не мог получить этих моментов точнее, чем на несколько часов (и действительно, переизчисление его таблицей по современным таблицам обнаруживает ошибки, доходящие до 18 час.). Однако, как мы видели выше, это мало сказалось на точности определения среднего движения, так как совокупность наблюдений, которыми обладал Гиппарх охватывала достаточно большой промежуток времени — по меньшей мере два столетия. В вопросе же о точности определения долготы апогея нужно существенно отличать Гиппарха от Птолемея, который наблюдал через 300 лет после него. Птолемей сделал здесь одну из самых существенных своих ошибок, он принял как догмат, что долгота апогея Солнца навсегда сохраняет постоянное значение, то самое, которое нашел Гиппарх, именно $\Pi = 65^{\circ}30'$. На самом деле это не так, долгота апогея увеличивается на $1^{\circ}42'$ в столетие. Этот факт, раскрытый только арабскими астрономами (Альбатани, умерший в 930 г., получил из наблюдений $\Pi = 82^{\circ}$), подтверждается небесной механикой ¹². С помощью ее данных, точность которых значительно превосходит точность древних наблюдений, находим значения Π для интересующих нас эпох:

в год	Долгота апогея Солнца	Эпоха	Долгота апогея Солнца
140	65°16'	+50	69°34'
54	67°52'	+150	71°16'

Из этой таблицы видно, что когда Гиппарх (наблюдавший приблизительно в 150 г. до н.э.) определил долготу апогея в $65^{\circ}30'$, то его ошибка была порядка 1° , а, когда Птолемей, наблюдавший в эпоху 150, утверждает, что он получил то же самое значение для апогея, то это уже гораздо хуже, так как его ошибка доходит до 5° , и она обнаруживает с несомненностью, что Птолемей вступил здесь на путь отчаянного обращения с наблюдениями, чтобы избежать из них то, что он наперед считал ужасным получить. Поэтому мы оставим здесь Птолемея в стороне с его наблюдениями Солнца (которые еще и Делимбр считал «немного подозрительными») и для численной оценки точности гиппарховой теории применим ее к материалу, доброкачественность которого не будет вызывать сомнения. Мы вычислим для этого по современным таблицам¹⁴ движения Солнца моменты начала весны, лета и осени и к этим данным применим теорию Гиппарха. Так например, для 1942 г. мы получаем:

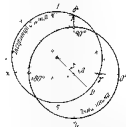


Рис. 6 20.10.1942

Начало весны марта	21 апреля 1942 г. в 10 ч 50 м	гравитационного притяжения
« лето июнь	21 июля 1942 г. в 15 ч 15 м	«
« осень сентябрь	23 сентября 1942 г. в 19 ч 15 м	«

Соответствующие интервалы и движения средней долготы:

лето	92,84 д.	$91^{\circ}28'26''$
лето	93,62 д.	$93^{\circ}16'41''$

Мы имеем поэтому (рис. 6)

$$\angle COY = 1^{\circ}52'34'',$$

$$\angle DOB = 0^{\circ}24'07'',$$

откуда по приведенным выше формулам

$$l = 102^{\circ}6', e = 0,03348; x_{\text{гипп}} = 1^{\circ}55'10''.$$

Наконец, средняя долгота для момента 1942 III 21, 10 ч 50 м

$$L = 360^{\circ} - 1^{\circ}52'34'' = 358^{\circ}07'26''$$

Действительные же значения элементов Птолема для 1942 г. и L для указанного момента

$$l = 101^{\circ}57', x_{\text{гипп}} = 1^{\circ}55'31'; L = 358^{\circ}07'30''$$

Ошибка в П, таким образом, всего $9'$ (она неизбежна, потому что в формуле для l P знаменатель очень мал), ошибка в e и L ничтожна. Поэтому читатель, вероятно, к некоторому удивлению, обнаружит, что теория Гиппарха обладает очень высокой точностью. Если бы мы построили по таблицам, что полученным элементам таблицы движения Солнца, т.е. таблицам его средней долготы l и уравнения центра, вычисленного по формуле (6) с найденным значением e , то ошибка таких таблиц в долготы Солнца на ближайшие десятилетия не превысила бы $1''$.

Поэтому перед нами возникает очевидная задача объяснить, в чем же причина этого замечательного согласия древней теории с астрономической действительностью, от полного познания которой греческие астрономы были еще очень и очень далеки.¹⁵

4. БИСЕКЦИЯ ЭКСЦЕНТРИСИТЕТА

Для того чтобы произвести надлежащую оценку гиппарховой теории, мы должны, конечно, обратиться к истинным законам планетного движения, раскрытым Коперником и Кеплером. Теперь ровно 400 лет, как стало известным что в схемах Гиппарха и Птолемея надо поменять местами точки T и P в том смысле, что не Солнце в точке P обращается вокруг неподвижного наблюдателя в T , а наоборот, наблюдатель, находясь в подвижной точке P , движется вокруг неподвижного Солнца в T . Однако ввиду отмеченной нами особенности астрономических наблюдений коперниканский переход к гелиоцентрической системе не имеет существенного значения именно для изложившей теории Гиппарха и Птолемея. В самом деле, наблюдатель (рис. 7) в P вращается с собой из P в P' круг произвольного радиуса (центр которого совпадает с его глазом), на этом круге (иными словами, на эклиптике) он отсчитывает долготы, начиная от

направления γP и считая их против стрелки часов. Поэтому если в счете Гиппарха угол γTP есть геоцентрическая долгота Солнца, то теперь этот угол γTP есть геоцентрическая долгота Солнца, по Копернику. Но так как направления $P\gamma$ и $T\gamma$ параллельны, то

$$\angle \gamma PT = \angle \gamma TP = 180^\circ,$$

следовательно, перапетства в движении точек P вокруг T или T вокруг P будут одинаковы. Здесь еще кстати отметим (что нам будет нужно в дальнейшем), что направление PO от глаза наблюдателя к центру земной орбиты есть не что иное как направление радиуса деферента (см. рис. 3), следовательно им определяется среднее Солнце, так что угол γPO на рис. 7 есть средняя геоцентрическая долгота L Солнца.

Наконец, если, по Гиппарху, Солнце проходит в прямом направлении угол $P'TP'$, то, и, по Копернику, для наблюдателя в P' Солнце сместилось тоже в прямом направлении (против часовой стрелки) на такой же самый угол $(T)P'T$ (Здесь $P'(T)PT$).

Потому в астрономическом языке до сих пор удержалась терминология Гиппарха мы говорим о таблицах движения Солнца, о моменте вступления Солнца в знаки зодиака, о перигее и апогее солнечной орбиты, вместо того, чтобы говорить о перигелии и афелии орбиты Земли.

Неизмеримо более существенным для теории Солнца был тот окончательный отказ от круговой астрономии древних и Коперника, который связан с именем Кеплера. В 1609 г. Кеплер установил, что орбиты планет, в том числе и орбита Земли, суть эллипсы в одном из фокусов которых, общим для всех планет, находится Солнце. Пусть дана такая орбита (рис. 8) большая ось эллипса AD есть его линия апсид, в фокусе F находится Солнце, положение точки P определяется ее радиусом-вектором FP и истинной аномалией 16 $\theta = \angle AFP$. Теория эллиптического

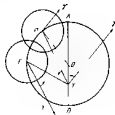


Рис. 7

движения вводит также некоторый угол M , растущий пропорционально времени и осязая название *средней аномалии* (на рис. 8 этот угол показан быть не может, он не вписывается, как мы увидим ниже, с птолемеевой аномалией, о различием их мы пока пренебрежем). Разность между обеими аномалиями (или *уравнение центра*), а также величина r/a (где a есть большая полуось эллипса, т. е. OA) определяются в теории эллиптического движения бесконечными рядами, расположенными по степеням эксцентриситета эллипса

$$e = \frac{OF}{OA},$$

каковая величина для планет Солнечной системы является величиной малой. Сохраняя в этих разложениях только члены, содержащие e и e^2 , имеем ¹⁷

$$x = 2e \sin M - \frac{5}{4} e^2 \sin 2M, \quad (19)$$

$$\frac{r}{a} = 1 - \frac{e^2}{2} + e \cos M - \frac{e^2}{2} \cos 2M. \quad (20)$$

С этими разложениями мы и сопоставим гипотезу простого эксцентриситета, осуществленную в теории Солнца по Гиппарху, ее основные формулы (6) и (8) гласят

$$\lg x = \frac{e \sin M}{1 - e \cos M},$$

$$r^2 = a^2 (1 + e^2 + 2e \cos M).$$

Производя в первой из них деление, с точностью до e^2 , а во второй извлечение корня, с той же точностью, по формуле

$$\sqrt{1 + \alpha} = 1 + \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha^2}{8}$$

и считая еще угол x настолько малым, что его можно приравнять его тангенсу, найдем.

$$x = e \sin M - \frac{e^2}{2} \sin 2M, \quad (21)$$

$$\frac{r}{a} = 1 + \frac{e^2}{4} + e \cos M - \frac{e^2}{4} \cos 2M. \quad (22)$$

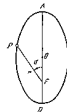


Рис. 8

Сравнивая эти формулы с эллиптическими (19) и (20), видим, что члены первого порядка в уравнении (20) совпадают, если только мы положим формально

$$e = 2e_1 \quad (23)$$

тогда будем иметь в гипотезе простого эксцентриситета

$$r = r_0 \sin M = 2e^2 \sin 2M, \quad (24)$$

$$r_0 = 1 - e^2 \pm 2e \cos M = e^2 \cos 2M \quad (25)$$

Таким образом, приходим к интересному результату: если в формулах «простого эксцентриситета» сложившийся эксцентриситет эксцентра с удвоенным эксцентриситетом кеплерова эллипса и радиус эксцентра с полуосью эллипса, то выражения уравнения центра в обеих теориях совпадают в членах первого порядка и обнаружат лишь разницу в $3/4 e^2 \sin 2M$, но разложения радиуса вектора будут различаться, кроме членов второго порядка, еще и на член первого порядка, именно на $+e \cos M$.

Так, мы будем иметь на эллипсе в перигелии и афелии $M = 180^\circ$ и $M = 0^\circ$

$$r = a(1 - e) \text{ и } r = a(1 + e),$$

а в гипотезе Гиппарха

$$r = a(1 - 2e) \text{ и } r = a(1 + 2e) \quad (26)$$

Указанным обстоятельствам и объяснена своим успехом теория Гиппарха в отношении долгот Солнца, согласно результату количественному в конце предыдущего параграфа, мы нашли

$$e = \frac{1}{2} \cdot 0,03348 = 0,01674;$$

это находится в превосходном согласии с действительной теорией эллиптического движения Земли ($e = 0,0167510$). Поэтому наибольшая ошибка в долготе не превосходит

$$\Delta \lambda = \frac{1}{2} \cdot \frac{e^2}{1 - e^2} = 4'',$$

и эта погрешность, разумеется, существенно перекрывалась неточностью древних наблюдений. Но, а то время как радиус вектор в эллипсе колеблется в 30 раз в пределах

от 1,0167 до 0,9833 (принимая полуось малую за 1) в Гиппарха он колебался от 1,0335 до 0,9665. Действительно древняя теория была совершенно не пригодна к предсказанию расстояний светил. Но расстояния, которые мы исследовали, проблема определения точной фигуры земной орбиты являла во все времена лишь перед Кеплером, когда он начал свои исследования движения Марса, эллипс которого нуждался в возможно точных значениях расстояний эллипса от Земли. Однако в этих исследованиях Кеплер смог опереться на значительно более совершенную теорию сравнительного планетного движения, чем гипотеза простого эксцентриситета, то была схема «биссекции» и «двух древней науки», неоспоримо принадлежащий Птолемею.

Теория Птолемея поясняется рис. 9 и 10. Пусть P — планета, T — глаз наблюдателя, или центр эллипса, O — центр равномерного вращения, так что по-прежнему $OT = ae$, причем здесь e — полный эксцентриситет, а — радиус эксцентра. Разделим OT пополам и соединим пла-



Рис. 9



Рис. 10

нету P со средней точкой отрезка OT , которую назовем C . Пусть теперь P движется по кругу радиуса PC , который будем по-прежнему называть эксцентром, но так, что PC равномерно будет вращаться не вокруг радиуса PC , а вокруг PO . В этом и заключается птолемея «гипотеза биссекции (или равного деления) эксцентриситета».

Получим здесь $PG = r$, $PC = a$, $TC = CO = \frac{1}{2}ae$.

В этой новой теории движение планеты в круге эксцентра не только «представляется» равномерным наблюдате-

тельно в T , но оно и реально неравномерно, поскольку постоянная угловая скорость принадлежит прямой OP . Таким образом, точка O как бы вызывает неравномерное движение планеты в эксцентре, соответственно этому в Альфонсинских таблицах она называется *ringulum aequans* (эквант, у Птолемея особого названия для нее не дается), точно так же всякий круг с центром O , радиус которого вращается равномерно, есть круг, «вызывающий» неравномерное движение планеты (*ringulus aequans* — эквант).

Таким образом, здесь мы имеем уже три круга: эксцентр P (по нему движется планета), эквант (круг равномерного вращения) и эксцентрик (круг отсчета долгот); на чертежах Птолемея радиусы не только экванта и эксцентра, но также и эклиптики принимаются равными, так что этот последний круг можно называть и *деферентом* (см. рис. 10).

Разовьем теперь формулы теории биссекции. Пусть будет, как и раньше (см. рис. 9),

$$\angle POA = M, \angle PTA = \psi, \angle OPT = x = M - \psi.$$

Обозначим через ψ угол OPC , так что

$$\angle CPT = x - \psi = \varphi.$$

Можно заметить, что в «Альфонсинах» угол φ назывался *физической*, а угол ψ *математической* частью уравнения центра.

Из треугольников CPO и TPC находим

$$\sin \psi = \frac{e}{a} \sin M, \quad (26)$$

$$\sin \varphi = \frac{e}{2} \sin \psi. \quad (26')$$

Далее, из прямоугольных треугольников CPG и GPF , учитывая, что $TC = CO$ и $FG = GO$, получим

$$r \sin x = ae \sin M = a \left(\sin \psi + \frac{e}{2} \sin M \right), \quad (27)$$

$$r \cos x = ae \cos M = a \left(\cos \psi + \frac{e}{2} \cos M \right).$$

Очевидные комбинации этих формул приводят к основным зависимостям «гипотезы биссекции»

$$\frac{1}{r} = \frac{e \sin M}{\cos \psi + \frac{e}{2} \cos M}, \quad (28)$$

$$r = a \left[\cos(\psi - \varphi) + \frac{e}{2} \cos(M - \psi) \right], \quad (29)$$

$$r^2 = a^2 \left[1 + e \cos(M - \psi) + \frac{e^2}{4} \right]. \quad (29')$$

Если теперь от этих точных формул перейти к приближенным, то достаточно заметить, что по (26)

$$\cos \psi = \left(1 - \frac{e^2}{4} \sin^2 M \right)^{1/2} = 1 - \frac{e^2}{8} \sin^2 M,$$

так что с точностью до первой степени

$$\cos \psi = 1; \quad \cos(M - \psi) = \cos M + \frac{e}{2} \sin^2 M;$$

отсюда с точностью до e^2 включительно

$$\lg r = \frac{e \sin M}{1 - \frac{e}{2} \cos M}, \quad (28'')$$

$$r^2 = a^2 \left(1 + \frac{e^2}{2} + e \cos M + \frac{e^2}{4} \cos 2M \right). \quad (29'')$$

Из этих формул выводим

$$x = e \sin M - \frac{e^3}{4} \sin 2M,$$

$$r = a \left(1 - \frac{3}{16} e^2 + \frac{e}{2} \cos M - \frac{3}{64} e^2 \cos 2M \right),$$

или, наконец, полагая $e = 2e'$

$$x = 2e' \sin M - e'^3 \sin 2M,$$

$$r = a \left(1 - \frac{3}{4} e'^2 + e' \cos M - \frac{3}{4} e'^2 \cos 2M \right). \quad (30)$$

Эти приближенные формулы мы наложим сопоставить с приближенными формулами эллиптического движения (19) и (20), мы заключаем, что уравнение центра и выражение для r а отягчены в теории биссекции ошибками

$$\delta x = \frac{e^3}{4} \sin 2M, \quad \delta \left(\frac{1}{r} \right) = - \frac{e^2}{4} (1 - \cos 2M). \quad (31)$$

Таким образом, по сравнению с гипотезой простого эксцентриситета ошибка в x уменьшилась в три раза, а ошибка в r , которая в той гипотезе содержала член первого

порядка сферической, при этом в апогее и в перигее получаем по второй формуле (50) $r = a(1 - e)$ и $r = a(1 + e)$, т.е. такие же значения как в эллипсе, все это составляет существенное улучшение сравнительно с (2+).

Наибольшие значения этих ошибок теории биссекции равны

$$\delta s = \frac{a}{\sqrt{1-e}}, \quad \delta \frac{r}{a} = \frac{e}{2}, \quad (31')$$

Так, например, для Марса у которого $e = 0,0933$, эти ошибки составляют всего лишь

$$\delta s = 7,48, \quad \delta \left(\frac{r}{a} \right) = 0,00465.$$

Но как раз эти предельные значения в долготях и радиусах векторах Марса были тем самым недостатком, из которого выросла, в результате поразительных трудов Кеплера, теория истинного эллиптического движения планет.

При определении планетных орбит Птолемею приходилось постоянно решать следующую задачу: определить дугу KL в эллипсе, врезавшую на заданном радиусе вектора TP' и TP (см. рис. 10), иными словами, найти изменение долготы, происходящее в силу перехода от неравномерно движущейся в эксцентре планеты P к равномерно движущейся в эквипте точке P' . Положим

$$\angle PTO = \alpha, \quad \angle OPT = \alpha_0, \quad \angle PIO = \tau, \quad \angle OPT = \tau_0,$$

так что величины α_0 и τ_0 соответствуют гипотезе простого эксцентричества с полым эксцентриситетом в OT .

Мы имеем здесь

$$M = \angle AOP = \alpha - \alpha_0, \quad \alpha_0 = \alpha - M.$$

Уравнение центра α_0 определяется формулой (6), уравнение центра α — формулой (28), поэтому задачу Птолемея удобно решать следующей совокупностью формул (разложив в ряд для получения разности $(\alpha - \alpha_0)$ недопусти-

$$\lg \alpha_0 = \frac{e \cdot \sin M}{1 - e \cos M}, \quad \lg \tau = \frac{e \cos M}{1 - e \cos M}. \quad (32)$$

где

$$\sin \psi = \frac{e}{\tau} \sin M.$$

В таблицах планетных неравенств¹⁹ Птолемея дано ар.ументу M прежде всего уравнение центра α_0 , соответствующее гипотезе простого эксцентричества, и рядом с ним и правду α α_0 для перехода к гипотезе биссекции, на этом исчерпывается часть таблиц, относящаяся к сферному нерадению, т.е. к неравномерности движения планет в различных частях Зодиака, при этом изложенная здесь теория первого неравенства применена им к Венере, Марсу, Юпитеру и Сатурну для Меркурия представленного для древних наибольшие трудности ввиду его очень большого эксцентриситета ($e = 0,4$), теория (которую мы здесь развлекать не будем) строится на нескольких иных началах.

Для примера берем таблицу Марса²⁰, у которого Птолемея принимает $e = 0,2$, мы находим по (32) например для $M = 111^\circ$ $\alpha_0 = 11^\circ 22'$, $\alpha = 22^\circ$ (у Птолемея те же числа), для $M = 135^\circ$ $\alpha_0 = 9^\circ 21'$, $\alpha = 42^\circ$ (у Птолемея $9^\circ 21'$ и 40°).

Заметим, кстати, что составление упомянутых таблиц неравенств (в них аргумент M возрастает сначала через 6° , затем через 4° и потом через 2° , так что до $M = 180^\circ$ таблицы содержат по 52 строки), в которых каждое число получается Птолемею геометрически в результате деления данного ряда прямоугольных треугольников, при помощи одного только таблиц хорд (т.е. синусов)²¹, должно было потребовать огромного труда.

Но, очевидно, что всей этой грандиозной работой, давая законченное применение в планетном движении сложной теории биссекции эксцентричества, Птолемея осуществлял чрезвычайно важный сдвиг астрономической науки, открываясь здесь от той формы равноверных движений эллипсизма, которой была насыщена вся греческая философия, на которой настаивали в течение столетий мыслители школы Пифагора, Платона, Аристотеля, Птолемей дал, на наш взгляд, такой же мощный толчок мысли Кеплера, как Аристарх Самосский и некоторые ранние пифагорейцы своим исследованиями о движении Земли и гелиоцентрической системе Коперника²² — до страны²³.

5 ДВОЙНОЙ ПАРАЛЛЕЛОГРАММ КОПЕРНИКА

В вопросе об общих свойствах планетных движений великий реформатор астрономии держался существенно ближе к догматам древней философии, чем Птолемей. Несомненно, в этом отношении сыграла роль та ожесточенная критика птолемеевой системы, которую проповодили арабские мыслители в особенности Альварез, с указаниями которых Коперник, естественно, детально ознакомился в годы своего падуанского студенчества, так или иначе допущение неравномерных круговых движений (каковым в системе биссекции было движение P в птолемеевом эксцентрисе) казалось ему совершенно несовместимым с разумной системой астрономического знания. Об этом Коперник говорит неоднократно опускаясь и наотчетливо так, уже в «Малом комментарии»²² сказано: «Планетные теории Птолемея и большинства других астрономов, хотя они и согласны с численными данными, тоже представляют немалые трудности. Ибо эти теории оказались несоответствующими (движениям небесных тел) если только не вводились некоторые экванты, до тогда об оруживалось, что планета не движется с постоянной скоростью или на диференте или вокруг центра ее эписпиры. Поэтому подобная система представлялась и не достаточно абсолютной и недостаточно удовлетворительной для ума. Усвоив себе эти дефекты, я часто размышлял о том, нельзя ли найти более разумное сочетание кругов, с помощью которого можно было бы вывести всякую наблюдаемую неравномерность движения и в котором все движения происходили бы равномерно вокруг их собственных центров как того требует правило абсолютного (т. е. истинного) движения».

Те же самые мысли много раз повторяются и в книге об «Обращениях небесных сфер». Так, на первых же страницах ее сказано: «Невозможно, чтобы первичные небесные тела для нас двигались неравномерно на одном единственном круге, ибо это должно было бы происходить либо в силу непостоянства природы движителя, или по причине неравенства даваемого тела. Но так как наш рассудок противится тому и другому и так как недостаточно приписывать нечто подобное тому, кто все устроил по наилучшему порядку, то надлежит признать, что неравномерные движения только представляются нам таковыми»²⁴.

Аналогично этому, приступая к своей замечательной

переработке птолемеевой теории, Ливиз, Коперник выводит из этих образцов, а тем самым из критики, а не из ее применения, тот эксцентрис, который он описывает. Но если бы обстояло, что должна бы мы были сказать с точки зрения и основного постулата, в силу которого движения небесных тел происходят равномерно, также если они и представляются нам неравномерными?»²⁵.

Значит, для Коперника наблюдаемая неравномерность есть только изъятие, вносимый в извечную равномерность движений небесных тел случайным положением наблюдающего и в своих планетных теориях, будучи прежде всего изумительным по силе математиком, Коперник дает изящное решение той самой задачи, для которой Птолемей применил биссекцию эксцентриситета и эквант.

Для пояснения схем Коперника примем во внимание двойной шарнирный параллелограмм $TRLPQN$ (рис. 11). Пусть в нем неподвижна сторона TR , а оба других параллелограмма вращаются в плоскости, в прямом направлении, причем в то время как первый, $TRQN$, получает (от одного двигателя) вращение с постоянной угловой скоростью ω , второй, $RLPQ$, в то же самое время получает (от другого двигателя) вращение с удвоенной постоянной угловой скоростью 2ω относительно неподвижной плоскости.

Пусть

$$TN = RQ = LP = a.$$

Сумму длин малых сторон параллелограммов положим равной $2a\epsilon$, таким образом, взяв RL_1 , RL , имеем $TL_1 = 2a\epsilon$.

Вместо биссекции этой длины полного эксцентриситета Коперник делит ее на четыре части и предполагает

$$TR = \frac{1}{2}a\epsilon, \quad RL = \frac{1}{4}a\epsilon$$

Рассмотрим теперь движение точки P относительно центра T , в схеме двойного параллелограмма имеются три различных, но эквивалентные друг другу картины этого движения.



Рис. 11

1) Точка V , движась в прямом направлении вокруг T со скоростью ω , описывает дугу AV (рис. 12а). Линия NQ сохраняет постоянное направление в плоскости i (пара-релла AV), так что точка Q описывает эллипс радиуса NQ .

2) Если двигаться в обратном направлении со скоростью ω относительно TN , точка P движется в прямом направлении по второму эллипсу радиуса $QP = 1/2 a\omega$ со скоростью 2ω относительно неподвижного направления AQ . При этом предполагается, что, когда оба параллелограмма вытягиваются в прямую, точка P занимает по второму эллипсу наиболее южное положение. Такая система называется у Коперника «эпи-эпициклом»: ее можно было бы назвать «концентрическим биэпициклом». На этой схеме строится у Коперника его замечательная теория Луны.

3) Совокупность вращений ($TA - NQ$) эквивалентна, как мы знаем, движению точки Q в эксцентре в прямом направлении со скоростью ω вокруг центра R (рис. 12б). Относительно подвижной прямой RQ радиус QP будет вращаться с угловой скоростью ω тоже в прямом направле-

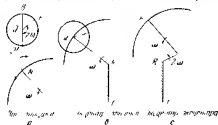


Рис. 12

нии. Следовательно, точка P описывает эллипс радиуса QP вокруг подвижной точки Q ; эта система носит у Коперника название «эксцентр-эллипс».

3) Линия RL вращается вокруг R со скоростью 2ω , а PL по условию вращается вокруг подвижной прямой RL со скоростью ω ; траектория точки L есть эксцентрис относительно R (рис. 12а). Та схема есть, по Копернику, «эксцентрис-эпицикл».

Из параллельности соответствующих линий (см

рис. 2а, б, в) вытекает, что все эти кинематические модели приносят к одному и тому же положению точки P и что следовательно, они эквивалентны.

Презырая о интересе, что Коперник не сразу остановил свой выбор на какой-либо одной из этих моделей. Так в «Малом комментарии» для Марса, Юпитера и Сатурна он принимает биэпицикл, описывая его следующими словами: «Деферент (каждой планеты) имеет два эллипса, из которых один несет другой, во многом подобно тому, как это объяснено в случае Луны. Но здесь первый эллипс движется в направлении, обратном движению деферента, в период этих движений равны. Второй эллипс, несущий планету, вращается в обратном направлении с удвоенной скоростью. Комбинацией этих движений достигается, что удаления и приближения планеты происходят в абсолютно неподвижных направлениях небесных следов, а именно, направления линий апсида неподвижны».

Но и дальше, в книге «Об обращениях», Коперник отказавшись от первоначального предположения о неподвижности апсид, перешел на вторую из описанных схем, именно эксцентр-эллипс, доказав предварительно кинематическую тождественность обеих.

Вот в каких терминах эта вторая схема описана в книге Ретика, этого единственного непосредственного ученика Коперника: «Разделим на четыре равные части расстояние между центром орбиты и апсиды и центрами эквантов планет. Затем поместим центр эксцентра каждой из верхних планет в третьей точке деления в том направлении, в каком от центра орбиты планет мы поднимаемся к апогею. Оставшейся четвертой частью, как радиусом, опишем эллипс с центром на окружности эксцентра, и тогда схема истинного движения этих планет по долготам станет явственной»²⁶.

Перейдем теперь к выводу, зависимостей, связывающих элементы движения во всех этих схемах (у Коперника ни каких формул вообще не дается). Пусть угол NTA

$QRA = M$ (см рис. 11) возрастает пропорционально времени.

Положим

$$TP = r, \angle ATP = \alpha.$$

По условию угол $NQP = 2M$ (см рис. 12а), так что отрезок QP образует с параллельным направлением AB угол $180^\circ - 2M$ (считая от B против часовой стрелки)²⁷. Бу-

дем проектировать теперь ломаную $TROP$ и ее замыкающую T на направление, перпендикулярное к TA (ось y), и по этой прямой (ось x) найдем:

$$r \sin \psi = a \sin M - \frac{a^2}{2} \sin 2M,$$

$$r \cos \psi = \frac{a^2}{2} \cos 2M - a \cos M + \frac{a^2}{2} \cos 2M.$$

Умножив первое из этих равенств на $\cos M$, второе на $\sin M$, затем первое на $\sin M$, второе на $\cos M$ и складывая, получим, вводя слова $x = M - \psi$:

$$r \sin x = 2ae \sin M, \quad r \cos x = a(1 + e \cos M), \quad (33)$$

откуда, деля первое на второе, затем возводя оба в квадрат и складывая,

$$\operatorname{tg} x = \frac{2e \sin M}{1 + e \cos M}, \quad (33')$$

$$r^2 = a^2 (1 + e^2 + 2e \cos M - 3e^2 \sin^2 M). \quad (34)$$

Замечаем, что (33') тождественна по форме с птолемеевой (28'), с той разницей, что формула Коперника во всей точности соответствует принятой здесь кинематике, тогда как при самом выводе (28') нами были отброшены члены порядка e^2 . Если теперь мы разложим выражения x и затем r в ряд, сохраняя лишь члены порядка e^2 , то получим:

$$x = 2e \sin M - e^2 \sin 2M, \quad (35)$$

$$r = a(1 + e^2 + e \cos M - e^2 \cos 2M) \quad (36)$$

Сопоставляя с формулами теории «биссекции эксцентриситета» (30) и эллиптического движения (19) и (20), видим, что в отношении уравнения центра точность их совершенно одинакова, так что наибольшая погрешность здесь может достигать, как в (31), величины

$$\delta x = \frac{1}{4} \frac{e^2}{a^2}.$$

Но ошибка в радиусе векторе составляет у Коперника

$$\delta \frac{r^2}{r} = \frac{e^2}{2} (1 - \cos 2M),$$

следовательно, в максимуме она доходит до e^2 и потому

на 4 два раза больше соответствующей ошибки у Птолемея (см. формулу (31)). Таким образом, объединенное Коперником дело, не полного эксцентриситета на четыре части, позволило ему достичь только несильно худшего, чем это было у Птолемея, приближения к истинным кеплеровым законам движения планет, поэтому эта теория его имела бы лишь сугубо исторический интерес, если бы Коперник, развивая свои схемы, не сделал одного весьма важного замечания²⁶. Истинно, он первый обратил внимание на то, что орбита планеты P , в силу принятой для нее кинематики, не может представлять собой окружности. Действительно, обратимся к рис. 11 и, приняв точку R за начало координат, проектируем ломаную RQP на оси x и y .

Найдем

$$x = a \left(\cos M - \frac{e^2}{2} \cos 2M \right),$$

$$y = a \left(\sin M - \frac{e^2}{2} \sin 2M \right), \quad (37)$$

а это есть уравнение укороченной эпициклоиды, у которой радиусы неподвижного и катящегося кругов равны каждый $\frac{a}{2}$, расстояние же точки P , описывающей эпициклоиду, от центра катящегося круга есть $2ae$. В самом деле, когда центр катящегося круга переходит из B в B_1 (рис. 13), повернувшись на угол M вокруг центра A , то радиус этого круга и точка P на нем повернутся на такой же угол M вокруг центра B , так что координаты бегущей точки P будут, как легко видеть, как раз представлены выражениями (37), вторые члены в этих формулах и представляют уклонение орбиты точки P от окружности²⁹. Какую именно кривую описывает точка P , этого Коперник не поясняет, но он доказывает простым геометрическим построением, которое мы сейчас воспроизведем, что эта кривая не может быть окружностью.

Пусть в схеме эксцент-эпицикла P , (рис. 14) есть начальное положение планеты в апогее относительно центра T , после того как радиус эксцентра RQ повернется на 180° , точка P пройдет по эпициклу тоже 180° и придет в перигей P_3 . Если обе эти точки лежат на окружности с центром на линии апсид, то таким центром может быть только точка F , удовлетворяющая условию

$$RF = Q_1P_1 = Q_3P_3.$$

Опишем из центра F эту окружность P_1BP_2 и докажем, что траектория точки P с ней совпадает. Примем во внимание положение радиуса эксцентра, перпендикулярное линии апсид, ему соответствует на эллипсе положение планеты в P_2 , причем $\angle P_2Q_2R$ прямой, ибо в силу закона движения точки P он равен $\angle Q_1RQ_2$. Проведем теперь прямую P_2F , пусть она пересечет прямую Q_2R в точке I , а окружность с центром I — в ближайшей уже точке B , так как $Q_2P_2 \perp RF$, то прямоугольные треугольники P_2Q_2I и IRF равны, следовательно $IP_2 = IF$ и $IF = IR$, и отсюда очевидно, что $P_2F = Q_2R$. Вместе с тем радиус окружности FB равен радиусу эксцентра Q_2R , так что $P_2F = FB$, следовательно, точка P_2 лежит вне окружности, проходящей через P_1, P_3 .

Таким образом, заключает Коперник, планета в результате равномерного движения центра эллипса по эксцентру и ее собственного равномерного движения в эллипсе описывает окружность не в точности, но только приблизительно»³⁶.

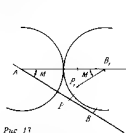


Рис. 17

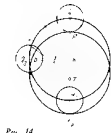


Рис. 14

Поэтому, в итоге, спасая аксиоматику древней астрономии, поскольку она касалась принципа равномерности, Коперник должен был отойти от нее, показав, что действительное движение планеты вокруг центра всех обращений не может совершаться в точности по круговой орбите. Но какова истинная форма этой орбиты было раскрыто только через 65 лет после появления трактата «Об обращениях небесных сфер» в книге, по праву последней названной «Новой астрономии».

6. ЭЛЛИПС И ЭКСЦЕНТР

Из отрывка этих откликов о новой планете от кругового сообщества Птолемей с основанием возражал бы Копернику, пишет Келлер, «но я не возражаю». Но дальше, в четвертой части своей книги будет показано, что под действием двух простых физических агентов, совместно действующих на движение планеты, по необходимости происходит, что она несколько отклоняется от круга. Однако планета выходит не наружу от, как в гипотезе Коперника, но, углубляясь в противоположном направлении, приближается к ее центру»³⁷.

Здесь нет оснований входить в значение тех физических (в сущности, фантастических) допущений, на которых Келлер обосновывал свое юное учение о движениях светил. Для астронома-теоретика более существенно помнить, что открытие истинных законов движения Марса было получено Кеплером как чисто эмпирический результат целой упорной и огромной по объемам вычислений, с помощью которых он стремился представить наблюдения Тихо Браге с погрешностью, не превосходящей 1'. Так, например, «предварительная» орбита Марса была получена им по гипотезе есдожного эписистемитета»³⁸ из четырех противостояний (а не из трех, как у Птолемей и Коперник) после семидесяти приближений, т.е. она была неудовлетворительна, так как в астрономии сохранялись ошибки первого порядка в эксцентриситете. После длительных исчислений Кеплер нашел, наконец, тот закон изменения расстояний планеты от Солнца, который удовлетворял и наблюдениям планеты и связи их с движением Земли. С этого эмпирического закона расстояний и надлежит вести сравнение окончательных результатов древней и новой науки.

Такое сопоставление дано на рис. 15. Здесь окружность APD есть эксцентр, в котором движение «птолемеевой точ-

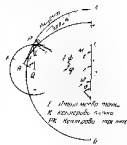


Рис. 15

как P происходит по закону биссекции эксцентриситета, так что $LC = CU$, в котором точка O есть центр равномерных вращений (исигр экванта — см. рис. 10). Как новый элемент, одинаково важный и для Кеплера и для Птолемея, введем теперь угол при центре эксцентра, называемый *эксцентрисической аномалией* и обозначаемый через E , так что

$$E = \angle PCA$$

Примем еще новые обозначения для полярных координат точки P , чтобы не смешивать их с координатами кеплеровой точки K , о которой речь будет несколько ниже

$$\begin{aligned} CA = CP = a & \text{ — радиус эксцентра} \\ CT = CU = ae & \text{ — половина полного эксцентриситета,} \\ \omega = \angle PTA & \text{ — птолемея уравненная аномалия,} \\ M' = \angle POA & \text{ — птолемея аномалия,} \\ p = PT & \text{ — птолемеев радиус-вектор.} \end{aligned}$$

Мы имеем тогда согласно рис. 15

$$p \sin \omega = a \sin L, \quad p \cos \omega = a(e \cos E), \quad (30)$$

откуда

$$\lg \omega = \frac{\sin E}{e + \cos E}, \quad (39)$$

$$p^2 = a^2(1 + e^2 + 2e \cos E). \quad (40)$$

Из этой последней формулы с точностью до e^2 получаем

$$p = a \left(1 + \frac{e^2}{4} + e \cos E - \frac{e^2}{4} \cos 2E \right) \quad (41),$$

Таков птолемея закон расстояний, соответствующий гипотезе биссекции эксцентриситета.

Но Кеплер нашел, что этот закон неверен и что подлинный закон, полученный им для Марса в результате мучительных вычислений и счастливого совпадения некоторых чисел, гласит просто

$$r = a(1 + e \cos E), \quad (42)$$

где через r , в отличие от p , мы обозначаем новый, кеплеров радиус-вектор, неизбежно заметить, что выражение r отличается от p в (41) только отсутствием членов второго порядка. Но если действительная величина определяется по (42), то как направить этот радиус-вектор внутри орби-

ты чтобы получить еще и правильное представление наблюдательных данных?

Построим прежде всего величину r на рис. 15, для этого продолжим радиус деферента TQ до его пересечения в F с окружностью эпицикла, который всегда можно построить на центре Q , взяв QP равным и параллельным CT , опустив из птолемея точки P перпендикуляр на QT , замечаем, что в прямоугольном треугольнике PBQ угол $PQB = E$, гипотенуза $PQ = CT = ae$, и так как QT

$PC = a$, то отрезок TB будет равен $a + ae \cos E$. Таким образом, TB будет как раз равно кеплерову радиус-вектору r по (42); следовательно, если верен этот закон, планета должна находиться где-то на окружности с центром T и радиусом, равным TB . Но где именно на этой окружности, Кеплер еще не знал, он предполагал сначала совместить ее в точке пересечения дуги этой окружности BJ с птолемея радиусом-вектором TP (точка G на рис. 15). Это давало ему для орбиты планеты овальную кривую, на которой все радиусы-векторы удовлетворяли, конечно, закону (42), но на которой долготы, а значит, и уравненные аномалии представлялись очень плохо, с ошибками в $4'$, $55'$, и Кеплер был уже готов отказаться от своего закона расстояний (42). Как внезапно ему сделалось ясным, что искомая точка лежит на пересечении дуги окружности BJ с перпендикуляром PL опущенным из птолемея точки P на линию апсид, этим и определяется на рис. 15 «кеплерова точка» K , и тогда оказывается, что эта точка лежит на хорошо известной и еще древними изученной кривой, именно на эллипсе, разумеется, если допустить, что a — большая полуось этого эллипса, O и T — его фокусы, так что e — его численный эксцентриситет.

Действительно, введя полярные координаты точки K относительно T , получим

$$r = TK = a(1 + e \cos E), \quad \nu = \angle ATK.$$

Угол ν и есть кеплерова истинная аномалия планеты. По основному свойству эллипса

$$KL = PL \sqrt{1 - e^2},$$

поэтому

$$\begin{aligned} r \sin \nu &= KL = a \sqrt{1 - e^2} \sin E, \\ r \cos \nu &= TL = a(e + \cos E). \end{aligned} \quad (43)$$

$$1q = \frac{V^2}{c} \frac{a^2 \sin f}{a \cdot L}, \quad (44)$$

$$r^2 = a^2(1 + 2e \cos E + e^2 \cos^2 E) \quad (45)$$

так что извлечение корня здесь действительно приводит к кеплерову закону (42)

$$r = a(1 + e \cos E)$$

Таким образом, в эмпирическом законе расхождения, открытом Кеплером, и заключается уже его *первый закон* планета вращается по эллипсу вокруг точки T , являющейся одним из фокусов этого эллипса, из гелиоцентрического обращения теперь вытекает, что это вовсе не «пустая точка», а что в ней находится Солнце, действующее на планету теми «физическими силами», о которых всю жизнь грешил Аристотель.

Но здесь нам важно лишь окончательно сопоставить координаты (r, ω) птолемеевой точки P с координатами (r, t) кеплеровой точки K . Сравнивая (34) с (44) и (41) с (42), имеем

$$1q = \frac{R^2}{r^2} \quad p = r \frac{M^2}{a} (1 - \cos 2E);$$

и из первой формулы, применяя одно известное в анализе разложение, найдем, отбрасывая члены с e^2 ,

$$\omega = \theta + \frac{e^2}{4} \sin 2t$$

Таким образом, наибольшие ошибки птолемеевой теории действительно будут иметь ту величину, которую мы уже получили для них иначе в (31).

У Птолемея фигурирует еще равномерно возрастающий угол, описываемый радиусом эклиптики (мы обозначим его здесь через M'), у Кеплера, согласно его *второму закону* является тоже равномерно возрастающий угол M (*средняя аномалия*), величина этого угла по определению так относится к полной окружности, как площадь сектора эксцентрика $1PT$ относится ко всей площади эксцентрика, это условие легко приводит к *уравнению Кеплера*

$$M = L + e \sin L$$

Но в птолемеевой схеме биссекции

$$M' = E + \psi,$$

т. е. угол ψ определяется из условия

$$\sin \psi = \frac{e}{L} \sin M'$$

Сопоставляя последние три формулы, легко получить с точностью до e^2

$$M' = M + \frac{e^2}{L} \sin 2M'$$

Таким образом, в действительном движении планеты по эллипсу птолемея угол M' не может расти пропорционально времени. Однако отклонения его от кеплеровой средней аномалии M имеют порядок e^2 , по этой причине, ограничиваясь именно таким приближением, мы и пользовались им, сопоставляя формулы эллиптического движения с древними теориями (стр. 143).

Резюмируя, мы еще раз сравним друг с другом координаты точек P и K . Из рис. 15 видно, что абсциссы x , считаемые по линии апсид, у них одинаковы; отличаются только их ординаты, причем величина *стрелки* PK определяется равенством

$$PK = PL - KL = a(1 - \sqrt{1 - e^2}) \sin E. \quad (46)$$

Таким образом, кеплерова точка K всегда входит внутрь птолемея эксцентрика, и притом тем глубже, чем она дальше от линии апсид (не так, как эпициклоида Коперника, которая частично выходила из круга). Наибольшее значение стрелки будет при $E = 90^\circ$, т. е. когда K попадает в вершину малой оси эллипса; оно равно тогда

$$PK_{\max} = a(1 - \sqrt{1 - e^2}),$$

и мы заметим, что на этот раз получено равенство точное, а не только приближенное до той или иной степени эксцентриситета. Но для планет Солнечной системы (кроме Меркурия, для которого, как уже сказано, Птолемей и не применял гипотезы биссекции) величина PK составляет очень малую долю от полуоси а соответствующего эллипса. Так, мы имеем

Планеты	a	b
Венера	0,00681	0,0003
Земля	0,01674	0,0014
Марс	0,03933	0,0036
Юпитер	0,04837	0,0047
Сатурн	0,05582	0,0056

В этой таблице и кроется причина успеха древней науки, которая, отправляясь от эстетики круговых движений, сумела подойти столь близко к истинным орбитам планет, нашедшим свое окончательное обоснование в динамической теории мира. Если бы эксцентриситеты планет были существенно больше, чем это имеет место в действительности (например, имели порядок эксцентриситетов периодических комет), то простые и изящные модели древних неминуемо разбились бы о неприступные скалы природы.

В этом, конечно, и заключается ответ на вопрос, поставленный нами в конце 3-й главы.

7. КИНЕМАТИКА ЭЛИПЦИКЛОВ

В предыдущих главах исчерпаны все численные нами моменты истории развития так называемого первого неравенства, т. е. неравенства, вызываемого самой неравномерностью движения планет в их орбитах, все эти теории были непосредственно применимы к движению Солнца и Луны, в этом последнем случае потому, что движение нашего спутника фактически происходит вокруг Земли, в первом — потому, что, как было найдено, гелиоцентрическое движение Земли несомненно от геоцентрического движения Солнца. И мы скоро придем к выяснению того изумительного метода, который позволил Птолемею правильно применить схемы первого неравенства и к прочим пяти планетам, хотя здесь он принимал для них уже неверный центр обращений.

Но именно ввиду этого последнего обстоятельства древним приходилось искать метод учета существенно более рельефного, бросающегося в глаза неравенства, чем в первом,

именно неравенства их движения по сравнению с движением Солнца, оно то и получило название «второго».

Здесь, уже на самой заре астрономической культуры, было обнаружено, что планеты делятся на две группы, в первой относятся те, которых, по выражению Птолемея, «Солнце всегда обгоняет». Планеты этой группы отстают от Солнца даже тогда, когда они движутся между звездами в ту же сторону, что и Солнце, от запада к востоку; они тем более отстают от него, когда после стояния между звездами начинают в течение определенного промежутка времени двигаться попутным движением (от востока к западу). Планеты этой группы приходят в своем движении в любые угловые расстояния от Солнца: они могут, например, проходить через меридиан в полночь, через 12 часов после Солнца, следовательно, в это время — во время *противостояния* — они, очевидно, восходят вместе с заходом Солнца, заходят при его восходе, т. е. видны всю ночь, это есть их *акромическое* положение, как говорили древние, на середине промежутка, отделяющего два противостояния (или, как говорят, на середине *синодического периода*), эти планеты проходят через меридиан одновременно с Солнцем, это моменты *соединений*, когда они невидимы, так как тонут в солнечный лучах.

К этой группе планет, называемых теперь *верхними*, относятся Марс, Юпитер, Сатурн (у греков — звезды Арес, Зевс и Кронос).

Планеты второй группы (*нижние планеты*, Меркурий и Венера, у греков «Стильбон» — сверкающий и звезда Афродиты) ведут себя в отношении Солнца совершенно иначе: они то обгоняют его, двигаясь быстрее его прямым движением к востоку, когда мы видим их как вечерние светила, дойдя до наибольшего удаления от Солнца (до наибольшей *восточной дигрессии*), они останавливаются, затем, двигаясь попутно, обгоняются с Солнцем, исчезают в его лучах, отстают от его к западу (утреннее светила), доходят до наибольшей *западной дигрессии*, но затем снова начинают догонять его, в действительно догоняют, так что, когда нижняя планета возвращается к той же точке эллиптики, Солнце как раз уже находится в ней, от одной дигрессии до следующей, одновременной с ней, происходит синодическое обращение нижней планеты; посередине его имеет место вторая дигрессия, между двумя дигрессиями происходит по одному соединению планеты с Солнцем (так называемое

первое и второе), когда планета одновременно с ним пройдет через меридиан и тоит в его лучах.

Таковы самые общие характеристики «второго неравенства» главного движения, разумеется, оно осложняется наличием «первого неравенства», так, например, в различии промежутков между противостояниями и соединениями или обеими даггессиями, или в длине дуг полного движения и т. п. Полная симметрия всех явлений внутри каждого синодического оборота происходила бы лишь в том случае, если бы первое неравенство не имело места, т. е. если бы орбиты и Солнца и всех планет были круговыми. Совершенно ясно, что дать кинематическую схему второго неравенства и учесть вместе с ним первое было далеко не легкой задачей для древнего астронома, да современным языком это означает, что они должны были дать непосредственно таблицы наблюдаемого геоцентрического движения планет, тогда как в современных вычислениях мы пользуемся таблицами движения планет вокруг Солнца и Солнца вокруг Земли и отсюда на основании теоремы о проекциях вычисляем на заданный момент положение планеты относительно Земли.

Задачу о представлении второго неравенства Птолемей решил тем же методом деферентов и эпициклов, который нам уже известен, к тому же он обнаружил здесь те численные соотношения между различными движениями, без которых переход к истинной гелиоцентрической системе был бы в дальнейшем невозможен.

Для выяснения как основных элементов птолемеевой системы, так и скрытых в ней возможностей, мы опять начнем с рассмотрения некоторых простых кинематических предложений, как и в случае Солнца. Но там мы имели дело с угловой скоростью ω в деференте и ω в эпицикле¹⁰, здесь по необходимости войдут две различные угловые скорости, для которых введем обозначения

ω — угловая скорость движения центра эпицикла по деференту,

σ — угловая скорость движения планеты в эпицикле относительно истинного (подвижного) апогея.

Обе эти угловые скорости сочетаются различным образом в теории движения верхних и нижних планет, мы изучим поэтому обе группы раздельно.

Верхние планеты. Рассмотрим шарнирный параллелограмм $TNPQ$, допустим, что его сторона TN неподвижна,

сторона TQ вращается в прямом направлении со скоростью ω вокруг T , а сторона PQ в обратном т. е. с угловой скоростью σ вокруг Q , тогда планета P описет окружность радиуса PN , вращаясь вокруг N в прямом направлении со скоростью ω (рис. 16).

Дадим теперь всему параллелограмму $TNPQ$ дополнительное вращение с угловой скоростью ω вокруг неподвижной точки T , тогда произойдет следующее:

Сторона TN , бывшая раньше неподвижной, начнет теперь вращаться со скоростью ω вокруг T .

Сторона TQ , которая вращалась ранее со скоростью ω , теперь будет вращаться вокруг той же точки T со скоростью $\omega + \omega$.

Сторона NP сохраняет по отношению к деф. у N ту же скорость относительного вращения σ , но отсюда же к неподвижному направлению¹¹ T ее абсолютная скорость будет $\omega + \sigma$.

Сторона PQ сохранит по отношению к TQ относительную скорость σ , но по отношению к неподвижному направлению T она будет иметь скорость ω .

Введем теперь соответствующую терминологию у Птолемея: TN — радиус деферента, NP — радиус эпицикла, TQ есть в сущности второй деферент. Но так как древние не допускали, чтобы длина радиуса деферента TQ могла быть меньше радиуса эпицикла NP , то TQ получил название радиуса эксцента, и вся схема была схемой *подвижного эксцента*. Таким образом, приходим к теореме.

Пусть центр эпицикла N вращается со скоростью ω , а планета со скоростью σ в эпицикле, или, что то же самое, со скоростью $\omega + \sigma$ относительно неподвижного направления, тогда движение планеты будет такое же, как если бы она вращалась на подвижном эксцентре, центр которого Q обращается вокруг T со скоростью $\omega + \sigma$, а планета обращается в подвижном эксцентре со скоростью σ относи-

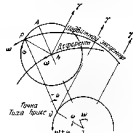


Рис. 6

тельно неподвижного направления, или, что то же самое, со скоростью σ относительно гравиты QT .

В дальнейшем угловая скорость σ будет у нас скоростью синодического движения планеты в эпицикле, ω — скоростью движения средней планеты в эклиптике или просто ее зодиакальной скоростью, наконец, условимся (по причинам, которые выяснятся дальше) называть вершину параллелограмма Q точкой Тихо Браге.

Тогда предыдущий результат будет гласить:

Пусть верхняя планета P обращается с синодической скоростью $+\sigma$ в птоломеевом эпицикле, центр которого обращается вокруг наблюдателя T с зодиакальной скоростью ω ; тогда движение планеты будет такое же, как если бы она обращалась в эписцентре со скоростью $+\sigma$ (считая от неподвижного направления) вокруг точки Тихо Браге, которая сама обращается со скоростью $\omega + \sigma$ вокруг наблюдателя (см. рис. 16).

Заметим здесь же, что древние совершенно не пользовались отсчетами углов от неподвижных направлений в эпициклах и подвижных эксцентах. Это во многом скрывало от них значение соотношений, которые ими же были установлены.

Нижние планеты. Здесь соотношения много проще, так как переходить к подвижному эксцентру здесь не приходится.

Пусть в шарнирном параллелограмме $TNPQ$ сторона TN неподвижна, сторона TQ вращается вокруг T в обратном направлении с угловой скоростью $-\sigma$ (т. е. по часовой стрелке), а сторона PQ — со скоростью $+\sigma$ вокруг точки Q , так что точка P опишет эксцентр радиуса PN со скоростью $-\sigma$ (рис. 17).

Дадим теперь всему параллелограмму дополнительное вращение с угловой скоростью $+\omega$ вокруг неподвижной точки T , предполагая, что $\omega > |\sigma|$, тогда произойдет следующее:

Прямая TN , ранее неподвижная, получит вращение со скоростью $+\omega$ вокруг T .

Прямая TQ получит теперь вращение вокруг той же точки T с положительной скоростью $\omega - \sigma$.

Радиус эпицикла будет продолжать вращаться вокруг Q с той же относительной скоростью $+\sigma$, но так как сама точка Q вращается со скоростью $\omega - \sigma$, то абсолютная скорость вращения точки P , т. е. скорость этой точ-

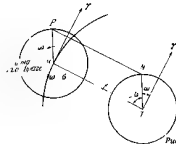
ки по отношению к неподвижному направлению, будет $\omega - \sigma + \sigma = \omega$.

Здесь точка Тихо Браге Q совпадает с центром птоломеева эпицикла, она вращается со скоростью $\omega - \sigma$, а планета P обращается вокруг Q с угловой скоростью σ (считая в манере древних) или со скоростью ω (считая от неподвижного направления).

Входить в дальнейшие тонкости кинематики нижних планет нам нет оснований. Поэтому, резюмируя и подчеркивая как то общее, так и то различное, что характеризует кинематику обеих групп планет, ограничимся следующей совокупностью основных положений.

I Все планеты, как верхние, так и нижние, вращаются в эпициклах в прямом направлении, с синодической скоростью $+\sigma$, считая в манере древних, именно от подвижных апогеев эпициклов.

II Центры эпициклов верхних планет обращаются вокруг наблюдателя в прямом направлении с зодиакальной



скоростью ω , т. е. со скоростью обращения «средней планеты» в эклиптике.

III Центры эпициклов нижних планет вращаются вокруг наблюдателя в прямом направлении со скоростью $\omega - \sigma$, где ω есть зодиакальная скорость нижней планеты.

IV В то же время верхние планеты движутся в подвижных эксцентах со скоростью ω (относительно неподвижного направления) вокруг точек Тихо Браге, которые являются центрами этих эксцентов и сами обращаются вокруг наблюдателя со скоростью $\omega + \sigma$ (см. рис. 16).

V Для нижних планет точки Тихо Браге являются центрами птолемеевых эпициклов, так что, согласно пункту III, они обращаются вокруг наблюдателя в прямом направлении со скоростью $\omega + \sigma$ (см. рис. 17).

VI. Скорости движения планет в эпициклах, считая в нем от неподвижного направления (от точки равноденствия), имеют значения $\omega + \sigma$ — для верхних планет и ω — для нижних планет.

Пункт IV этого перечня содержит часть теоремы, связанной с именем Аполлония Пергского, так же как и теорема на стр. 128. Вывод подобной же теоремы эквивалентности для нижних планет (ведя и здесь понятие подвижного эксцентра) предоставим читателю, он легко получит тогда и самое общее предложение этой теории при заданном эпициклическом движении планеты всегда можно переставить местами эпицикл и деферент, при условии замены одного из данных вращений (ω или σ) на обратное, в одном из этих случаев, при $\omega = \sigma$, получится снова схема неподвижного эксцентра.

8. СООТНОШЕНИЯ ПТОЛЕМЕЯ И СИСТЕМА ТИХО БРАГЕ

Приступая к наиболее трудной части своего трактата о теории планет, Птолемей начинает IX книгу «Альмагеста» с рассмотрения вопроса об порядке сфер (т. е. орбит) Солнца, Луны и остальных пяти блуждающих светил. Как не подлежащее сомнению положение, относительно которых согласны и все древние астрономы, он выдвигает здесь следующие тезисы:

1) Все планетные сферы находятся ближе к Земле, чем сферы неподвижных звезд, но дальше от Земли, чем сфера Луны.

2) Три сферы Сатурна, Юпитера и Марса (из которых первая наибольшая, а каждая из следующих меньше предыдущей) лежат дальше от Земли, чем сферы других планет и сферы Солнца.

«Что же касается Меркурия и Венеры, — говорит Птолемей, — некоторые более старые астрономы считали нужным и их полагать за Солнцем». Но Птолемей опровергает такое соображение и присоединяясь к «старым астрономам», считает более естественным поместить Солнце в среднее положение между этими двумя, поскольку оно «от-

ходит те из них, которые приходят в противостояние, от тех, которые этого положения не достигают, оставаясь всегда ублизи Солнца».

Так устанавливает он окончательно порядок семи блуждающих светил: Луна, Меркурий, Венера, Солнце, Марс, Юпитер, Сатурн.

В следующей, 2-й главе IX книги идет речь об общих трудностях планетной проблемы, о тех началах и принципах, которыми надлежит руководствоваться в ее решении, о тех одних, которые здесь должно использовать. Эта глава была бы полна для нас особого интереса, если бы мы занимались сейчас общими установками древней науки. Но мы изучаем теперь ее результаты и рабочие схемы и потому сразу переходим далее, к 3-й главе IX книги: «О неродических возвращенных пяти планет», и тут можно смело сказать, что ни одна из 13-ти глав знаменитого трактата не включает в себе столько загадочного, можно даже сказать, столько таинственного материала, как именно эта третья глава. Птолемей приводит здесь некоторые постулаты, относящиеся к движению планет, и некоторые численные соотношения между их движениями, взятые сами по себе, все эти соотношения верные, но откуда он их получил, какая доктрина лежит в основе этих постулатов, — все это остается совершенно необъяснимым и, по видимому, останется навсегда не объясненным в истории науки.

Эти тезисы Птолемея особенно примечательны в отношении верхних планет. Их два:

I. Каждая из верхних планет, приходя в соединение с Солнцем, одновременно с этим приходит в апогей своего эпицикла и достигает наибольшего удаления от наблюдателя.

На рис. 18 это условно изображено для Марса (положение его P' , положение Солнца S'), здесь видно, что в тот момент, когда долгота Солнца, т. е. угла $\gamma TS'$, и долгота Марса, т. е. угла $\gamma TP'$, одинаковы (то и есть момент соединения по долготе), Марс оказывается в апогее своего эпицикла. Почему это происходит, почему соединение с Солнцем не может наступить, когда Марс (и аналогично Юпитер или Сатурн) находится в любых точках их эпициклов, Птолемей не объясняет и, разумеется, не в состоянии объяснить.

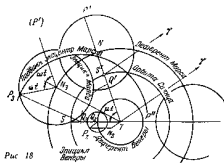
II. Пусть будут $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ — средние зодиакальные скорости Марса, Юпитера и Сатурна, иными словами,

скорости движения центров их эпициклов по деферентам, пусть будут далее $\omega_3, \omega_4, \omega_5$ их синодические скорости, т. е. скорости обращения точек P по эпициклам вокруг точек N , тогда, во всех трех случаях утверждает Птолемей, суммы $\omega + \varepsilon$ равны одной и той же угловой скорости, и эта скорость есть не что иное, как среднее суточное движение Солнца по долготе, т. е. та самая величина, которая была обозначена в главе 3 через μ и численное значение которой приведено в (17):

$$\mu = 0^{\circ}59'8'' \cdot 17^{\circ} \cdot 13'' \cdot 12'' \cdot 31''.$$

Таким образом, второй постулат Птолемея гласит

$$\omega_3 + \varepsilon_3 = \omega_4 + \varepsilon_4 = \omega_5 + \varepsilon_5 = \mu. \quad (47)$$



Насколько точно Птолемей выдерживает это соотношение, видно из тех значений ω и ε , которые он приводит, опираясь на данные Гиппарха для верхних планет; так, мы имеем:

Мерс	$\omega = 0^{\circ}$	31°	26°	36°	53°	54°	33°
	$\varepsilon = 0$	27	51	50	19	20	58
	$\mu = 0$	59	8	17	13	12	31
Юпитер	$\omega = 0$	5	59	14	28	46	31
	$\varepsilon = 0$	54	9	2	40	26	0
	$\mu = 0$	59	8	17	13	12	31

Сатурн	$\omega = 0$	2	0	43	31	28	51
	$\varepsilon = 0$	57	7	43	41	43	40
	$\mu = 0$	59	8	17	13	12	31

Таким образом, все суммы сходятся до единицы послед него знака всех вычислений Птолемея — до сесты градуса.

Совершенно несомненно, что в распоряжении Птолемея не было и не могло быть рядов наблюдений, из которых он мог бы извлечь указанные соотношения во всей их непостижимой точности²⁸, нет, эти соотношения, несомненно, введены в «Альмагест» как некоторый обрывок каких-то иных законов и какой-то другой доктрины, которую Птолемей почему-то тщательно скрывает от будущих поколений.

К тому же, как бы не довольствуясь этой численной проверкой условия (47), Птолемей высказывает свой второй постулат еще и в другой форме. Он говорит:

Если в течение k лет происходит z возвращений верхней планеты по долготе (т. е. зодиакальных) и в то же время s возвращений синодических, то

$$k = z + s. \quad (48)$$

Для доказательства тождества обеих формулировок допустим, что все угловые скорости выражены в градусах и отнесены к суткам как единице времени. Тогда, обозначая через T, S и A продолжительность зодиакального оборота планеты, ее синодического оборота и солнечного года, выраженные в сутках и их долях, получим:

$$T = \frac{360^{\circ}}{\omega}; \quad S = \frac{360^{\circ}}{\varepsilon}, \quad A = \frac{360^{\circ}}{\mu}.$$

Пусть теперь за k солнечных лет происходят z оборотов длительности T и s оборотов длительности S В таком слу-

$$T = \frac{kA}{z} = \frac{360^{\circ}}{\omega}; \quad S = \frac{kA}{s} = \frac{360^{\circ}}{\varepsilon};$$

отсюда

$$z = \frac{kA\omega}{360^{\circ}}; \quad k = \frac{\omega}{\mu}; \quad s = \frac{kA\varepsilon}{360^{\circ}} = k \frac{\varepsilon}{\mu}.$$

Следовательно,

$$z + s = k \frac{\omega + \varepsilon}{\mu},$$

и мы действительно получим

$$k : z : s \text{ если } \omega + \alpha = \mu.$$

Мы видим отсюда, что условие (48) есть не что иное, как (47). Так, например, для Марса, по Птолемею, имеет место такое соотношение «37 синодических оборотов Марса продолжаются 79 лет 3 дня 5 ч 12 м, и это совпадает с 42 вращением в Зодиаке и сверх них еще $3^{\circ}10'$ ». Переведем здесь дни и часы в доли года, градусы и минуты в доли окружности, получим ²⁷

$$z = 42,00881 \quad s = 37,00000, \quad k = 79,00881,$$

так что формула (48) удовлетворяется в точности.

Из обоих приведенных здесь постулатов Птолемея вытекает чрезвычайно важное геометрическое свойство его системы для верхних планет

Во всякий момент движения радиусы эпициклов трех верхних планет параллельны направлению, проведенному от наблюдателя к Солнцу, поэтому радиусы эпициклов Марса, Юпитера, Сатурна всегда параллельны между собой

Для доказательства обратимся к рис 18 и начнем счет времени от того момента, когда верхняя планета (для определенности будем говорить про Марс — находится в P' , т. е. в соединении с Солнцем, и условимся также считать направление TP' за неподвижное (что можно на время одного синодического оборота), если после соединения прошло t дней, то прямая TN' повернется на угол $N_2TN' = \omega t$, радиус эпицикла в своем относительном вращении вокруг N_2 повернется на угол ωt , и следовательно, точка P_2 повернется на угол $(\omega + \mu)t$ относительно неподвижного направления $N_2(P')$; но в то же самое время Солнце, двигаясь по своей орбите со скоростью μ , пройдет из S' в S , так что угол $S'TS = \mu t$ отсюда ввиду (47) следует, что

$$\angle S'TS = \angle P'N_2P_2,$$

а это возможно лишь при условии параллельности направлений N_2P_2 и TS что и требовалось доказать. Но так как все это справедливо для каждой из трех верхних планет, то радиусы их эпициклов всегда параллельны

Как частный случай из этого положения следует, что когда через половину синодического оборота верхняя планета придет в противостояние с Солнцем (положение P' на рис 18), так что долгота ее, считаемая от Tt про-

тив часовой стрелки, будет отличаться от долготы Солнца на 180° , то она должна пройти через перигей эпицикла и, следовательно, приблизиться на наименьшее расстояние к Земле T .

К полученному основному геометрическому результату можно прийти и несколькими иначе: в положении IV предыдущей главы установлено, что у верхней планеты центр подвижного эксцента (точка Q_2 Тихо Браге) движется со скоростью $\omega + \mu$; но теперь мы знаем, что $\omega + \mu = \mu$, следовательно, точка Q_2 , бывшая в момент соединения на прямой $TQ'SP'$, никогда не сможет оторваться от Солнца, и потому она в любой момент движения лежит на прямой TS следовательно, сторона N_2P_2 , параллельная TQ_2 , параллельна TS

Применяя то же положение IV к другим верхним планетам, мы скажем:

В любой момент движения центры подвижных эксцентров трех верхних планет (т. е. точки Тихо Браге Q_2, Q_3, Q_4) лежат на одной прямой, соединяющей наблюдателя с Солнцем, вместе с Солнцем они обращаются вокруг T со скоростью μ , т. е. совершают оборот в эклиптике в течение года; вокруг этих точек каждая из верхних планет обращается с соответствующей лодинальной скоростью $\omega_2, \omega_3, \omega_4$ (считая от неподвижного начала).

Наконец, из постулата II можно вывести еще одно следствие, которого Птолемей не высказывает, так как он никогда не считает углов в эпицикле от неподвижного направления. Но, как было показано в предыдущей главе (положение VI), угловая скорость движения точки P в эпицикле, считая от неподвижного направления, есть $\omega + \mu$, т. е. ввиду (47) она равна как раз суммарному движению Солнца. Следовательно:

Периоды обращения всех трех верхних планет в их эпициклах, считая от неподвижного направления, равны одному году

Таковы чрезвычайно знаменательные характеристики геоцентрического движения трех верхних планет в системе Птолемея. В отношении обеих нижних у Птолемея имеется только один постулат, и здесь он уже отнюдь не столь загадочен, как для верхних планет

«Для Меркурия и Венеры, — говорит он о скоростях центров их эпициклов, — получаются, очевидно, те же самые значения, которые мы раньше получили для долготы

Солнца», иными словами, Птоломей утверждает, что угловая скорость вращения прямой Q_1T (см рис 18) есть μ , и это естественно и понятно, раз наблюдения обнаруживают, что нижняя планета «в среднем» не может удалиться от Солнца, а лишь периодически отклоняется от него на наибольшие дигрессии к западу и к востоку.

Таким образом, применяя этот постулат Птолемея к Венере и Меркурию и учитывая пункт V предыдущей главы, получаем

Центры эпициклов обеих нижних планет (т.е. точки Тихо Браге Q_1 и Q_2) всегда лежат на прямой, соединяющей наблюдателя с Солнцем, поэтому они движутся вместе с ним со скоростью μ и совершают оборот в эклиптике в течение года

Но, согласно пункту V предыдущей главы, скорость обращения точки Q для нижней планеты есть ω , а, по этому постулату, принимаемому Птолемеем для нижних планет, гласит

$$\omega_1 - \sigma_1 = \omega_2 - \sigma_2 = \mu \quad (49)$$

Птоломей этим соотношением почему-то не пользуется и потому не дает и формулы, аналогичной (48), именно

$$k = z - s, \quad (50)$$

где z — число зодиакальных, s — число синодических оборотов нижней планеты, происходящих за промежуток k лет.

Так, в отношении Венеры у Птолемея сказано лишь, что 45 ее синодических возвращений совпадают с 8 годами без $247^{\circ}12'$, иными словами, что $5S \sim 7,9937$ года

Но отсюда, по формуле (50), следует, что за то же самое число лет и притом близкое к целому числу солнечных лет, происходит и близкое к целому числу возвращений планеты в Зодиаке, именно $z = 12,9937^{34}$.

Точно так же, оставаясь в своей древней манере считать углов в эпицикле, Птоломей не замечает, что зодиакальная скорость ω , которая у него для нижних планет совершенно выпадает, уже заключена в его схеме (см рис 17 и пункт VI предыдущей главы) — это есть угловая скорость движения планеты в эпицикле, то есть угловая скорость подвижного направления. Следовательно, для нижних планет, в отличие от верхних, на одном и том же подвижном круге, именно эпицикле, отображается как синодиче-

ское движение планеты (считая от подвижного апогея), так и зодиакальное (считая от неподвижного направления).

Подведем итоги Геоцентрические движения пяти планет подчинены в системе Птолемея следующим общим условиям

1) Центры подвижных эксцентров трех верхних планет и центры эпициклов обеих нижних всегда находятся на прямой, соединяющей глаз наблюдателя с Солнцем, вместе с Солнцем эти пять точек Q обращаются вокруг Земли в том же направлении в течение года

2) Каждая из пяти планет обращается в прямом направлении вокруг соответствующей точки Q в течение зодиакального периода данной планеты, считая углы ее вращения от неподвижного направления в плоскости эклиптики (пункты IV и VI предыдущей главы).

3) Скорости синодического движения планет, считаемые в их эпициклах от истинных, т.е. подвижных, апогеев эпициклов, определяются, согласно (47) и (49), условиями: $\sigma_i = \mu - \omega_i$, причем $\mu > \omega$ для верхних планет ($i = 3, 4, 5$), $\sigma_i = \omega_i - \mu$, причем $\omega_i > \mu$ для нижних планет ($i = 1, 2$), где μ — суточное движение Солнца³⁵

Мы могли бы еще согласиться с тем, что Птоломей при его обычной манере счета углов в эпициклах мог не осознавать тезиса 2, хотя и это мало вероятно, но положения 1 и 3 были ему заведомо известны, тогда возникает вопрос: как мог этот замечательный астроном-теоретик, ко оному мы обязаны, например, важнейшим открытием лунной эвекции³⁶, как мог он не уметь, что найденные им условия геоцентрического движения планет обнаруживают такие соотношения и гармонии, которые были бы действительно немислимы, если бы движения всех планет не были сопряжены и связаны между собой единым движением Солнца — светила, которое в его системе лишь «разделяет» верхние планеты от нижних? Как мог он, одним словом, не прийти к элементам гелиоцентрической системы?

В этом заключается одна из неразгаданных тайн истории науки. В связи с этим некоторые крупнейшие исследователи считают возможным полагать, что геоцентрическая система Птолемея есть только переделка и отзвук кем-то и когда-то детально разработанной гелиоцентрической системы, быть может, заброшенной потом из-за разнообразных опасений и предостережений³⁷.

Как бы то ни было, теперь для всякого, кто хоть немного

го задумывается в три приведенных выше тезиса, ясно, что система Птолемея раскрывает, и притом, так сказать, с самой своей поверхности, возможность ее существенного геометрического упрощения, — к тому же без какого бы то ни было изменения ее кинематических основ и даже с сохранением того принципа, что всякое абсолютное движение совершается вокруг Земли. Это упрощение птолемеевой системы есть так называемая система Тихо Браге⁴², предложенная, к удивлению, не раньше, а только через несколько десятилетий после появления бессмертной книги «Об обращениях небесных сфер».

Для того чтобы уяснить сущность этой системы, достаточно заметить, что все точки $Q_1 = Q_2$ (которые мы, предвещая развитие событий, и назвали точками Тихо Браге) в системе Птолемея лежат на одной и той же прямой TS (рис. 14, вверху). Но их абсолютные расстояния от наблюдателя T не даны и принципиально не могут быть даны, и потому что в системе Птолемея (см. следующую главу) существуют лишь отношения радиусов эпициклов к радиусам деферентов. Ничто нам не мешает поэтому свести все точки Q в одну и эту единую точку поместить в S . Для этого нам нужно только геометрически привести птолемееву систему к одному масштабу, иными словами — так сжать или растянуть радиусы эпициклов трех верхних планет и деференты двух нижних, чтобы общая величина этих отрезков стала равной TS , абсолютная длина которого останется неопределенной и может быть принята за единицу длины.

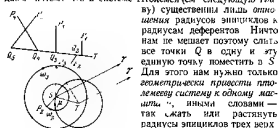


Рис. 19

Самое собой разумеется, что в таком же отношении должны быть увеличены или уменьшены вторые стороны всех пяти параллелограммов, так что подобие фигур сохраняется, и все углы, а следовательно, и угловые скорости остаются такими же, какими они были до преобразования.

Если после этого мы проведем из S прямые SP_2 и SP_3 , параллельные⁴³ птолемеевым Q_2P_2 и Q_3P_3 , то кинематика нашей схемы отнюдь не изменится: точки P_2 и P_3 будут

обращаться вокруг Солнца S с одинаковыми скоростями (см. выше, тезис (2)), а Солнце S вокруг Земли с общей угловой скоростью⁴⁴ всех точек Q , т. е. со скоростью $\dot{\omega}$, как ему и надлежит. В этом и состоит промежуточная система Тихо Браге: в ней все планеты обращаются вокруг Солнца, а Солнце — вокруг Земли. При этом орбиты верхних планет относительно Солнца отображают подвижные эпицентры, относительные орбиты нижних — птолемеи. Иными словами, на языке кинематики, движение точек P_2 и P_3 и S есть относительно T движение точек S — переносных, движение точек P вокруг неподвижной Земли T — абсолютное. Поэтому с несколько более общих точек зрения здесь нужно подчеркнуть, что в то время как коперниканская доктрина вся насыщена «началом относительности» в полноте дисплексий, для «промежуточной» системы этот принцип еще не играет никакой роли.

Но, вместе с тем, геометрическое упрощение, которое вносит промежуточная система, огромно: из четырех сторон каждого параллелограмма она сохраняет только одну (приведая ее к новому масштабу), и эти сохраненные стороны превращаются в гелиоцентрические радиусы векторы планет, или, пока мы принимаем эти орбиты круговыми, они суть просто радиусы планетных орбит, при этом замечательно, что, как только мы произведем приведение птолемеевой системы к единому масштабу, размеры всех планетных орбит (в их движении вокруг Солнца) автоматически примут надлежащую, в действительности присущую им величину, но к этому, еще одному удивительному свойству птолемеевой системы, мы вернемся после более детального анализа геоцентрической кинематики планет.

9. «ВТОРОЕ НЕРАВЕНСТВО» И ГЕОЦЕНТРИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ

Создание теории движения планет, которой посвящены VII. IX — XIII книги «Альмагеста», есть венчающая постройка всей древней науки. На первый взгляд может казаться, что после коперниканского переворота вся теория геоцентрического движения, развитая Птолемеем, отошла в архив истории, так что автору книги «Об обращениях небесных сфер» пришлось начинать все сначала. На самом же деле это далеко не так и отнюдь не так.

Как же это могло случиться? Как произошло, что Птолемей, изучая геоцентрическое движение планет, нашел все-таки элементы планетных орбит в их истинном движении вокруг Солнца, так что его численные выводы вовсе не превратились в ненужный балласт, а остались действительным содержанием астрономической науки? Каким образом Птолемей находит, например, для Сатурна эксцентриситет $e = 0,0570$ и долготу апогея $\Pi = 235^\circ$, а Коперник получает $e = 0,0570$ и долготу афелия $\Pi = 240^\circ$?

Ответ на эти вопросы мы получим, выяснив самый метод, который Птолемей применял для разделения обоих направлений планетного движения.

Допустим для определенности, что речь идет о верхней планете. Примем во внимание ее соединение с Солнцем на рис. 20 (справа) S_2 есть Солнце, K — центр эпицикла Марса, L — положение Марса в соединении. «В этот момент, говорит Птолемей⁴², — положение планеты таково, что теоретически мы смотрим на нее как бы сквозь центр эпицикла, как будто бы она и не двигалась по эпициклу,

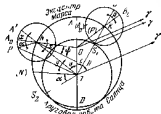


Рис. 20

а просто занимала положение на том круге» (по которому движется центр эпицикла).

Таким образом, используя свой первый постулат, именно, что верхняя планета в соединении с Солнцем проходит через апогей эпицикла, Птолемей открывает перед собой возможность элиминировать второе неравенство, а следовательно, и все причудливые особенности геоцентрического движения планет. Поэтому, получив несколько положений (т. е. геоцентрических долгот Марса)⁴³ и соответствующие им моменты времени, можно будет присту-

пить к определению элементов e , Π и средней долготы l , причем все совершенно подобно тому, как это было сделано для Солнца в теории Гиппарха (к тому же Птолемей существенно улучшает метод Гиппарха, применяя ко всем планетам, кроме Меркурия, гипотезу биссекции).

При этом и для нас это сейчас самое важное элемент e , Π и l полученной орбиты будут гелиоцентрическими.

Произойдет это по следующей причине: на рис. 20 видимая геоцентрическая долгота Марса в момент соединения есть угол $\lambda = \angle TSL$; но гелиоцентрическая долгота его в тот же момент есть угол $l = \angle S_2KL$ и эти углы равны. Следовательно, из наблюдений Марса в соединениях получаются непосредственно гелиоцентрические долготы Марса, т. е. его долготы, отнесенные к Солнцу как началу координат. И тогда, в силу все той же основной особенности астрономических наблюдений, о которой мы неоднократно упоминали, будет совершенно безразлично, станем ли мы проводить направления на Марс из разных положений Солнца, или все эти положения совместим в одно и из него проведем веерообразно направления, параллельные заданным элементам орбиты получатся такими же, как если бы планета обращалась вокруг Солнца. Поэтому должно усвоить с совершенной ясностью, что те направления, которые Птолемей называет направлениями на апогей и перигей планетной орбиты, суть в действительности направления на ее афелий и перигелий, т. е. на точки, где она наиболее всего удаляется от Солнца или приближается к нему. Совершенно то же самое относится и к средней долготе планеты l , но к этому мы вернемся ниже.

Таким образом, если бы в цитируемую выше фразу «в соединениях мы смотрим на планету как бы сквозь центр эпицикла» Птолемей включил всего два слова и написал: «в соединениях мы смотрим на планету как бы с Солнца сквозь центр эпицикла», то разгадать гелиоцентрический характер элементов e , Π и l было бы потом существенно легче.

Но теперь возникает вопрос, о каком Солнце идет здесь речь? Разумеется, в точной теории планет здесь надо было бы учесть неравномерное, действительное движение Солнца, т. е. принять за его орбиту хотя бы гипотезу об эксцентре. Однако с этой трудностью Птолемей совласть не мог: в его планетных теориях «Солнце» есть некоторое фиктивное

светило, движущееся вокруг Земли по круговой орбите (см. рис. 20) с постоянной угловой скоростью μ . Долгота этого светила есть средняя долгота истинного Солнца, мы будем называть его «средним Солнцем»⁴⁵.

Заметим, что такую же ошибку допустил в своих планетных теориях и Коперник. Исслед. движения планет вокруг Солнца, он всегда относит их не к истинному Солнцу, а в «пустой точке», именно к центру земной орбиты; но мы показали выше (стр. 142), что направление на центр солнечной орбиты есть как раз направление на среднее Солнце, поэтому у Коперника здесь происходит то же самое, что и в планетных теориях «Альмагеста»⁴⁷.

Но вернемся к Птолемею.

Введя в свои теории среднее Солнце вместо истинного, Птолемей тем самым как бы начинает теории верхних планет с определения «Моментом видимого соединения планеты считается тот, когда видимая долгота планеты совпадает со средней долготой Солнца, и соответственно момент противостояния есть тот, когда видимая долгота планеты отличается на 180° от средней долготы Солнца».

Таким образом, комбинируя наблюдаемые им в моменты противостояний долготы планеты (или, что здесь то же самое, долготы центров эпициклов) со средними долготами Солнца, Птолемей и строит всю теорию геоцентрического движения планеты, применяя к движению центра эпицикла гипотезу биссекции эксцентриситета.

Соответственно этому мы должны возвратиться к содержанию главы 4-й и к рис. 10 и 20. Орбита центра эпицикла Марса есть эксцентр, AD — его линия апсид, по этому эксцентру эпицикл Марса движется так, что равномерно возрастают углы при центре равномерных вращений, т. е. при центре экванта O (наносить этот круг на рис. 20 нет оснований), но направления на точку K совпадают здесь с направлениями на планету, и потому средняя угловая скорость эпицикла есть как раз зодиакальная скорость планеты, т. е. ω . Направления из точки O на центры эпициклов K и N (см. рис. 20) пересекают эпициклы в точках B_0 и A_0 , это суть так называемые *средние апогеи* эпициклов; поэтому, если мы начнем счет времени t от момента соединения планеты и проведем прямую $K(A_0) \parallel NA_0$, то будем иметь

$$\angle KON = \angle B_0K(A_0) \quad \text{от} \quad (51)$$

синодическое движение планеты есть ее равномерное движение в эпицикле, считая по отношению к подвижному μ , здесь надо добавить, по отношению к подвижному среднему апогею, если в первом положении угловое расстояние планеты от B_0 есть угол LKB_0 , а во втором — угол A_0NP , то их разность и будет синодическим движением за время t . Поэтому, проведя на первом эпицикле прямую $(P)K$, параллельную PN на втором, и обозначив, как обычно, через σ синодическую скорость, имеем

$$\angle A_0NP - \angle LKB_0 = \sigma t,$$

так что, если назовем LKB_0 через β , то

$$\angle A_0NP \quad \text{от} \quad \beta \quad \alpha \quad (52)$$

По Птолемею, этот равномерно возрастающий угол A_0NP есть *аномалия* планеты⁴⁸, мы будем обозначать его через α .

Определим теперь величину угла $LK(P)$. Учитывая (51) и (52), находим

$$\begin{aligned} \angle LK(P) &= \angle LK(A_0) + \angle (A_0)KP \quad \text{от} \quad \beta \quad \alpha \\ &= \beta + (\omega + \sigma)t \end{aligned}$$

Но, согласно (47),

$$\omega + \sigma = \mu,$$

так что

$$\angle LK(P) = \mu t. \quad (53)$$

Поэтому, если проведем $S_2T \parallel (P)K \parallel PN$, так что $\angle S_1TS_2 = \angle LK(P) = \mu t$, то точка S_2 будет как раз изображать положение среднего Солнца при втором положении эпицикла (см. рис. 20), и мы приходим к важному положению.

Направление от наблюдателя на среднее Солнце (или, что то же самое, на центр солнечной орбиты) всегда параллельно направлению от центра эпицикла к планете.

Очевидно, этот результат есть некоторое обобщение того, о котором шла речь выше (стр. 172).

Проведем теперь из T прямую $T(N) \parallel ON$, долгота точки N , считаемая при центре O , получила название *средней долготы* планеты; мы будем обозначать ее через l , таким образом,

$$\angle \gamma ON = \angle \gamma T(N) \quad l$$

С другой стороны, средняя долгота Солнца L есть угол γTS_2 ввиду условий $A_0N \perp (AN)T$ и $PA \perp S_2T$ имеем

$$L = \angle \alpha, \quad (54)$$

так что во всякий момент времени средняя долгота верхней планеты, сложенная с ее аномалией, есть средняя долгота Солнца. Поэтому в таблицах «средних движений» данной планеты достаточно табулировать только одну из переменных, именно среднюю долготу l или аномалию α , средняя долгота Солнца L дается в таблицах Солнца и является общей для всех планет. Так, в «Альфонсинах» для всех планет дается только α , но Птолемей табулирует для верхних планет как l , так и α («Альмагест», кн. IX, гл. 4), причем условие (54) выдерживается у него, конечно, с точностью до «секст». Для нижних планет l и L по таблицам движения планеты вычисляется только α .

Задача определения геоцентрического направления на планету, иными словами, ее видимой долготы

$$\lambda = \angle \gamma TP,$$

сводится теперь к вычислению средней, равномерно нарастающей долготы l и, как сейчас увидим, двух неравенств: одно из них есть хорошо известное нам уравнение центра x (взятое с обратным знаком), другое есть тот угол, под которым из T усматривается радиус эпицикла верхней планеты (и аналогично радиусу деферента для нижней), обозначим его через y , так что (см. рис. 20)

$$y = \angle NTP.$$

Покажем теперь, что основная рабочая формула всего метода, в которой, кстати сказать, весьма рельефно отображается разделение обоих неравенств, налагающихся на равномерно возрастающую угловую переменную l , имеет вид

$$\lambda = l - x + y. \quad (55)$$

Но эта формула сразу читается на рис. 20, на который нанесены обозначения, принятые в главе 4 при изложении теорим биссекции.

Действительно,

$$l = \angle \gamma T(N) = \angle \gamma ON = M + \Pi \quad (56)$$

Рис. 20

$$\angle \gamma TP = \Pi + \alpha + \lambda = M + l + \lambda$$

но и $\angle \gamma TP = \angle \gamma TP_1 + \angle TP_1P$

Где $\angle \gamma TP_1$ есть аномалия α и $\angle TP_1P$ — малый угол, который фигурирует в известном законе Кеплера (которое в «Альфонсинах» и «Альмагесте» выражено в терминах «абсолютных» и «относительных» движений планет, т.е. $\angle TP_1P = \angle \gamma TP_1 - \angle \gamma TP$), а именно $\angle TP_1P = \angle \gamma TP - \angle \gamma TP_1 = \lambda - \alpha$.

$$\lambda = \alpha + \angle TP_1P = \alpha + \angle \gamma TP - \alpha = \angle \gamma TP \quad (57)$$

Пусть будет центр NP — δ радиус эпицикла (или радиус деферента) к радиусу эклиптики a , тогда, очевидно, P перпендикулярен на AT (на рис. 20 не показан), поэтому

$$PT \sin y = \delta \sin (\alpha - y) \\ PT \cos y = r + \delta \cos (\alpha - y)$$

откуда

$$\delta \sin y = \frac{\delta \cos (\alpha - y)}{r + \delta \cos (\alpha - y)} \cdot r \quad (58)$$

Для нижних планет формула не меняется.

Таким образом, обе величины, необходимые для определения геоцентрической долготы, именно первое неравенство и второе y , нам известны⁴⁵, и мы можем установить теорим и критерий всех действий для вычисления λ в их последовательности.

Следств. Для вычисления геоцентрической долготы планеты на данный момент t должны быть заданы четыре элемента эллиптического движения, именно Π (долгота апогея), e (полная эксцентриситет), l_0 (средняя долгота для начальной эпохи), δ (радиус эпицикла) и, сверх того, средняя начальная долгота Солнца l_0 .

1) Подставив известные значения движений μ и ω , вычисляем две моменты наблюдения t

$$l = l_0 + \mu(t - t_0), \quad l = l_0 + \omega(t - t_0)$$

2) Обозначим видимую аномалию α и y

$$M = l - \Pi, \quad \alpha = l - l_0 \quad \sin y = \frac{\delta \sin \alpha}{a}$$

3) Уравнение центра χ по (28) и r в частях радиуса экатора по (27) или (29)

$$\left. \begin{aligned} r \sin \chi &= e \sin M \\ r \cos \chi &= \cos \psi + \frac{r}{2} \cos M \end{aligned} \right\} \text{ или } \left\{ \begin{aligned} \lg r &= \frac{e \sin M}{\cos \psi + \frac{r}{2} \cos M} \\ r \cos(\chi - \psi) &= \frac{r}{2} \cos(M - \chi) \end{aligned} \right.$$

4) Уравнение аргумента по (58)

$$\lg y = \frac{\lambda + \chi - x}{r - \delta \cos(\alpha + \chi)}$$

5) Искомая геоцентрическая долгота получается, наконец, по (55)

$$\lambda = l - \chi + y.$$

Замечания 1) Если таблиц дают также начальное значение аномалии α_0 и ее суточное движение, то вычисляем

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha(l - l_0)$$

и пользуемся им для контроля $L - l = \alpha$

2) Если λ относится к моменту соединения, то

$$\lambda = L, \quad \alpha = x + y$$

Этот угол обозначен через β на рис. 20

3) В противостояниях

$$\alpha + x = 180^\circ - l - y$$

4) Для нижней планеты, по определению, $l = L$, так что здесь α вычисляется по таблицам независимо от средних долгот

Приводим полный пример вычисления λ по предыдущей схеме; это позволит нам получить представление о точности таблиц обеих простефрез, данных в «Альмагесте» (кн. XI, гл. 12)

В кн. XI, гл. 6 Птолемей приводит наблюдение Сатурна (вне противостояния), произведенное им во 2-м году Антонина Пия, 6/7 египетского месяца Мехир, за 4 равноденственных часа до полуночи (в Александрии). Перевод на

современный счет дает: 22 декабря 138 г. н. э., 8 ч. вечера (считая сутки от полудня в Александрии) Наблюдаемая долгота Сатурна, по Птолемею, была

$$\lambda = 309^\circ 4'.$$

Для вычисления λ с элементами орбиты Сатурна, по Птолемею, имеем⁸⁰

$$e = 6^\circ 50' = 0,11389 \quad \delta = 6^\circ 30' = 0,10833$$

$$\Pi = 233^\circ 0'.$$

Кроме того, начальные значения равномерно возрастающих угловых переменных

$$l_0 = 296^\circ 43' \quad \alpha_0 = 34^\circ 2' \quad L_0 = 330^\circ 45'.$$

Начальная эпоха таблиц Птолемея есть знаменитое в хронологии первое число первого египетского месяца (1-е Тот) царствования Набонассара (26 февраля 747 г. до н. э.); интервал от этой эпохи до момента наблюдения - 885 египетских лет (по 365 дней), 5 египетских месяцев (по 30 дней), 5 дней и 8 часов, по таблицам средних движений, имеющимся в «Альмагесте», сохраняя только секунды и их округляя, вычислим L , l и α для данного момента.

	L	l	α
Начальное	330°45'0"	296°43'0"	34°2'0"
810 лет	163°42'12"	180°53'13"	342°10'59"
72 года	342°29'42"	160°4'44"	282°24'59"
3 года	358°16'14"	38°40'12"	322°36'2"
5 месяцев	147°50'43"	5°1'24"	142°49'19"
5 дней	4°55'41"	0°10'3"	4°55'39"
8 часов	0°19'43"	0°0'40"	0°19'3"
Сумма	268°41'18"	319°11'14"	978°84'1"

Примечание. Контроль через $L - \alpha = 319^\circ 11'14''$, полученный из 1-й и 3-й строк таблицы

Далее имеем

$$M = l - \Pi = 86^\circ 33' 16''$$

Вычисляя (с точностью до пятого знака), последовательно находим

$$\begin{array}{lll} \psi & 3^{\circ}15'31'' & M - x \quad 80^{\circ}44'9'' \\ x & 6^{\circ}28'27'' & a - x \quad 215^{\circ}36'28'' \\ x + \psi & 9^{\circ}44'58'' & y \quad 1^{\circ}59'35'' \\ r & 1.00825 & x + y \quad 11^{\circ}28'2'' \\ \text{в частях радиуса экватора} & & l = 319^{\circ}33'16'' \\ & & \lambda \quad 309^{\circ}54'15'' \end{array}$$

Как видно, согласно с непосредственным определением Птолемея ($\lambda = 309^{\circ}4'$) получалось, можно сказать, даже слишком хорошее! оно далеко превосходит самую точность древних наблюдений (порядка $\pm 20'$), к тому же, в теории вовсе не отображено еще движение Сатурна по широте, которое, вообще говоря, отражается и на наблюдательной геоцентрической долготы. Так или иначе, тот результат, который мы имели в виду, нашим вычислением подтверждается: «таблицы неравенств Сатурна в «Альмагесте» дают для данного примера $x = 6^{\circ}28'$ и $y = 4^{\circ}2'$, следовательно, в пределах $2' - 3'$ они заменяют точное вычисление, на весьма остроумных методах их устройства мы, к сожалению, здесь не можем задерживаться.

Покажем теперь, как при помощи приведенных нами схем и формул выводится весьма важное положение птолемеевой теории

«Если для произвольного момента вне противостояния планеты получена из наблюдений ее видимая долгота λ и если известны ее элементы ϵ и Π , а также и средние долготы Солнца и планеты, t и l для того же момента, то этого одного наблюдения достаточно для определения δ , т.е. радиуса эллипска, выраженного в частях радиуса экватора планеты». Действительно, так как известны λ и l , то известна также величина

$$x = y = \lambda - l,$$

имея в виду азимутальный угол $M = l - \Pi$ (поскольку Π задано) и зная ϵ , вычисляем первое неравенство x и по предыдущей формуле находим y .

Обратимся теперь к треугольнику NPT на рис. 20. В нем сторона $\delta = NP$ и по (57)

$$\lambda T = r \cos(\lambda - \psi) = \frac{r}{2} \cos(M - x),$$

причем угол ψ определяется из соотношения (26)

$$\sin \psi = \frac{\epsilon}{2} \sin M.$$

Далее, угол при вершине T в этом треугольнике есть y , угол NPT , как смежный с внешним углом $\alpha + x$, равен $\alpha - x = y$, поэтому

$$\delta = r \frac{\sin y}{\sin(\alpha + x - y)} \quad (59)$$

Совокупностью этих формул и решается поставленная задача. Применим их к выводу δ Сатурна для только что рассмотренного примера, взяв за исходные полученные нами значения λ .

Последовательно находим приведенные ниже значения

$$\begin{array}{ll} \lambda = 309^{\circ}54'15'' & x = 309^{\circ}8'1'' \\ l = 319^{\circ}33'16'' & \alpha = x - y = 312^{\circ}56'1'' \\ x - y = -13^{\circ}28'2'' & x - y = -3^{\circ}12'56'' \\ M = a - b = 86^{\circ}33'16'' & M - x = 80^{\circ}44'9'' \\ \psi = 3^{\circ}15'31'' & \cos(x - \psi) = 0.99844 \\ x = 6^{\circ}28'27'' & \frac{\epsilon}{2} \cos(M - x) = 0.00881 \\ y = -2^{\circ}59'33'' & \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} r = 1.00825 \\ \delta = 0.00833 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{в частях} \\ \text{радиуса} \\ \text{экватора} \end{array}$$

Мы пришли, таким образом, и в этом контроле первого вычисления — в точности к тому самому значению радиуса эллипска Сатурна, которое было положено выше (стр. 186) в основу вычисления его видимой долготы λ .

В заключение нам остается лишь еще раз подчеркнуть значение всех тех элементов орбиты, которыми определяется, по Птолемею, геоцентрическое движение планеты и которые были использованы в предыдущем вычислении.

Эти четыре элемента следующие: ϵ , Π , l и δ , гелиоцентрический характер первых двух достаточно разъяснен выше (стр. 179); долгота l , которую Птолемей называет средней, т.е. долготой центра эллипска, и притом геоцентрической, поскольку она измеряется углом $\angle OV - \angle PT$ (N), в моменты соединения обращается в гелиоцентрическую долготу самой планеты P , отсчитываемую при точке S (см. рис. 20), а так как после соединения с Солнцем птолемея средняя долгота возрастает с одинаковой скоростью, но,

то она и всегда будет *гелиоцентрической* долготой планеты, и притом *геоэти*, поскольку а нес не включено еще уравнение центра

Для нижних планет элемент *l* есть, очевидно, также гелиоцентрический, потому что здесь это просто средняя долгота Солнца *L*

Таким образом, из всех четырех птоломеевых элементов движения планеты (или элементов ее орбиты, как теперь говорят) *три являются гелиоцентрическими*, только один, именно радиус эллипса *b*, имеет чисто геоцентрическое значение, с. предстает собой неизбежную и неотъемлемую принадлежность геоцентрических теорий, раскрытие же его смысла и значения в гелиоцентрической системе и явилось для третиаческой астрономии самым существенным моментом а той революции знания, которую принесла с собой книга Коперника

10 КОПЕРНИКАНСКОЕ ОБРАЩЕНИЕ ПЛАНЕТНОГО МЕХАНИЗМА

Появление трактата «Об обращениях небесных сфер, в VI книгах» (543) есть один из важнейших этапов истории науки прежде всего потому, что новая доктрина достигала существенно более общего и объективного познания движений в планетной системе, чем все, что было на этом пути получено древними. И она пришла к этому путем систематического применения принципа, роль которого все более и более утверждалась в последующем развитии механики и физики, но был, как мы уже упоминали выше, *принцип относительности в познании движений*. Этот принцип Коперник провел в своем труде от начала и до конца, он объяснял им видимое суточное движение небесного свода, видимое годовичное движение Солнца и, наконец, в этом же направлении он сделал едва ли не самое глубокое свое открытие: он первый объяснял явление прецессии, или попятного движения точек равноденствий, показав, что и это наблюдаемое нами движение есть не более как отображение еще одного движения Земли, на этот раз это медленное вращение земной оси вокруг полюсов эклиптики. Так выступил Коперник со своим учением о «тройном движении Земли» (вращательном, орбитальном и прецессионном, которое он называет «деклинационным») ⁵¹.

Современны очевидно, что все это должно было звучать для современников лишь как некоторый удивительный парадокс. «до ошеломления парадоксально» ad stuporem parascobaton, как писал тогда виттенбергский астроном Эрнст Рейнгольд) должен был гений Галилея и Кеплера, чтобы через 50 лет после появления книги увидеть в этих объектах установках коперниканского учения всю первооснову будущей астрономической науки

В немногих словах мы коснемся здесь содержания и основного трактата в его целом

Для современного читателя наибольший интерес представляет, без сомнения, первая из шести книг, где Коперник в общих и широких рассуждениях устанавливает начало относительности и показывает, как из наблюдений несомненно обнаруживаются все движения Земли (в особенности важна 10-я глава I книги, где развивается гелиоцентрическая доктрина)

Но на II-й главе эта общая часть всего трактата как бы обрывается, и I книга заканчивается тремя главами тригонометрического содержания, здесь же фигурирует (как и у Птолемея в конце I книги «Альмагеста») таблица хорд, вычисленная уже в десятичном делении (радиус принимается за 100 000) и притом через каждые 10'. По сферической тригонометрии даются важные теоремы, новые по сравнению со сферикой «Альмагеста» ⁵²

Во II книге идет речь о предметах, относимых теперь к сферической астрономии; это — вопросы преобразования координат (эклиптикальных в экваториальные), затем явления, относящиеся к суточному вращению небесного свода, как то восходы и заходы звезд и т. п.; все это соответствует в очень сокращенном, но несколько обновленном изложении содержанию I и II книг «Альмагеста», II книга заканчивается звездным каталогом, содержащим координаты 1025 звезд, а именно их долготы и широты. Но здесь, в результате своего собственного открытия кинематической сущности прецессии, Коперник допускает одну из своих самых странных концепций. Точки равноденствия движутся по небесной сфере, поэтому, поясняет он, эти точки не могут служить началом отсчета координат в эклиптике, за таковое должна быть принята какая-либо звезда, так как звезды, по его мнению, «абсолютно неподвижны на небесной сфере. Поэтому, взяв в основу знаменитый звездный каталог, помещенный в VII книге «Альмагеста», Ко-

перник принимает за начало всех отсчетов первую звезду в знаке Овна (γ Aries), а так как долгота этой звезды у Птолемея дана на равном 540° , то весь каталог Коперника есть не что иное, как каталог Птолемея, в котором долготы всех звезд просто уменьшены на 640° , а широты оставлены без изменения. Но подобный каталог, не являющийся результатом самостоятельных определений звездных положений, разумеется, не мог иметь, и не имел, в отличие от каталога Аппарха Птолемея, никакого значения в звездной астрономии.

В следующей III книге излагаются теории движения Солнца и планет, в историческом аспекте содержание ее менее всех остальных было оправдано последующим развитием науки в движении Солнца. Коперник применяет гипотезу просто эксцентриста, однако, имея задачей удовлетворить некоторым наблюдениям арабских астрономов, Коперник сознательно усложняет эту теорию, вводя в нее не только прогрессивное, но еще и периодически ускоренное и замедленное движение апогея. Центр земной орбиты не совпадает у него с Солнцем (центром мира); некоторая вспомогательная точка обращается вокруг Солнца в 50 000 лет, и вокруг этой подвижной точки центр земной орбиты обращается в 3434 года, поэтому эксцентриситет земной орбиты периодически изменяется, все это, конечно, не находит в настоящее время никакого подтверждения. То же самое и в отношении периселена, в которую Коперник ввел (опять для того, чтобы удовлетворить средневековым наблюдениям, сверх равномерного движения точек равноденствия, еще и не существующую на деле периодическую вариацию с амплитудой $\pm 15,4$ и периодом 1717 лет. Впрочем, надо заметить, что средние значения как для годичного смещения равноденствия, так и для длины тропического года получались у него очень хорошими для периселена $50^\circ,20$ в год (вместо правильного значения для его эпохи $50^\circ,17$) и для года 365 д. 5 ч. 49 м. 28 с. всего на 29 секунд больше действительного значения в его эпоху, к тому же климатические схемы, которые Коперник применяет в этих теориях, если их рассматривать независимо от их исторического содержания, сами по себе весьма полезные.

Следующая, IV книга трактата относится к теории Луны и составляет одну из самых блестящих его частей. Здесь возросшее гелиоцентрическое доктрина, разумеется, рьяно

не играют. Луна как до Коперника, так и после него остается обращающейся вокруг Земли, поэтому в IV книге происходит лишь чисто техническая переработка птолемеевой теории, устраняя из нее столь тягостный для него элемент, Коперник заменяет его концентрическим биэллипсом (см. выше, стр. 152) и затем не только достигает одинакового с Птолемеем, в смысле точности, представления обоих главных неравенств лунного движения (так называемых эллиптического и эквационного), но и существенно улучшает лунные расстояния в различные моменты ее ежемесячного обращения. К тому же, в то время как здесь у Птолемея получалось нечто совершенно не соответствующее действительности, Коперник идет далеко вперед, и его результаты уже близки к согласию с наблюдениями. Вообще вся IV книга обнаруживает очень высокое мастерство автора, и по праву она вызвала удивление современников; она не затрагивала к тому же вопросов «парадоксального» характера.

Наконец, только в следующей, V, предпоследней книге Коперник переходит к теории движения планет по долготам (так же как Птолемей. Коперник рассматривает движение по широте в последней книге своего трактата и здесь дальше своего великого предшественника отходить не идет, но, поскольку самые принятые им решения одинаково неверны, мы не говорим здесь ни о XIII книге «Альмагеста», ни о VI книге «De Revolutionibus»). Таким образом, книга V единственно и относится к истории планетных теорий, однако и здесь, как мы предупреждали во введении, следует оставить в стороне детали теории Венеры и Меркурия, так как для исторического исследования гелиоцентрического движения Коперник создал специальные модели не нашедшие никакого подтверждения в теории эллиптического движения планет.

В чем же состоит ее общий характерный содержание, отличающий ее от остальных книг?

Внимательное чтение ее и освоение всего стиля, в котором она составлена, не оставляет сомнений в том, что здесь не только автор «Галактики» — что система планетных теорий «Альмагеста» отнюдь не потеряла и была ли ущербом от нового учения о движении Земли, *весь численный скелет древней теории сохраняется неизменным*, а методика ее упрощается и улучшается, поскольку птолемеи «эпиканты» упрощаются и заменяются движениями более совершенными.

круговыми и равномерными; к тому же ряд движений те-
перь вовсе отпадает, поскольку все они учитываются еди-
ным движением Земли ¹⁴

Разумеется, для истории астрономии было бы чрезвычай-
но важно проследить за гелиоцентризмом коперниканского
открытия и выяснить, на каких именно свойствах древней
системы базируется Коперник, производя все эти сущест-
венные ее упрощения. Но, к сожалению, установить это
решительно невозможно, так как ни разу на протяжении
своего длинного труда Коперник не говорит, как появилась
у него уверенность в возможности такого перехода, как за-
блестала впервые его освобождающая мысль.

Мы узнаем, что его система есть результат длительных,
продолжавшихся почти сорок лет размышлений, но сверх
этого ничего. Разумеется, древние реминисценции, и
Филолай Пифагореец, и глубокий астроном-математик
III в до н.э. Аристарх Самосский, все они сыграли здесь
свою роль. Но то, что от них сохранилось, все это в лучшем
случае является недоказанными тезисами и постулатами.
Коперник же работал не над этими общими концепциями и
мыслями, а над вполне конкретным материалом теорети-
ческой астрономии, над системой «Альмагеста». И его ве-
ликая историческая заслуга состоит прежде всего в том,
что, в то время как за 13 столетий после Птолемея ученые
греки, византийцы, арабы и латиняне изучали, препода-
вали и комментировали «Альмагест», он первый осознал
значение тех общих птолемеевских соотношений, которые
были детально развиты нами выше (гл. 8). И с удивитель-
ной для нас, пожалуй, уже непостижимой смелостью
мысли извлек из них все следствия и выводы ценой отказа
от прочно сложившихся и, казалось бы, непререкаемых до-
гматов и убеждений.

Но раз мы владеем не только деталями птолемеевой сис-
темы, но и общей характеристикой всех описываемых в
ней планетных движений в их целом, то переход к гелио-
центрической системе должен быть проведен нами с воз-
можной методической ясностью и полнотой, мы лишь добавим
это здесь с помощью двух приемов имени:

1) приведения геометрических размеров птолемеевских
моделей для каждой из пяти планет к единому масштабу;

2) обращения кинематической системы в целом к типу
приведения к покою одной из ее точек, считая ее за под-
вижную, и взятия этого включения в движение с другой

Действительно, мы видели (см., например, стр. 173),
что птолемеева система обладает следующей основной осо-
бенностью: каждая из пяти планет соответствует своя точка
 Q , все эти пять точек располагаются всегда в направле-
нии от наблюдателя к Солнцу S ; они обладают той же угло-
вой скоростью движения по долготам, как и само Солнце.
Солнце совершает свой оборот вокруг T в течение года. При
этом в случае верхних планет расстояния TQ суть радиусы
их эпициклов, для нижних это радиусы деферентов.
Привести всю систему к одному масштабу означает совме-
стить все пять точек Q в единую точку Q' на прямой
 TS , сохранив при этом сометрическое подобие систем
(рис. 21 и 22). Но астрономам ясно, что за такую объеди-
няющую точку Q можно принять только само Солнце S ,
итак создается совершенно бессмысленное положение
всей системы. Причем поэтому расстояние Солнце — Земля ST за
основное и, положив

$$ST = a_0,$$

напишем условия, вытекающие из указанного преобразо-
вания:

Пусть будут, как прежде, $b_1, b_2, \dots, b_5$ радиусы
эпициклов, $a_1, a_2, \dots, a_5$ радиусы деферентов, так что
 $b_1 = \delta a_1, b_2 = \delta a_2, \dots, b_5 = \delta a_5$. (60)

В системе Птолемея абсолютная длина отрезков b и a
неизвестна, задаются лишь их отношения δ . Но остано-
вись на какой-либо определенной совокупности всех этих
длин (задаю их, скажем в милях), так чтобы сохранялись
только отношения δ и каждой b аре длин b и a). После это-
го для каждой из планет назначим соответствующее отвлече-
нное число (масштабный множитель $k_1, k_2, \dots, k_5$) и
исключив этих множителей определим из условий

для верхних планет

$$k_2 b_2 = k_4 b_4 = k_5 b_5 = a_0,$$

для нижних планет

$$k_2 a_2 = k_4 a_4 = a_0$$

Тогда из (60) получим

для верхних планет

$$k_1 = \frac{a_0}{k_2 b_2}, \quad \delta_1 = \frac{a_0}{k_1 a_1}, \quad \delta_2 = \frac{a_0}{k_2 a_2}, \quad (61)$$

KST_1 и LS_1T_1 имея по две стороны равных — параллельных, равных, и их третья сторона параллельна. Но этому для наблюдателя T действительно непосредственно восприимчивые астрономические элементы, а именно направления на Солнце S и на планету P , остается совершенно одинаковыми, будет ли движение после сходного момента происходить геометрически или геоцентрически — а так как из сходный может быть принят любой момент движения, то данное кинематическое изображение системы Птолемея не оказывает влияния на определение направлений на Солнце и на планеты, т. е. на угловые расстояния между ними на небесной сфере.

Но читатель, несомненно, заметил, что система, к которой мы пришли после геометрического преобразования системы Птолемея, есть не что иное, как та «промежуточная» система Нихо Браге, о которой шла речь в гл. 8-й. Отсюда вытекает, что если бы в нашем распоряжении были только и единственно определения наравленные на Солнце и планеты, то решить вопрос о том, какая из обеих систем имеет место в действительности, «промежуточная или коперниканская, было бы невозможно. Но счастью, мы обладаем и другими наблюдениями, из которых видно, как отображается движение Земли, а именно под звезд (звездные параллели), имеются и чисто физические доказательства движения Земли (каберция света), наконец, физическая теория преломления, развиваемая на основе закона всемирного тяготения, совершено исключает возможность «промежуточной» системы. Таким образом, скромная роль этой последней не идет дальше того геометрического преобразования, которое есть лишь первый этап в переходе от чуждой системы к нашей Копернику принадлежит открытие истины, а именно этот характер своей теории, в корне отличающий ее от древней. Коперник с глубокой прозорливостью подтверждает уже в посвящении своей книги Павлу III.

На всех упомянутых доказательствах истинности коперниканской теории мы останавливаться здесь не будем, для полного выяснения картины образа действия гелиоцентрического механизма существенно сопоставить здесь формулы и схемы вычисления видимой долготы планеты λ , при этом обнаружится, что эти схемы сходятся в ясном и отчетливом соответствии друг с другом в обеих системах. Для выяснения этого обстоятельства допустим в качестве

рис. 21. Будем считать, что орбиты всех планет лежат в одной плоскости — эклиптике, а планеты движутся по этим орбитам, тогда, как и раньше для вернувшихся планет (рис. 21), получим:

а) В системе Птолемея

$$\begin{aligned} \text{Видимая долгота планеты} & \lambda = \gamma TP \\ \text{Средняя долготы планеты} & l = \angle \gamma TA \\ \text{Долгота Солнца} & i = \angle \gamma TS \\ \text{Радиус дифферента} & TV = 1 \\ \text{Радиус планеты} & NP = \delta \end{aligned}$$

Но по рис. 21

$$l = l' + \alpha, \quad \lambda = i + \gamma. \quad (64)$$

затем из треугольника TPM

$$TP \sin \gamma = \delta \sin \alpha, \quad TP \cos \gamma = i + \delta \cos \alpha,$$

откуда

$$\lg l = \frac{\gamma \sin \gamma}{\delta \sin \alpha} \quad (65)$$

Наконец из треугольника PNT

$$\delta = \frac{\sin \gamma}{\sin i} \quad (66)$$

Разместим обе последние формулы соответствующим образом (57), (58) и (59), если считать в них $\varepsilon = x = \varphi = 0$, $NT = 1$

б) В системе Коперника

$$\begin{aligned} \text{Видимая долготы планеты} & \lambda = \angle \gamma TP \\ \text{Средняя долготы планеты} & l = \angle \gamma TS \\ \text{Долгота Солнца} & i = \angle \gamma SP' \\ \text{Радиусы не планеты — Солнце} & P'S = a \\ \text{Радиус орбиты Солнца} & ST = 1 \end{aligned}$$

Но по рис. 21

$$l = l' + \alpha, \quad \lambda = i + \gamma. \quad (67)$$

откуда

$$\lg l = \frac{\gamma \sin \gamma}{a \sin \alpha} \quad (68)$$

затем из треугольника $P'LT$

$$P'T \sin y = \sin \alpha, \quad P'T \cos y = a \cos x$$

Наконец, из треугольника $P'ST$

$$a = \frac{\sin \alpha \sin y}{\sin y} \quad (69)$$

Заметим теперь, что все омонимные углы, входящие в (64) и (67), соответственно равны друг другу согласно рис. 21, если теперь подставить в (66) и (66)

$$\delta = 1 - a,$$

что имеет место по (63) для верхних планет, то (66) автоматически перейдет в (68), а (66) в (69), следовательно, для получения видимой гелиоцентрической долготы планеты λ Копернику было достаточно применять древнюю схему, сохраняя в ней значения всех углов, но только произведя вычисление, он мог утверждать, что солнечное δ есть отношение $1 - a$, т. е. отношение радиуса основного круга a_0 к гелиоцентрическому расстоянию верхней планеты.

Почему перед ним были открыты эти возможности? Здесь нужно отметить, что, поскольку мы предполагаем орбиту планеты круговой, элементы ε и Π вообще отпадают; остается одна средняя долгота l , но мы уже подчеркивали в конце предыдущей главы, а рис. 21 делает это теперь совершенно наглядным, что истолковывая среднюю долготу l (центра эпицикла) есть средняя гелиоцентрическая долгота планеты по Копернику. Поэтому в теоретическую вычислительную схему Копернику не как-то изменять и вносить не приходилось — числа Птолемея в ней делают свое дело, результат вычислений по древней схеме будет всегда правилен и для новой, нужно только выразить его на новом языке.

Для нижних планет соответствующее соотношение производится с помощью рис. 22.

Совершенно алогичную картину мы констатируем если учтем эксцентриситет орбит планет, т. е. введем элементы ε и Π . К тому же как уже отмечал, эксцентриситетом земной орбиты Коперник, так же как и Птолемей пренебрегает, так что в его вычислительных фигурах есть то же самое «среднее Солнца», долгота которого δ есть близкая к нам выше через L .

Экцентриситет планеты учитывается здесь, как мы и уже отметили, следующим образом: деления голубого эксцентриситета на четыре части, с применением модели эксцентриситета, поэтому в основе всех вычислений здесь лежит схема рис. 24. На нем P есть истинная планета P_0 — средняя в смысле теории Коперника, причем положение ее определяется углом равномерного вращения радиуса RP_0 вокруг центра равных вращений R , этот последний отстоит на $\frac{1}{2}a$ от центра эксцентриситета e от Солнца S ; углы M и x (уравление центра) имеют прежнее значение;

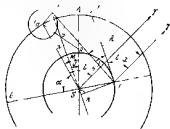


Рис. 24

расстояние PS есть гелиоцентрический радиус-вектор планеты, который обозначим через r . Для вычисления r и x применим формулы (93), мы перепишем их здесь, принимая за 1 радиус эксцентра RP_0 и полагая $M = \varphi = x$ и $\varepsilon = \varepsilon/2$. Таким образом, для орбиты планет r и x имеем

$$r \sin \varphi = \sin M, \quad r \cos \varphi = \frac{\varepsilon}{2} \sin M. \quad (70)$$

где

$$M = l - \Pi - \angle \varphi SP_0 = \angle \varphi SA. \quad (71)$$

Далее на том же рис. 24 видимая гелиоцентрическая долгота планеты

$$\lambda = \angle \varphi TP,$$

параллель основному кругу

$$p = y = \angle SPT,$$

и тогда, приходя $TP' \parallel SP$ убеждаемся, что

$$\angle \alpha = \angle x + y = \angle' + \beta, \quad (72)$$

то $\angle'$ теперь «истинная», т. е. отягченная уравнением центра, гелиоцентрическая долгота планеты.

Для вычисления y Коперник, так же как и Птолемей, выводит равномерное возрастание $\angle$ угла

$$\alpha = \angle - \angle' = \angle P_0SG \quad (73)$$

этого угла, состоящего из суммы параллакса и галактического движения планеты по отношению к звездному фону, для которого, конечно, движение значимо α в таблицах Коперника для верхней планеты и приводится, но оно отбрасывается по формуле (73).

Обратимся теперь к треугольнику PTK . В нем $TK = PS$, а сторона TP есть гелиоцентрическое расстояние планеты, $ST = a_0$, до, так сказать, центра, a_0 — выражаемое в частях эксцентры для верхней планеты, есть просто птолемеево δ , замечая еще, что $\angle KST = \alpha + x$, и полагая $PT = \rho$, $PS = r$, находим

$$\rho \sin y = \delta \sin (\alpha + x) \quad \rho \cos y = r + \delta \cos (\alpha + x), \quad (74)$$

откуда

$$\lg y = \frac{\delta \sin x}{r + \delta \cos x}. \quad (75)$$

Формула (75) совершенно соответствует (58), чем и объясняется, что *авторитет протопарафразы Птолемея совпадает с авторитетом большого крыла Клерика*.⁵⁶

Предыдущим формулам решается задача вычисления λ по заданным элементам r , P , L , α и δ , и мы подчеркиваем, что, начиная от формулы (72), *весь ход решения совпадает с изложенным выше в теории Птолемея* (гл. 9).

Для определения значения δ , из треугольника SPT имеем:

$$\delta = r \frac{\sin y}{\sin (\angle' + \beta)}, \quad (76)$$

то опять тождественно с формулой (59) в птолемеевой теории.

Разумеется, у Коперника никаких формул вообще не было, и он приводит, от случая к случаю, еще меньшие детали своих вычислений по треугольникам, чем Птолемей.

Пример вычисления видимой долготы λ Коперника

Коперник приводит вычисления долготы λ Сатурна в 1514 г. февраля 25, 5 часов по полудню (крайнее время). Долгота Сатурна λ была равна, по его определению, к тому моменту 209°0'.

Для вычисления этой долготы применяем следующие элементы орбиты Сатурна по Копернику: $P = 240°20'$ от γ Aries, $a_0 = 0,1090$ (в частях радиуса эксцентры Сатурна)⁵⁷, $e = RT = 0,084$ (в частях радиуса эксцентры Сатурна) (следовательно $r = a_0 RT = 0,1139$ в частях радиуса эксцентры Сатурна). Для момента наблюдения $\angle = 315°41'$ (от γ Aries) $\alpha = 116°31'$ (независимо от начала долгот). Отсюда $\angle' = L - \alpha = 99°10'$ (от γ Aries), $M = L - P = 318°30'$ (и зависимо от начала долготы).

По формулам (70) находим $x = 4°6'40''$ (у Коперника 4°6'), $r = 1,0465$ (у Коперника 1,0465) в частях радиуса эксцентры. Отсюда по формуле (74) $y = 5°13'34''$ (у Коперника 5°14'). Следовательно, по формуле (72) $\lambda = 209°0'34''$ (от γ Aries), у Коперника 209°0'.

Означает ли у Птолемея (см. стр. 85), согласно значению долготы с λ вблизиной полуночи, даже несколько удивительным.

Для решения обратной задачи, т. е. по определению a_0 по заданным λ , r , P , L и α , применяем формулу (76) и находим $\delta = 0,1090 = 6'32'' = a_0$ (в частях радиуса эксцентры).

Коперник сравнивает это значение a_0 с величиной $\delta = 6'30''$ из «Альмагеста» и подчеркивает, что оно «высказывается очень мало отличаться от того значения, которое дал Птолемей».

Мы разобрали этот пример вовсе не для вычисления углов, а для выяснения на старинном материале, суть дела здесь в том, что не только «моя задача» — но и все без исключения числа имеют α , L , M , x , r , P , с которыми мы здесь работаем, суть совпадают с теми самыми, которые даны в «Альмагесте» для этого примера в таблицах «Альмагеста», применяя к ним формулы 5-й главы. Результат получился бы одинаковым.⁵⁸

Куда же гонимся, если мы разобрались только в новинках? Перед собою мы ставим задачу формулы не развешивать, как мы Проппа, что «только что» — равняя с теми описанными нами, мы «указываем, что «разница» — «суть» отсюда мы берем «запару» — «три» и «фигурируя», это полагая теориями «внутренней» — «Однородности» — «а

ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ И ТЕОРИЯ ДВИЖЕНИЯ ЛУНЫ *

ВВЕДЕНИЕ

В 1750 г. Петербургская академия наук объявила следующую тему для очередной своей премии: «Показать, согласны ли все неравенства, которые наблюдаются в движении Луны, с ньютоновой теорией, и какой должна быть истинная теория всех этих неравенств, чтобы по ней можно было со всей точностью определять место Луны на любых временах».

Постановкой этой задачи самая молодая из академий Европы подошла к центральной и важнейшей теме физико-математических дисциплин середины XVIII века. Прошло уже около 20 лет со дня смерти автора «Математических начал натуральной философии» и уже 60 лет после появления его бессмертной книги, однако еще продолжались споры вокруг ньютонова учения, начертанного не столько окончательно своих позиций, как раз в те годы (1747 — 1748) три великих математика — Клеро, Эйлер и Ламбер — высказали, как мы увидим ниже, свои сомнения в отношении достоянности закона всемирного тяготения для объяснения всех особенностей движения Луны и планет. Поэтому теперь назрела задача выяснить окончательно, насколько глубоко закон Ньютона может охватить всю астрономическую действительность, и в совокупности явлений, наблюдаемых в Солнечной системе, не есть ли этот закон некая затонувшая впадина только первого приближения к истинным, раскрываемым гармониям?

На решение этого фундаментального вопроса и был направлен конкурс, объявленный Петербургской академией, его темой была сформулирована отчётливо и ясно, и, пожалуй, Академия не могла найти для нее лучшего предмета, как теория движения Луны. Однако для того чтобы пока-

чения некоторых из них же введенных элементов этого расчета (именно величин δ) древние не смогли раскрыть. Коперник это сделал, он подсчитал, если так можно сказать, в древней системе сверху, он заставил старые числа говорить на новом языке. В теоретической вычислительной схеме он ничего не изменил (не считая мало удачного деления эксцентриситета на четыре части), но именно тем, что, проведя обращение всей древней схемы, он раскрыл истинное значение итолемеевых элементов δ , он открыл не только новую эпоху в общем мировом мышлении, но и новые горизонты перед теоретической астрономией. Отныне становится возможным при вычислении видимых координат светила и при определении их орбит вводить в расчет реальное, а не только среднее круговое движение Земли, ибо теперь уже найдена область мер расстояний от Солнца как для планет, так и для Земли. Но только Кеплер вступил на этот новый путь.

Известно, что в I книге своего труда Коперник ссылается на тех древних писателей, чьи более или менее определенные высказывания дали толчок его мыслям в направлении гелиоцентрической истины, в сохранившихся пражской рукописи его трактата имеется ссылка и на Аристарха Самосского. II книга составлялась для кардиналов и дружины датские I книги едва ли кто-нибудь из них перечитывал его труд. Однако в V книге, где речь идет уже о специфически астрономических вопросах, Коперник мог бы не только сослаться на наблюдения и отдельные результаты Птолемея, он и о праву мог сказать, что во многом использует ту основную схему теоретического мышления и весь тот числовой аппарат, который древние с такой изумительной резордантностью как бы подготовили для дальнейшего воплощения в многими на правлениями теоретической астрономии.

В этом характерном и единственном в своем роде сохранившемся древней и новой науки и космологии тот важнейший момент в развитии планетных теорий, который мы имеем в виду обосновать на страницах этой статьи.

* Из книги «Математическое введение к теории тяготения» Н. И. Иваницкого, М. ГИИЛ, 1957 г.

зять здесь, в чем состоит важность и глубочайшая трудность работы, мы должны отступить далеко назад и прежде всего выяснить, что понимается под словом «теория Луны» и почему тут появился язык символов «Начало»

1 ЦИКЛЫ ГИЛПАРХА

По-видимому, невозможно уже установить, где именно и в какую эпоху были получены первые закономерности из наблюдений над осциллирующим смещением Луны на небосклоне — уже самые смысл лунных фаз, давали первичному мышлению уверенность в извечной ритмике явлений в окружающей его природе, и когда на исходных ступенях цивилизации возникала необходимость в упорядочении счета времени, фиксация его «привалов», было естественно вести его счисление по месяцам, чтобы не потерять ориентировки за счет монотонно бегущих дней. И было легко подметить, что лунные месяцы продолжаются до 29, то 30 дней и что в год приходится по 13, то 12 смен лунных фаз, но, несомненно, и отработаны и счислительные и наблюдательные, чтобы убедиться, что 12½ месяцев по 30 дней и 110 месяцев по 29 дней вместе взятые, дают 6940 дней и, следовательно, почти в точности, равны 19 солнечным годам по 365½ дня.

Установление «добрых» целочисленных соотношений между искомыми интервалами времени — день, месяц, год — имело само по себе глубочайшее философское значение, так как им утверждался тот факт, что астрономические явления не «распадаются» во времени, а протекают на фоне жесткого «временного» скелета, сдвигающегося лишь на долгие столетия как то, так и после эпохи наблюдения. И это было существенно важно — не только в отношении движения Луны, но, помимо других месяцев и дни месяца — лунных фаз, еще и в отношении «символического», то есть чистого Луны знака, возмущающегося к тому же «облачному» отношению Солнца, отмечается также и период, когда Луна, обойдя все небо, возвращается к тому же положению относительно звезд — сидерический, или звездный, месяц. Быстрота перемены Луны между звездами все время непрерывно изменяется в промежутке ее возврата, являя к точке наибольшей скорости и к наибольшему приближению к Земле — к перигею — качающаяся всегда несколько больше звезд с каждым разом, что объясняется тем, что сближаясь с

Землей имеет движение между звездами, а не только по отношению к орбите, куда движется Луна. Так было до сих пор — мы еще один раз вернемся к термину «перигей», потому что и в лунном движении есть «сидерическое» и «синхроническое». Наклоны в течение лунного месяца Луна дважды пересекает тот большой круг небной сферы, на которой отображается ее движение — эклиптику. Солнце между звездами за год только один раз проходит между двумя крестами — крестами эклиптики. Луна в этом и тем же направлении оказывается короче звездного месяца — две точки, в которых Луна пересекает эклиптику — так называемые узлы, отступают от Луны, перемещаясь между звездами в сторону, обратную ее движению — так создается «синхронизация» движения Луны и эклиптики его возвращением по широте.

Казалось бы, истинная надежда связать эти четыре периода достаточно простым целочисленным соотношением. Однако мы читаем у Птолемея «Древнейшие математика» нашли на наблюдениях лунных затмений, что за промежуток в 6585½ дня заканчивается приблизительно 223 синода чистых месяцев, 239 синодов чистых, 242 возвращений по широте, 241 возвращений по долготу и сверх того 10½°, которое Солнце проходило за то же время своих 8 оборотов, считая их по отношению к неподвижным звездам, и они назвали этот промежуток времени «кредом» (древнее название), так как было ясно, что все эти движения возвращаются к исходному положению.

Это были те древнейшие математик, которым удалось получить столь поразительные результаты. Птолемею нам это сообщает, он и процитировал по этому поводу название халдеев (халдеев), и именно оно и называется только своею великою предшественника Гиппарха и говорит про него

«Но Гиппарх уже доказал, почему наблюдения халдеев в своем собственном, то есть эти числа не являются достаточно точным. Действительно, от доказывает, что наименьшее число дней, после которого эти данные повторяются через один раз, составляет 6585½ дней, а один раз равенности чистых, он находится в нем 4267 раз, а один раз чистых месяцев, 4573 возвращений аномалии, 4612 возвращений по долготу, без 7½°, которых недостает Солнцу, чтобы закончить 345 оборотов по отношению к звездам, а также звездам, от же — итак ясно, что в 6585½ месяцев, равняется 3450 и 3451, а Луна то ли рождается»

У нас нет оснований развивать здесь все численные соотношения, вытекающие из 345-летнего цикла Гиппарха скажем только, что выходящая из него продолжительность аномалистического, драконического и синодического месяцев отличается лишь на нечтоные доли секунды от тех значений, которыми пользуются теперь астрономы, накопив наблюдения еще за 21 столетие. Но определим здесь же величину трех параметров, играющих важнейшую роль во всех динамических лунных теориях, начиная с ньютоновой, пусть n , n' , n'' означают соответственно средние суточные движения лунной долготы, ее перигея ее узла и долготы Солнца, считая их по отдаленности от сдвигам звезддам.

Положим:

$$\frac{n'}{n} = m, \quad \frac{n''}{n} = 1 - c; \quad \frac{n_0}{n} = 1 - g$$

(обозначения $1 - c$ и $1 - g$ приняты со времен Лалласа); с данными Гиппарха находим,

$$m = 1 - \frac{4267}{5612 - 7\frac{1}{2}} \approx 0,074801, \\ 1 - c = 1 - \frac{4574}{4287} (1 - m) = 0,008452, \\ 1 - g = 1 - \frac{5921}{5558} (1 - m) = 0,001023 \quad (1)$$

(знак минус указывает, что движение узла направлено обратнo движению Луны), обозначая теперь через T_1 и T_2 синоды обращения перигея и узла, получаем, вводя длину звездного месяца $t_1 = \frac{2\pi}{n}$

$$T_1 = \frac{2\pi}{n(1-c)} = \frac{27,32156}{0,991548} = 5252 \text{ дня} = 8,85 \text{ юлианск. лет};$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{n(1-g)} = \frac{27,32156}{0,998977} = 679,7 \text{ день} = 18,59 \text{ юлианск. лет}.$$

По современным теориям $T_1 = 3232,38$ дня и $T_2 = 6794,4$ дн⁶, так что точность чисел Гиппарха и тут весьма велика.

Разумеется, нам важна здесь не только эти численные значения основных параметров, но и взятый сам по себе

этот фундаментальный результат, к которому пришла древняя наука, доказав наличие у Луны определенных средних движений. Эти движения составляют как бы тот фон, на фоне которого развивается наблюдаемое движение, неравномерное движение Луны. Грандиозная абстракция древних вошла им раз навсегда востроить тот костяк движения, на котором периодически возникают и исчезают его отклонения от равномерности, и эта концепция особенно важна именно для теории Луны, у которой эти отклонения, эти неравенства движения особенно велики. Еще более поразительно то, как выяснилось через много столетий, динамическая теория Луны не нуждается ни в каких других равномерных элементарных углах, кроме тех четырех, которые с таковым искусством вавилонская и греческая наука вывели из наблюдений Луны⁷.

2. ПТОЛЕМЕЙ.

ПЕРВОЕ И ВТОРОЕ НЕРАВЕНСТВА

Выделение неравенств движения Луны началось уже в Вавилоне; здесь истинная, т. е. наблюдаемая, долгота Луны определялась по схеме

$$\lambda = \lambda_0 + nt + E,$$

где $\lambda_0 + nt$ — средняя долгота, равномерно растущая от момента $t = 0$, E — неравенство долготы, зависящее от расстояния Луны от перигея, t — от ее аномалии⁸. Гиппарх и Птолемей⁹ пошли значительно дальше и дали для определения E стройные кинематические модели конструкции Птолемея для нас существа, а, и мы приведем ее, опуская лишь некоторые детали. Мы допустим, что движение Луны происходит в плоскости эклиптики, отдаленная таким образом от шаблона лунной орбиты, который тот же изумительный Гиппарх (ему уж трудно было и покомнник истинным, как его называет Птолемей¹⁰) определял в $5''$, с ошибкой всего в $8''$ против его действительного (среднего) значения. Итак, пусть окружность с центром O есть «сферента» (рис. 1). Земля T находится вне его центра, так что деферент есть в то же время и эксцентр, C — перигей эксцентра, A — его апогей, диаметр AC линия апсид эксцентра¹¹, OT — эксцентриситет, направление T_0 — направление на Солнце в схеме некое

прямую не участвует, но зато галия Луны от Солнца, которую будем обозначать через D , растет в зависимости от роли. Кстати заметим, что когда $D = 0$ или $D = 180^\circ$, т.е. Луна в новолунии или полнолунии, говорят, что она в *сизигиях* (сходящихся с Солнцем), когда $D = \pm 90^\circ$ т.е. Луна в первой или последней четверти, говорят, что она в *квадратурах*.

В схеме осуществляются четыре движения.

1 По эксцентру движется в прямом направлении (против часовой стрелки) точка O_1 , центр эллипса, притом так, что угол γTO_1 при точке T растет равномерно времени с угловой скоростью, равной среднему синодальному движению Луны n долготы¹², поэтому во всякий момент времени будет

$$\gamma TO_1 = \lambda - nt$$

2 Луна аргенд диферента AC вращается вокруг T в обратном направлении (по часовой стрелке), притом так, что угол O_1TA при точке T также растет равномерно со средней скоростью, равной удвоенному среднему синодальному движению Луны, т.е. элонгации, при этом, по условию, когда Луна в сизигиях ($D = 0$ или $D = 180^\circ$), точки O_1 и A совпадают, поэтому во всякий момент времени

$$O_1TA = 2D,$$

очевидно в сизигиях, т.е. дважды в синодический месяц, центр эллипса проходит через наблюдателя.

Рис. 1

3 То же эксцентру, когда Луна в квадратурах, $O_1TA = O_1OL = 90^\circ$, и центр эллипса проходит дважды в месяц через перигей эксцентра.

4 По эллипсу движется в обратном направлении точка L , изображающая Луну, угловая скорость ее равна среднему синодальному движению Луны по эллипсу, началом отсчета средних аномалий по эллипсу древние принимали средний апогей Луны a_0 (он же средний апогей эллипса), в этой конструкции a_0 лежит на продолжении прямой

AO , причем положение точки A на эллипсе, а из эллипса определяется усвоенная AT TO .

5 Наряду со средним движением a_0 (и средняя перигея a_1) Штолемей вводит естественный апогей Луны a (и перигей p), лежащие на эллипсе, на продолжении прямой TO . При движении эллипса по эксцентру точки a и p несколько смещаются по эллипсу в ту и в другую сторону от их средних положений по конструкции Штолемей не был бы так на $\pm 2\gamma$, в этом состоит последнее, четвертое движение в данной схеме.

6 И тут чтобы использовать всю эту кинематику, требуется прежде всего зачать для некоторого начального момента среднюю долготу Луны λ_0 , ее среднюю аномалию I_0 , среднюю элонгацию Луны D и их синодальные движения, но нас интересуют здесь не столько эти элементы, сколько конструктивные постоянные схемы, именно эллипсы трисыды диферента e OT TV и радиус эллипса r O_1L , изложенные, разумеется, в частях радиуса эксцентра AO . Полученные этих параметров из наблюдений фактически с наблюдением Луны затмений составляет особую главу истории астрономии, мы проходим мимо нее и приходим к тому же что и Птолемея, записанный в его обычной вавилонской мере счета¹³.

$$17' 60'', \quad OT = 10^\circ 19', \quad O_1L = 5^\circ 15',$$

а в десятичном счете мы

$$\begin{aligned} e &= \frac{OT}{AO} = \frac{10^\circ 19'}{59^\circ 41'} = \frac{10,3167}{59,6833} = 0,20765, \\ r &= \frac{O_1L}{AO} = \frac{5^\circ 15'}{59^\circ 41'} = \frac{5,25}{59,6833} = 0,10567 \end{aligned} \quad (2)$$

Ограждаясь к рис. 1 вводим обозначения

$$\begin{aligned} O_1T &= e_n \text{ — средняя долготы Луны,} \\ LTO_1 &= \gamma \text{ — первая элонгация,} \\ LTO_1 &= \lambda - \lambda_0 \text{ — истинная долгота,} \\ r \cdot O_1L &= I \text{ — средняя аномалия Луны¹⁴,} \\ O_1p &= z \text{ — перигей эллипса,} \\ O_1a &= l \text{ — уравнительная аномалия,} \\ O_1TA &= 2D \text{ — удвоенная элонгация Луны,} \\ O_1T &= \rho \text{ — переменный радиус-вектор центра эллипса.} \end{aligned}$$

Средние углы λ_0 и i и $2D$ считаются, как и раньше, дающего момент времени, поэтому задача вычисления истинной долготы λ сводится к нахождению пераствства E . Эта задача решается, как легко видеть из рис. 1, совокупностью формул

$$\rho = e \cos 2D + \sqrt{1 - e^2 \sin^2 2D}, \quad (3)$$

$$\operatorname{tg} z = \frac{e}{1 - \frac{e}{\rho} \cos 2D} \sin 2D, \quad \operatorname{tg} E = \frac{\frac{r}{\rho} \sin (i + z)}{1 - \frac{r}{\rho} \cos (i + z)}$$

Обе последние формулы относятся к несмысленным в астрономии формулам «типа параллакса»¹⁶ и допускают известные разложения в ряды, в данном случае, где можно ограничиться точностью порядка $10'$ (дальнейший член в своих наблюдениях не могли идти), пренебрегаем всеми членами четвертого и некоторыми членами третьего порядка в отношении r и e и находим

$$E = r' \sin e - r' i \sin (2D - i) + \frac{1}{2} r'^2 \sin 2i, \quad (4)$$

где

$$r' = r \left(1 + \frac{3}{2} e^2 \right);$$

подставляя в (4) значения параметров (2) по Птолемею, получаем

$$E = 6' 15'' \sin i + 1' 18'' \sin (2D - i) + 19'' \sin 2i \quad (5)$$

К этой короткой формуле и сводится вся дальнейшая теория Луны в отношении ее долготы, но эта теория оказывается *асинклитической*, так как современное разложение для E — сохраняя в нем, разумеется, только члены с теми же аргументами — гласит

$$E = 6' 17,3'' \sin i + 1' 16,4'' \sin (2D - i) + 13,0'' \sin i \quad (6)$$

Согласие настолько замечательное, что его можно и известной мере считать делом случая¹⁷, тем более теперь сосредоточить внимание на каждом из членов этих формул в отдельности.

Первый из них носит название *главного эллиптического неравенства*: период его аргумента есть средний или эллиптический месяц (27 55 дней); его амплитуда является — одной

из произвольных постоянных в динамической теории Луны и определяется только из наблюдений, третий член в (5) же относится к эллиптическим.

Второй член, с аргументом $2D - i$ как мы увидим ниже, имеет небесномеханическое происхождение в нем отображается существование части возмущающего действия Луны на движение Земли вокруг Луны (здесь уже и начинается становление истинной задачи, поставленная Петербургской академией). В XVII в. это неравенство получило название *эпикиды*¹⁸, его амплитуда, разумеется, к числу произвольных постоянных лунной теории не относится; первый его равен 31,85 дня, можно было бы назвать этот период «птолемеевым месяцем»¹⁹.

Вернемся теперь к формуле (5) и рассмотрим два частных случая.

а) Луна в поволоупии или полнолунии, иначе говоря, в сизигиях, так что $D = 0$ или 180° , пусть λ' есть средняя долгота Солнца в момент сизигии, следовательно, истинная долгота Луны будет

$$\lambda = \lambda' + E \text{ или } \lambda = \lambda' + 180^\circ + E,$$

так что, определяя E по (5), получаем

$$\lambda = (\text{или } \lambda - 180^\circ) = \lambda' + 4' 57'' \sin i + 19'' \sin 2i, \quad (7)$$

где i — средняя аномалия Луны в момент этой сизигии.

В таком виде неравенство, записанное в сизигиях на среднее движение Луны, было раскрыто Гиппархом из наблюдений лунных затмений. Это неравенство получило у древних название *апокристического* или *первого*.

б) Луна в первой или последней четверти, т. е. в квадратурах $D = 90^\circ$ или λ есть средняя долгота Солнца в момент этой квадратуры, то истинная долгота Луны будет

$$\lambda = \lambda' + 90^\circ + E$$

и потому, подставляя в те же формулы (5)

$$\lambda = \lambda' + 90^\circ + 7' 33'' \sin i + 19'' \sin 2i, \quad (8)$$

где i — средняя аномалия Луны в момент данной квадратуры.

Сопоставляя (7) и (8), заключаем, что при переходе Луны от сизигии к квадратуре и затем к следующей сизигии, т. е. дважды в синодический месяц, амплитуда первого не-

равнства сначала увеличивается и затем уменьшается на $2'36''$ при чем эти изменения амплитуды не зависят от положения перигея. Луна Птолемея, сделавший это замечательное открытие (которого, как замечает не очень расположенный к нему Делямбр, достаточно чтобы «поставить его в первый ряд астрономов»²⁰), понимал это полумесячное колебание амплитуды первого неравенства как второе неравенство в движении Луны, и это вполне соответствует содержанию формулы (5), так как она может быть написана в виде

$$E = 4'32'' \sin i - 2'36'' \sin D \cos (D - i) - 19'' \sin 2i, \quad (9)$$

Таким образом, первое и второе неравенства являются только отображением главного эллиптического неравенства и эфемерид в синусах и в квадратурах, в первом случае амплитуды 6'15'' и 1'18'' вычитаются, во втором — складываются. Но, разумеется, обратный переход невозможен, и из обеих древних формул (7) и (8) «современная» формула (6) с помощью конструкции Птолемея дает несколько больше того, что мы сейчас вывели из нее древней астрономической формулы, что и объясняет некоторое увеличение аргумента эфемериды $2D$.

3. ЭПИЦИКЛИЧЕСКАЯ КИНЕМАТИКА КОПЕРНИКА

Глубочайший передрот всего мировоззрения, связан с именем великого польского астронома, не затрагивает теории движения Луны как до, так и после Коперника не возникает сомнения в том, что Луна обращается вокруг Земли как идеального тела, поворотом же эксцентрических систем мира здесь не приходится. Но автор «De Revolutionibus sive de coelestibus revolutionibus» действительно не оставляет в покоем теорию движения Луны. Первоначально он раскрыл ее философских, второй — астрономических позиций.

Тем не менее, у Птолемея центр эпицикла движется по кругу с неравномерной скоростью, и апогей эпицикла колеблется вокруг некоторого среднего положения. Коперник, вернувшись к тому направлению традиции Платона и Аристотеля, не может оставить подобных гипотез в астрономии, движению небесных тел, но его убеждению — кр-

говые и равномерные, либо складываются только из таких-х, «Неравномерны движутся, говорят и не следуют делению периода, но это было бы невозможно, если бы эти движения не были круговыми, только на круге восстанавливается то, что уже было доказано»²¹. Таким его сразу возражение, в свое время расхожее. Луна от Земли в птолемеевой схеме, а самым делом, а также ее расстояние, по Птолемею, имеет место, когда Луна в апогеях, а апогей эксцентрика эпицикла, апогей только $e = r = 1.31$, наименьшее — в квадратурах, в перигее эксцентрика эпицикла $(1 - e = 0.69)$ с отклонением равно 1.9. Однако эта схема может оказаться не выдел, чтобы угловой диаметр Луны почти удваивался, в этом отношении схема Птолемея была почти не лучше.²²

Нужно ли было по этим основаниям отбросить все учение Птолемея? Нет. Коперник в другом и для дом решения показал, что оно допускает существенное улучшение.²⁴ Пусть земля T (рис. 2) находится в центре deferenta BB' , и этому кругу движения в прямом направлении

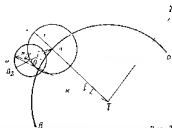


Рис. 2

точка A — центр первого эпицикла, ее угловая скорость равна среднему движению Луны по долготу так, что во всякий момент средняя долгота Луны λ_m инд. $AT\gamma$, по первому эпициклу движется точка O — центр второго эпицикла²⁵, движется центра O обратно по часовой стрелке, и его угловая скорость равна среднему движению Луны по долготу таким образом, средняя аномалия Луны отсчитывается здесь по первому эпициклу и выражается углом при центре A , началом счета этого угла берем (по современной мере, перигей перигей эпицикла ρ_1 Птолемея).

рому эллипсис движется в прямом направлении точка L , изображающая Луну, ее зодиакальная скорость равна удвоенной скорости элонгации Луны от Солнца так что угол при центре O равен $2D$, он отсчитывается от OA в сторону движения L , при этом вводится следующее условие: когда Луна в сизигиях ($D = 0$ или $D = 180^\circ$), точка L проходит через p_2 , т.е. через ближайшую к A вершину диаметра второго эллипса, когда же Луна в квадратурах ($D = \pm 90^\circ$) точка L проходит через дальнюю вершину этого диаметра a_2 очевидно, в течение синодического месяца L дважды обходит второй эллипс.

Пусть r_1 и r_2 радиусы обоих эллипсов, p радиус-вектор Луны относительно центра A R ее радиус-вектор относительно Земли, из фиг. 2

$$\gamma TA = \lambda_0 + \lambda; \quad p_1 AO = l; \quad LOA = 2D,$$

$$OAL = z, \quad ATL = E$$

Неравенство долготы E , как легко видеть, вычисляется здесь по совокупности формул, вполне аналогичных формулам (3), имело:

$$\operatorname{tg} z = \frac{r_2 \sin 2D}{r_1 - r_2 \cos 2D},$$

$$p^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos 2D, \quad (10)$$

$$\operatorname{tg} E = \frac{p \sin(1/2 z)}{1 - \cos(1/2 z)}$$

Значения параметров r_1 и r_2 получены Коперником частью из его собственных наблюдений лунных затмений, частью из данных Птолемея. Он нашел²⁶

$$r_1 = 0,1097; \quad r_2 = 0,0237 \text{ при } TA = 1 \quad (11)$$

Разложение (10) в ряд дает здесь, в пределах требуемой точности

$$E = r_1 \sin l - r_2 \sin(2D - l) + \frac{r_1^2}{2} \sin 2l, \quad (12)$$

или, подставляя значения обоих параметров,

$$E = 6'17'' \sin l - 2'21'' \sin(2D - l) + 21'' \sin 2l \quad (13)$$

Полученное выражение для угла E достаточно близко к формуле Птолемея (5), что и обнаруживает эквивалентность обоих решений, то есть их, видя их место эмпирического круга второй эллипсис, достигли сменного угла для всей конструкции. Проблема расстояний тоже решается в ее схеме значительно лучше чем у Птолемея, согласно условию, наложенному на движение точки L ,ходим для перигея и апогея ($D = 0$ и 180°)

$$\text{при } D = 0, \quad TL = r_1 - r_2 = 0,867,$$

$$\text{при } D = 180^\circ, \quad TL = r_1 + r_2 = 1,133$$

Отношение этих крайних расстояний есть 1,30, в действительности оно равно 1,17, к тому же Коперник пользуется уже очень хорошим значением еще одной произвольной постоянной всех будущих лунных теорий, получаемой непосредственно из наблюдений, мы имеем в виду постоянную лунного параллакса, иными словами, среднее расстояние Земли Луна, выраженное в единицах радиуса Земли. Но Копернику, крайние значения этого расстояния²⁷ равны 68° и 52° , земных радиуса, среднее между ними есть $60^\circ 30'$ и тогда по определению параллакса p будет

$$\sin p = 1/60,308,$$

отсюда $p = 57'0''$ с ошибкой не более $\pm 2''$ против действительного значения (по современным определениям $p = 57'2''$).

Значение теории Коперника (в дальнейшие детали которой мы входить не будем) для истории науки весьма велико. Но здесь надо отвлечь, разумеется, эллипсическую конструкцию как таковую, от того математического выражения, к которому она приводит и согласно которому неравенство лунной долготы представляется в виде суммы периодических синусоидальных членов. С этой стороны теория Коперника подходит к самой сущности лунной проблемы и дает нам ту «форму» объяснения лунного движения, от которой астрономия в дальнейшем уже не отойдет. Более того, как только появится теория тяготения, а с нею и динамические теории движения Луны, их главной задачей будет именно объяснение каждого отдельного неравенства, каждого синусоидального члена, вскрытого наблюдениями в выражении лунной долготы.

Напротив теоретические модели, из которых вытекают эти разложения и которые составляют самую основу древней теории эллипсисов, очень быстро должны будут

отступать за тайный план: в самом деле, уже на примерах теории Птолемея и Коперника видно, что зачатки той фатальной болезни, которую носила в себе эта теория на совершенно различных моделях Птолемея и Коперника, дали приблизительно одинаково удовлетворительное представление движений Луны по долготе, но существенно различное представление изменений ее расстояния от Земли. Так, у Птолемея наибольшее расстояние Луны всегда в синидах, у Коперника — все да в квадратах радиуса земного, ни да, ни де, но и в самом деле, от гелиоцентрического механизма нельзя требовать ничего иного, как воспроизведения определенной совокупности условий скоростей. Поэтому, если тагромажидная циклида, и было бы возможно, представить некоторый комплекс уже выделенных равенств движения Луны по небесной сфере, то во всяком случае оказалось бы, что возможным стало бы решить таких познанию проблему, а именно: расстояния Луны от Земли. Поэтому как таковая Кеплер поставил перед астрономией задачу описать движения небесных тел во всей их не только временной, но и пространственной реальности. Система гелиоцентрических механизмов оказалась для этого принципиально не пригодной и безвозвратно отпала в музей истории.

4 ОТКРЫТИЯ ТИХО БРАГЕ. ИТОГИ

Только через 14 с половиной столетий после Птолемея и Луны уже почти был введен новый и весьма «универсальный» материал, еще дал Тихо Браге (1546–1601), этот «феникс астрономов» как называл его Кеплер. Имя в своем распоряжении имел при ряде наблюдений Луны, при «сенсационных» наблюдениях до того времени, точностью $\pm 0,5''$. Тихо Браге обнаружил, что приближение к месту Луны значительно уменьшается от Птолемея Коперника, когда Луна приходящая к узлу Луны между эклиптикой и экватором, а значит, и этого третьего «драматического Тихо» определил в 1601 г. и с огромной точностью угол ϵ в виде угла $\epsilon = 23^\circ 27' 52''$.

40 $5 \leq n \leq 20$

(14)

[illegible]

за ней тупых затмения⁴⁰ она достигает критической максимума в так называемых квантах 2π или 4π и т.д.⁴¹ Это и есть знаменитая *вариация Луны*, и, равная, как мы увидим, значительно более влиятельная теория Ньютона, она же послужила источником новых методов небесной механики у Хилла и явилась прообразом периодических орбит Пуанкаре. Современное (теоретическое) значение коэффициента вариации есть $39.30''$.

Помимо третьего неравенства, Тихо Браге нашел еще четвертое, так называемое *длинное* неравенство Луны, он обнаружил, что долгота Луны меньше теоретической, пока Земля движется от перигелия к афелию ее орбиты (январь — май), и больше теоретической в течение следующих шести месяцев, действие этого неравенства на долготу, по Тихо Браге, составляло $-4,5 \sin t$, где t — средняя аномалия Солнца (считаемая от перигелия, через который Земля проходит 1—2 января). Примерно в те же годы (1598—1600) Кеплер, независимо от Тихо, изучил амплитуду годичного неравенства, дав для нее значение $11^{\circ} 0'$ (современная теоретическая величина есть $11^{\circ} 10' 30''$). Впрочем, и Тихо Браге и Кеплер принимали это неравенство как поправку к моменту наблюдения, а не, как Флемстед, уже к времени Ньютона имел его непосредственно в расчете. На четвертом неравенстве фактически и закончился процесс эмпирического выведения из таблиц и наблюдений астрономов.

От Гихе Браге мет свое начало и более точная теория движения Луны по ее второй (визирной) координате, т. е. широте. В этом направлении и Итодеслей и Кеплер знали только то, что орбита Луны наклонена к эклиптике под углом в 5°, и что линия пересечения этой орбиты с плоскостью эклиптики (линия узлов), проходя через Землю, непрерывно отступает с постоянной угловой скоростью и совершает свой оборот в 6791 день, т. е. почти 20 лет.

Но Тихо сделал здесь следующие удивительные открытия. Прежде всего, наклонность γ -лучей орбиты γ звезды также не остается постоянной ее среднее значение равно 58° , но оно уклоняется на $\pm 9^\circ$ от среднего, так что предельные значения наклонности равны $51,5^\circ$ и $67,5^\circ$. Всперво, из них наклонность дает понять, когда направление лучей от Земли на Солнце и на лунный узел совпадают (узлы в «синигах») вторым, когда они взаимно перпендикулярны (узлы в «адритрах»), так и образуют цепочку звезд.

бания равен половине промежутка между двумя соединениями Солнца с одним и тем же лунным узлом (так называемый драконический год, равный 346,64 дням). Далее, из наблюдений обнаружилось, что и самое движение узлов неравномерное: вращение полюса лунной орбиты вокруг его среднего места вызывает колебание линии узлов вокруг ее среднего положения. Это неравенство также проходит свои циклы в течение годовых и драконических годов, т. е. в 173,32 дня. Амплитуда колебания узлов была определена Тихо Браге в $1^{\circ}46'$; действие его сводится к тому, что узлы, следуя по эллиптической дуге, уходят вперед от их среднего места между квадратурой и квадратурой и остаются позади его между квадратурой и следующей сизигией. При лунных затмениях Луна проходит через узел и находится в противостоянии с Солнцем, расстояние Солнца от лучи его узла обращается тогда в 0 или 180° , неравенство узлов обращается в нуль, вот почему древние, строившие лунную теорию на наблюдениях лунных затмений, вовсе не могли обнаружить этого колебания узлов.

Из открытий Тихо Браге следовало, что движение Луны по широте отнюдь не так прямо, каким его изображали и Коперник и Птолемей, на этом движении также обнаруживается некоторое своеобразное неравенство. Не входя в подробности, сопоставим лишь основные формулы. Таблицы для лунной широты (которую обозначим через β) построены у Птолемея и у Коперника по простейшей формуле

$$\beta = 5' \sin u, \quad (15)$$

где u — угловое расстояние Луны от ее восходящего узла (так называемый аргумент широты), но по теории Тихо Браге

$$\beta = 5' \cdot 5'' \sin u + 9' \cdot 5'' \sin (u - 2D), \quad (16)$$

здесь D' — угловое расстояние между Солнцем и восходящим узлом лунной орбиты, второй член в (16) и дает главное неравенство лунной широты, раскрытое Тихо Браге. Оно получило название явления *по выносу*, происхождение это о названии станет ясным если преобразовать выражение аргумента ($u - 2D'$) Пути. Пусть λ — долгота восходящего узла Луны, λ' — долгота Луны и Солнца, тогда

$$u - 2D = \lambda - 0 - 2\lambda' - \lambda = 2(\lambda - \lambda') - 0, \quad (17)$$

с достаточным здесь приближением можно заменить $\lambda - \lambda'$ средним значением, т. е. средней элонгацией Луны D , а угол $\lambda - 0$ средним угловым расстоянием Луны от ее восходящего узла, это последнее будем обозначать через F , тогда

$$u - 2D' = 2D - F,$$

и равенство широты принимает форму

$$\delta\beta = 9' \cdot 5'' \sin (2D - F). \quad (18)$$

Теперь бросается в глаза аналогия в структуре его аргумента $2D - F$ с аргументом эвекции по долготе $2D - F$; отсюда тождественность названий самих неравенств.

Период эвекции по широте равен 32,36 дня, действительное значение ее амплитуды есть $10'42''$. Заметим, что других неравенств широты до появления ньютоновых «Начал» известно не было: на открытиях Тихо Браге заканчиваются, в основном, накопление и обработка наблюдательного материала за длинный ряд веков, предшествующих появлению теории тяготения.

Однако этот материал уже достаточно разнообразен и велик, и здесь уместно подвести его общие итоги. Прежде всего было установлено наличие средних движений Луны относительно звезд, к ее перигею и к узлу, из них вытекало с очень большой точностью движение лунного перигея и лунных узлов. Далее, были раскрыты основные равенства движения Луны по долготе (эллиптические, эвекция, вариация и годичное) и по широте (эвекция). Наконец, еще древним было известно значительное пересечение в движении перигея Луны z в конструкции Птолемея (рис. 1, величина его может доходить до 13°), из таблички было также обнаружено колебание лунной долготности и неравенство узлов с амплитудой в $1^{\circ}46'$.

Такова была разнообразная совокупность фактов, которой обладала астрономия к началу XVII в. в отношении Луны, и эти данные были тем более замечательны, что в смежных областях, в планетной астрономии, аналогичные явления или вовсе не наблюдались, или же не выявлялись столь интенсивно и рельефно, как у Луны, пераვენства планетного движения, после того как Коперник снял с них отражающее движение Земли, имели значительно меньшие амплитуды и меньшее равенство Луны, и если замечались дви-

те изменился по все время ее обращения к центру тяжести окружающих ее как квадраты расстояния или радиусы окружностей³⁰. Пытаясь, действительно, заключившись в своем теле планеты, взятое само по себе и отдельно, не достаточно для переноса ее тела с места на место. Шестое — тем не менее приближение планет к Солнцу и ее отступление от него происходят в силу свойства (virtus), которые присущи самой планете³¹.

В некоторых построениях Кеплер идет значительно далее и наделяет планету способностью осознания (sentientia) ее движения, например, мы читаем: «если установлено, что планета имеет ощущение (sentire) величины угла, то не будет ничего абсурдного, если мы по нашему человеческому образованию понятий (conceptu) скажем, что ей присуще и сознание синусов углов»³². Впрочем, этим последним допущением Кеплер практически не пользуется, и иногда он сам же констатирует, как подобные «физические гипотезы» обращаются в дым (in fumos abeunt)³³.

Тем таинственным свойством, посредством которых оказывается Солнце и планеты, Кеплер ищет аналог в явлениях земных, где можно найти ни лучшее пояснение, не в действиях магнитных сил. «Что если, — говорит Кеплер, — тела всех планет представляют собой огромные шары из магнитов? Ведь относительно Земли это доказано Вильямом Гильбертом»³⁴. Из этого соображения для него достаточно, чтобы построить всю схему эллиптических движений планет вокруг Солнца, помещая определенным образом их магнитные полюсы так, чтобы расположение магнитных осей планет, в связи с основным наравлением магнитного истечения (effluviu) Солнца могло привести к описанному изменению расстояний планет от Солнца в различных частях их орбит.

В этой своеобразной космической схеме тяготение непосредственно не участвует, по Кеплеру, оно действует только между подвижными телами, но при их движениях тяготение роли играть не может, вообще Кеплер не знает еще радиального действия. Солнце увлекает планету по орбите силой своего virtus promouendi, направленной всегда в сторону движения, т. е. по касательной к траектории. Тем не менее, все, что говорит Кеплер о тяготении, заслуживает внимания, во введении к «Astronomia nova» по этому вопросу различается такое учение:

«Всякая телесная субстанция, поскольку она телесная,

свойственно покоиться в любом месте, где бы ни поместить ее в отдельности вне сферы действия (virtus) родственного тела».

Тяготение есть взаимное телесное расположение (dispositio) двух родственных тел к объединению и соединению каковым по природе вещей являются магнитные свойства), так что гораздо более Земля притягивает камень, чем камень стремится к Земле.

Тяжелые тела (в обиходе, если мы помещаем Землю в центре мира) не устремляются к центру мира как таковому, но как к центру родственного шарообразного тела, именно Земли. Поэтому, где бы находилась Земля, или куда бы мы ее переместились по своей внутренней способности (facultas animalis), всегда к ней устремляются тяжелые тела.

Если бы два камня были помещены вблизи друг от друга в каком-либо месте мира, вне круга действия третьего родственного тела, то эти камни сошлись бы в промежуточной точке, причем каждый из них приблизился бы к другому в такое расстояние, каковым является громада (moles) камня сравнительно с первым.

Если бы Земля и Луна не удерживались своей естественной силой (vi animalis) или любой ей равнозначной силой на своей орбите, то Земля приблизилась бы к Луне в 1/34 часть расстояния, а Луна уступила бы к Земле в остальные 33 части его, и здесь бы они соединились, все это, однако, в предположении, что плотности и той и другой равны и одинаковы.

Если бы Земля перестала притягивать свои воды, то все воды морей поднялись бы и втекли в тело Луны»³⁵.

Кто станет отрицать теперь, что в этих тезисах заложены в какой-то мере положения, которые вошли затем в стройную архитектуру ньютоновой динамики? Но самое существенное здесь то, что у Кеплера все эти положения складываются почти вне всякого контакта с опытом, они налагаются на природу как некоторые умозрительные выводы, как предположения будущих опытов вообще.

Итак, в области астрономического знания Кеплер своими эмпирически найденными законами планетных движений заложил вечный и незыблемый фундамент динамического астрономии; но, когда он пытается раскрыть их внутренний смысл и их содержание, он беспомощен, и в его творчестве историк культуры найдет напластование градаций.

идущих от древней философии, от астрологии, от средневековой мистики, и в их толще то новое слово, которое Кеплер пытался сказать миру — физическое обоснование планетных движений, — совершенно теряется и не пробивается наружу.

Наименьшего успеха достиг Кеплер, стремясь применить свои физические концепции к теории движения Луны; разумеется, ее движение ему нужно было уложить в эллиптическую схему, которая так блестяще подошла к движению планет. Ибо, не забудем, эллипсы возникли именно на почве кеплеровой физики. Но здесь неравенство движения Луны ставило непреодолимую преграду его попыткам. Уже совокупность первых двух — основного эллиптического и эвекции — ясно указывала, что эксцентриситет эллипса должен быть переменным, значит, нужно было усложнять физические схемы, вводя, например, эффект действия солнечных лучей. Обо всем этом было бы излишне здесь говорить детально, и мы ограничимся указанием, что в поисках физической схемы для вариации Луны Кеплер только ухудшил величину коэффициента, найденного Тихо Браге, и вместо $40',5$ вывел для него значение $51'$. Таким образом, в лунных теориях заслуга Кеплера ограничивается в основном тем, что он независимо от Тихо Браге открыл годичное неравенство, о чем было сказано выше.

В то самое время как Кеплер раскрывал новую астрономию и представлял ее современникам как бы осязаемый целым миром его догадок и грез, другой гений, за Альмагестом, закладывавший основы рационального понимания движений и происхождении всего движущего, происхождении на Земле, Галилею принадлежит самый метод подхода к действительности путем наблюдения и опыта и вывода математических зависимостей связывающих их отдельные элементы между собой. Говоря его словами, «философия написана в той величественной книге, которая постоянно лежит открытой у нас перед глазами, и имею в виду Вселенную, — по которой невозможно понять, если не научиться предварительно ее языку и не узнать те письмена, которыми она написана, ее язык математики, и эти письмена суть круги, эллипсы и окружности, без помощи которых в ней невозможно понять хотя бы единое слово. Без них мы можем только кружиться в темном лабиринте»²⁹. И следовательно, крутясь в лабиринте ошибок схоластиков Галилей видит в том, что когда к нему приходят в голову различные опыты, с помощью которых

сложно бы невозможно подойти к свету истины, они вовсе не отрицают их в действительности, а считают их сделанными и допускают, что эти опыты говорят в пользу их умозаключения³⁰.

И Галилей, оставаясь величайшим реалистом и правителем своей эпохи, дает механике ее самые общие и ценные начала: принцип возможных перемещений, закон сохранения движения, закон относительности в динамике, законы скоростей, о движении и параболического движения тел, брошенных наклонно к горизонту, закон живых сил в равномерном движении. Как некогда Леонардо да Винчи, он мог бы сказать «Le mescolanche sono il paradiso» («Le scienze matematiche» (Механика есть рай среди математических наук)). А в этом раю нет места кеплеровой фантастической физике, ей места нет и во Вселенной вообще. Из всех людей, рассуждавших об этом замечательном явлении — о приливах и отливах моря, — больше всех влияющих на Кеплера, будучи человеком свободным и остроумным и владея теорией движений, приписываемых Земле, он стал потом уделять внимание и соглашаться с мнением о влиянии (praedominantia) Луны на воду, о скрытых качествах и подобных детских выдумках»³¹.

Вот почему величайшие открытия Кеплера — закон эллиптического движения планет, закон постоянства секторальной скорости и закон возрастания периодов оборота планет в полуэллиптическом отношении их расстояний от Солнца (1609 и 1619) — для Галилея просто не существуют; несомненно, он читал соответствующие трактаты Кеплера («Astronomia nova» и «*Dialogues Mundus*»), но он отгораживается от них «мой метод рассуждений» (*il mio filosofare*) решительно отличен от его метода, разумеется, может оказаться, что в наших работах об одних и тех же предметах — однако только в отношении движений небесных тел — мы могли встретиться в некоторых, хотя и немногих построениях. Но этого не обнаружится и в одной сотой части моих мыслей»³².

Галилей не допускает, таким образом, чтобы зерна рационального знания могли существовать в окружении тех капризных концепций, в которые они облечены у Кеплера. И в этом отчасти трагизм его положения: когда он трактует о движениях небесных тел, когда он снова и снова пытается на все трудности и личные страдания вступить в борьбу со схоластиками, за конерническую ис-

тину, он не идет далее самых элементарных построений, он закрывает глаза на первичность планетных движений, он охватывает в своих схемах, допускавших только круговые движения, в 16 раз больше фактического и наблюдательного материала, чем их охватывали Гиппарх и Птолемей. И во многих очень ответственных случаях его решения небесно-механических проблем являются не больше как механическими фантазмами.

Так, к самому концу последнего, «Четвертого дня» знаменитого «Диалога»⁴² Галилей говорит, очевидно намекая на Кеплера, что «не только теория Марса, но и теория Луны излагались за последнее время совершенно новым образом, даже после того как Коперник существенно изменил теорию Птолемея». Но Луна в новолуниях ближе к Солнцу, чем в полнолуниях, следовательно, утверждает Галилей, скорость ее должна быть в первом случае больше, чем во втором, и он сравнивает затем Солнце с точкой подвески маятника, а Землю и Луну с двумя грузами, прикрепленными к его стержню, причем у одного из них, изображающего Луну, расстояние от точки подвеса может изменяться. Но при этом должен измениться и период колебаний маятника, следовательно, заключает Галилей, Земля должна двигаться медленнее во время полнолуния, чем во время новолуния⁴³. Так с удивительной смысловой переноской на космос законы и соотношения, выведенные для явлений земных.

В том же «Диалоге», например, ставится вопрос о том, сколько времени продолжалось бы падение Луны на Землю, и Сальвинати, этот алгебраик Галилея, с триумфом сообщает, что оно длилось бы очень недолго, всего 3 часа 22 мин 4 сек.⁴⁴ Откуда это? Галилей применяет к падению Луны законы равноускоренного движения, т. е. в современных обозначениях формулу $l = \frac{1}{2}gt^2$, и хотя его результат лишен всякого значения, так как о постоянном ускорении на всем пути воображаемого падения Луны говорить не приходится, тем не менее на этот раз Галилей подходит к самой грани пьютонова учения о тяготении: ускорение от массы притягиваемого тела не зависит.

Другим примером галилеевой космической механики может служить его теория приливов, изложению которой посвящен «Четвертый день» «Диалога». Вводить в действие притяжение Луны на воды описана Галилеем, как мы уже знаем, не может это значить, бы идти вслед за Кеплером и,

хуже того — за астрологией, которая именно в приливах читала основной пример взаимодействия небесных тел на Земле — явления и рас, растягивала его, т. е. аллолог... на много часов и дней. Нет, Галилей для объяснения приливов развил свою собственную оригинальную теорию движения дождя, она на объяснение просто их «фактически», пролегло, таким образом, что частицы воды участвуя во вращении Земли вокруг ее оси и все обрабатываясь вокруг Солнца, движутся в сутки меньше с той же направлением, но и величиной, основной скорости, следовательно, непрерывно подвержены ускорению. Нечего и говорить, что эта теория, при изложении которой Галилей и не указывает, однако не может до глубочайших гидромеханических соображений (о периоде собственных колебаний воды в бассейне, о явлениях резонанса и т. п.), оказалась совершенно несостоятельной. И зерно истины в этом случае было предугадано именно Кеплером.

Так, в первые десятилетия XVII в. Галилей и Кеплер создают новую науку, т. е. они стоят на глубоко различных культурно-исторических позициях, непроходимая пропасть их разделяет, к середине столетия нечто среднее предсказывает возможного синтеза их учений. Как раз тогда на сцену выступает картезианство, но это была уже чистая химера. Правда, Декарт мыслит мир механически (допускал при этом существенные механические ошибки), но он вводил в него гипотетических агентов, ту «*materia subtilis*», которая своими разнообразными вихревыми движениями захватывает и увлекает планеты в их обращении вокруг Солнца. И эта своеобразная теория фантомов, с призраком всякую реальность, господствовала над умами в течение десятилетий, быть может, «за наименьшим лучшем», как заметил Вольтер⁴⁵.

К самому концу XVII в. на всем этом сложном и полном глубоких противоречий фоне мировоззрений и доктрин появляется теория тяготения. Для историка астрономии величие пьютоновой «Системы мира»⁴⁶ заключается прежде всего в том, что ею достигается то, что еще так недавно представлялось принципиально невозможным: она перебрасывает мост между Галилеем и Кеплером. И истина, которая была заложена в их открытиях объединяется и заключается в окончательных формулах. Но чтобы достичь этого, недостаточно было на наш взгляд, даже и пьютонова математического гения, нужно было создать «материю»,

особенную схему подхода к природе, при которой сделалось бы безразличным и окончательно отпало бы все то темное, не до конца ясное и неверное, что ослепляло оба исходных учения.

Эта новая принципиально отличная от всего прежнего точка зрения Ньютона и есть та, которая резюмируется в именованном заключительном абзоре его «Начала».

«Все, что не выводится из наблюдений, следует называть гипотезой. Гипотезам же, либо метафизическим, либо физическим, либо скрытых свойств, либо механическим, нет места в этих «римантовых философиях».

Почему величайший механик и физик ставит здесь физические и механические гипотезы на одну доску с метафизическими схемами и «скрытыми свойствами» науки схоластики?

Не потому ли, что и то и другое уже было представлено миру Кеплером и Галилеем, не говоря уже о Декарте, и притом представлено так, что отсюда ничего кроме споров и неясностей не произошло?

Но да еще это, о бытии не должно и не будет, как титан поднимается Ньютон, над всем строем научной мысли своей эпохи и, ослепшая ее примерно на 150 лет, излагает свою доктрину так, как это будут делать великие математики французской школы XIX в. в своих трактатах по небесной механике и математической физике.

С этих новых позиций самые задачи науки о Вселенной, о действующих в ней силах уже отпадают не те, какими они были для Галилея или для Кеплера. Ньютон подчеркивает в «Началах», что он исследует не виды сил и свойств их, а лишь их величины и математические соотношения между ними⁴⁰, что ряд понятий нужно рассматривать как математические, ибо здесь «не обсуждаются физические причины и свойства сил»⁴¹, что в его сочинении «мы занимаемся математикой голым, оставив в стороне физические сны, будем пользоваться более обычными названиями для сил»⁴².

Это подчеркнутое отмежеввание «Натуральной философии» от всяких физических предположений тем более оправдано, что «Система мира» строится на основе учения о притяжении, о тяготении тел. При этом несомненно, что некоторые элементы этого учения перешли к Ньютону от тех теорий Кеплера, которые были нами приведены. Поэтому здесь действительно

создавалось очень деликатное положение вещей, от тяготения к «скрытым свойствам» путь не особенно далек. Это с чувством отчетливо высказал Лаплас. Этот великий человек, — говорит он про Ньютона, — несомненно заслужил бы упрек в том, что он восстанавливает «скрытые качества», если бы он удовлетворился тем, что приписал всемирному тяготению эллиптическое движение планет и комет, неравенства лунного движения, изменения как длины градусов меридиана, так и силы тяжести, предрешение равноденствий, приливы и отливы моря, не показав связи своего принципа с этими явлениями»⁴³.

Но Ньютон выявил эту связь, и притом с такой грандиозной полнотой и силой, что и сейчас невозможно без изумления перелистывать заключительные страницы его «Начала». Одна за другой, все из той же простейшей формулы, раскрываются гармонии движений небесных тел, планеты обращаются по эллипсам вокруг Солнца, спутники обращаются вокруг центральных тел, и все эти движения подчинены законам Кеплера, которые только теперь получают свое общее и единое обоснование, вырванные из кеплеровой мистики, они оказались включенными в схему рационального знания, к тому же сила, которая вызывает все эти движения, действует не только в небесных пространствах, но и у самой поверхности Земли.

Далее, здесь строится понятие силы, возмущающей кеплерово движение планет или спутников и устанавливается, что все особенности движения Луны — ее неравенства — могут и должны быть объяснены, если, помимо центральной силы притяжения Луны Землею, учесть еще силу притяжения Луны Солнцем, которая и является возмущающей в этой «задаче трех тел». Воды океана подчинены тому же действию притяжения Солнца и Луны, теория приливов, объяснение приливов сучных и полусучных, квадратурных и сизигийных скрыты в формуле всемирного тяготения, а вовсе не в той теории колебаний океана, которую развивал Галилей. Прогрессивное явление загадочное для всех прежних астрономов, — выводится Ньютоном путем гениальной интуиции на основе схемы движения спутников и смещения узлов их орбит на орбите главного тела, изучается фигура Земли, предполагаемой вращающейся однородной жидкой массой, и выводится зависимость между ее сжатием и отношением центростремительной силы к силе тяжести на экваторе. Наконец устанавливается, что и

движения таинственных комет входят в общую схему законов притяжения, и в заключение Ньютон учит вычислять их параболические орбиты.

Никогда, ни до, ни после появления «Начала», совокупность проблем такого порядка не ставилась совместно перед мыслителем и никогда природа не раскрывала сразу столько своих тайн перед одним, хотя бы и гигантским усилием, но Ньютон, заканчивая на этом свою могучую «Систему мира», этот вечный источник гордости всего мыслящего человечества, считает необходимым только еще раз подчеркнуть, что и рассмотренные физической сущности открытой им силы он, вольно или невольно, не будет.

«Довольно того, что тяготение на самом деле существует и действует согласно изложенным нами законам, вполне достаточно для объяснения всех движений небесных тел и моря»²².

И только теперь, при свете совершенно новых теорий и доктрин, нам начинает раскрываться, насколько Ньютон был не только осторожен, но и прав, оставив вопрос о тяготении именно так, как это сделано в его «Системе мира».

6. ТЯЖЕСТЬ И ТЯГОТЕНИЕ

Из всех открытий Ньютон считал особенно важными два, именно вывод самой формулы закона тяготения и доказательство тождества между силой тяготения и силой тяжести на Земле²³. Это знаменитое доказательство проводится у Ньютона путем вычисления центростремительного ускорения Луны в ее обращении вокруг Земли; затем Ньютон уменьшает это ускорение пропорционально квадрату расстояния Луны от Земли, после чего оно оказывается равным ускорению силы тяжести у земной поверхности. «Итак, — заключает Ньютон, — сила, которую Луна удерживается на своей орбите, если ее опустить до поверхности Земли, становится равной силе тяжести у нас, поэтому она и есть та самая сила, которую мы называем тяжестью, или тяготением»²⁴.

Вычисление Ньютона воспроизведено в бесчисленных руководствах и учебниках. Но здесь мы несколько перестроим его, чтобы показать, как именно на этом выводе происходит объединение законов Галилея и Кеплера²⁵.

Действительно, из элементов галилеевой динамики рав-

ноускоренного падения тела у земной поверхности легко вывести, какую скорость нужно сообщить любому тяжелому телу (например камню, бросая его горизонтально, с тем, чтобы этот камень не упал на Землю, а продолжал обращаться вокруг нее по подобию спутника. Пусть v эта скорость, мы найдем

$$v = \sqrt{gR}, \quad (19)$$

где R — радиус экватора, g — ускорение силы тяжести, разумеется, от всяких сопротивлений движению мы отвлечемся и считаем Землю сферой радиуса R .

Период обращения этого воображаемого спутника Земли будет:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}, \quad (20)$$

так что, полагая $R = 6400$ км, $g = 9,80$ м сек²,

$$T = 5080 \text{ сек} = 0,0588 \text{ дня}$$

Но у Земли есть и действительный спутник — Луна, по третьему закону Кеплера периоды обращения спутников вокруг центрального тела возрастают в полукубическом отношении их расстояний от центрального тела, а расстояния Луны от центра Земли в 60 раз больше расстояния камня; следовательно, период обращения Луны должен быть равен

$$T_1 = T \cdot 60^{\frac{3}{2}} = 27,3 \text{ дня}$$

Но этот период таким и является в действительности (по наблюдениям, $T_1 = 27,321\,661$ дня), следовательно движение камня, удерживаемого у земной поверхности галилеевой силой тяжести, в такой же мере подчиняется третьему закону Кеплера, как ему подчиняется Луна, удерживаемая на своей орбите ньютоновой силой всемирного притяжения, следовательно, Луна, будучи опущена до поверхности Земли, стала бы обращаться вокруг нее со скоростью камня, а при этом и непрерывно падать на Землю с ускорением силы тяжести, значит, обе силы, галилеева земная и ньютонова — космическая, действуют одинаково, значит, они тождественны между собой.

Приведенный расчет произведен нами с грубым приближением, но представляет некоторый интерес провести

его со всей точностью современной астрономии, тем более что численные данные, которыми пользовался Ньютон, теперь устарели и всё его вычисление имеет только историческое значение. Для точного вычисления мы должны, прежде всего, применить третий закон Кеплера в его так называемой исправленной форме, данной Ньютоном⁵⁴, в которой учитывается движение обоих тел вокруг их общего центра тяжести. Пусть M — масса Земли, R — радиус ее экватора, μ — масса Луны. Подставляя массу камня равной нулю, имеем для камня

$$\frac{4\pi^2 R^3}{T^2} = f \cdot M, \quad (21)$$

для Луны

$$\frac{4\pi^2 a_0^3}{T^2} = f(M + \mu)$$

Следовательно,

$$T = T_0 \left(\frac{a_0}{R} \right)^{3/2} \sqrt{1 + \frac{\mu}{M}}, \quad (22)$$

или, ввиду (20),

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g} \left(\frac{a_0}{R} \right)^{3/2} \left(1 + \frac{\mu}{M} \right)^{-1/2}}. \quad (23)$$

Для численных подстановок в формуле (23) используем следующие данные: а) по геодезии $R = 637838800$ см⁵⁵, б) по гравиметрии ускорение силы тяжести на экваторе⁵⁶ $g_0 = 978,049$ см/сек², в) по наблюдательной астрономии: средний параллакс Луны⁵⁰ $p = 57'2''700$, г) по небесной механике отношение массы Луны к массе Земли⁶⁰ $\mu/M = 1:81,53$ (оно выводится из наблюдений одновременно с определением солнечного параллакса).

Из данного значения p получаем по определению параллакса

$$\frac{a_0}{R} = \frac{1}{\sin p} = 60,26652 \quad (24)$$

Однако мы не можем подставить в (23) ни этого значения $\frac{a_0}{R}$, ни приведенного выше значения g_0 , и вот почему:

Законы Кеплера относятся к движению только двух тел, в данном же случае движение Луны возмущается третьим телом, Солнцем, и наблюдаемый период ее обращения T_1 есть, таким образом, возмущенный. В небесной механике показало⁶¹, однако, что уравнение Кеплера сохранит свой смысл и для Луны, если ввести в него вместо $\frac{a_0}{R}$ величину

$$\frac{a}{R} \frac{a_0}{R} \left(1 + \frac{a^2}{b^2} - \frac{179}{288} m^4 + \frac{a^2 e^2}{4} \right), \quad (25)$$

где m — основной параметр лунных динамических теорий, определенный на наблюдаемый спуск Гиппархом, e' — эксцентриситет земной орбиты,

$$m = 0,07480133, \quad e' = 0,016771,$$

таким образом,

$$\frac{a}{R} \frac{a_0}{R} = 1,00091346 \quad 60,32158 \quad (26)$$

Наблюдаемая величина ускорения силы тяжести на экваторе g_0 зависит не только от силы притяжения, разнваемой массой Земли, но и от центробежной силы, происходящей от ее вращения, однако эта последняя не имеет никакого отношения ни к движению Луны, ни к движению камня, как только он отделится от Земли; наконец, на наблюдаемой величине g_0 сказывается и влияние сжатия Земли, но на сжатой Земле притяжение не зависит от широты, и потому круговая траектория камня возможна только в плоскости земного экватора. Чтобы освободиться от всех этих дополнительных условий, мы должны в (23) вместо g_0 подставить то значение ускорения γ , которое определяется формулой

$$\gamma = \frac{fM}{R^2},$$

т. е. соответствует только притяжению Земли, и подставляя в (23) точечной массой. Зависимость между γ и g_0 выводится в теории фигуры Земли. По формулам Дж. Дарвина⁶² имеем

$$\gamma = 1,0018181 g_0. \quad (27)$$

Здесь коэффициент есть функция сжатия Земли и отношения центробежной силы к силе тяжести на экваторе, включаю-

щая члены второго порядка относительно этих величин; эти параметры известны теперь настолько точно, что и коэффициент Дарвина можно считать числом точным. Таким образом

$$\gamma = 979,827 \text{ см/сек}^2$$

Ввиду всего сказанного формула (23) принимает вид:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{R}{\gamma} \left(\frac{a}{R} \right)^{3/2} \left(1 + \frac{\mu}{M} \right)^{-1/2}}; \quad (28)$$

производя вычисления, находим

$$T_1 = 5069,448 \ 60,32158'' = 0,9939232 = 2360601 \text{ сек.}$$

Между тем наблюдаемое значение равно

$$2360591,52 \text{ сек}$$

Итак, расхождение между вычисленным и наблюдаемым значениями звездного месяца получилось 9,5 сек. его относительная величина равна $4 \cdot 10^{-6}$, но здесь необходимо учесть, что если бы мы увеличили постоянную лунного параллакса всего на $0,01$ или взяли отношение масс Луны и Земли $81,47$, вместо классического $81,53$, то оба значения T_1 сошлись бы с точностью до 1 сек., однако подобные отклонения обеих указанных величин лежат в пределах средних ошибок их определения из наблюдений, и потому более точный результат был бы здесь вообще нереален. Следовательно, нам остается только подчеркнуть, что данные, полученные из столь разнообразных по своей природе наблюдений и определений (геодезических, триангуляционных и астрономических), превосходно согласуются с теориями небесной механики, возмущенной на законах Галилея — Кеплера — Ньютона и имеющей в своей глубокой основе именно тождественность силы всемирного тяготения и силы тяжести на Земле.

7. ВАРИАЦИОННАЯ ОРБИТА

Одно из сильнейших неравенств лунного движения, имен-но вариация Луны, раскрытая Тихо Браге, есть результат возмущающего действия Солнца на движение Луны в поле сил земного притяжения; в этом заключается один из

первых и глубочайших триумфов небесной механики Ньютона⁶⁷ «Метод, которому здесь следовал Ньютон, представляет собой, — говорит Лаплас, одно из самых замечательных мест во всем содержании «Начал»⁶⁸

Действительно, модернизировав изложение, теперь можно легко и быстро показать на этом примере всю глубину ньютонова гения и выяснить к тому же значение некоторых ньютоновых построений для истории небесной механики вплоть до наших дней.

Пусть на рис. 3 точки L , T , S изображают соответственно Луну, Землю и Солнце, массы их обозначим, как принято, через L , T , S , пусть r , r' , $\bar{r}$ — радиусы-векторы FL , TS , LS , каждое ньютоново ускорение будем писать в виде r/r^2 , выделяя этим не только величину вектора ($1/r^2$), но и его направление, пусть $\vec{u}$ и $\vec{u}'$ — векторы абсолютных ускорений точек L и T , полагая постоянную притяжения $f = 1$, напишем два уравнения движения Луны и Земли в поле сил ньютонова притяжения.

$$\ddot{L} = \frac{T\vec{r}}{r^3} + \frac{S\vec{r}'}{r'^3}, \quad \ddot{T} = \frac{L\vec{r}}{r^3} + \frac{S\vec{r}'}{r'^3}, \quad (29)$$



Рис. 3

вчитая геометрически из первого уравнения второе и обозначая через $\vec{w}$ вектор «наблюдаемого ускорения» Луны относительно Земли, найдем

$$\vec{w} = \frac{(L+T)\vec{r}}{r^3} + m' \left(\frac{\vec{r}}{r^3} - \frac{\vec{r}'}{r'^3} \right). \quad (30)$$

Но по рис. 3

$$\vec{r} = \vec{r}' - \vec{r}_s$$

так что

$$\ddot{\omega} = -r \left(\frac{1}{r^3} + \frac{m}{r^5} \right) + m' r' \left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{r'^3} \right). \quad (31)$$

Эта последняя формула и является единственной основой всех динамических теорий движения Луны, однако интегрирование трех соответствующих ей уравнений движения оказалось, как мыслит еще Эйлер, «сопряженным с такими существенными и важнейшими трудностями, что оно представляется превосходящим силы человеческого ума»⁴⁶.

Как бы то ни было, пойдём немного далее и прежде всего спроецируем вектор $\ddot{\omega}$ на направление радиус-вектора r , обозначим при этом через ψ разность истинных долгот Луны и Солнца:

$$\psi = \lambda - \lambda' = \gamma TL - \gamma TS.$$

тогда будем иметь, обозначая через ω_r искомую проекцию

$$\omega_r = - \frac{1}{r^3} - \frac{m}{r^5} + m' r' \cos \psi \left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{r'^3} \right). \quad (32)$$

Пусть n — наблюдаемое среднее суточное движение Солнца, a' — полусось земной орбиты так что по третьему закону Кеплера

$$m' = n'^2 a'^3,$$

далее, пусть n — наблюдаемое среднее суточное движение Луны, a — искоторая наперед точно не известная постоянная (ближайшая к среднему расстоянию Луна — Земля), вводимая раз навсегда под условием

$$n^2 a^3 = 1, \quad T$$

С помощью обеих этих соотношений из формулы (31), исключаются массы m' и $1 + T$, целесообразно еще ввести в эту формулу хорошо известный нам «параметр Гиппарха» $m = \frac{n'}{n}$ = 0,07480133 и переписать ее в виде

$$\ddot{\omega}_r = - \frac{1+a^2}{r^3} \left[1 + m^2 \frac{a^2}{r^2} + \frac{a^2}{r^2} - m^2 a^2 \frac{r'}{r^2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) \right] \quad (33)$$

Полученное выражение — точное, теперь переходим к приближениям и замечаем, что

$$r^2 - r'^2 = r'^2 - 2rr' \cos \psi,$$

так что

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} = \frac{2r'}{r^2} \cos \psi.$$

Подставляя в (32), учитываем, что параллакс Солнца (8",6) приблизительно в 390 раз меньше параллакса Луны (3422",7), так что $a \cdot a' \sim 1/390$, поэтому, отбрасывая члены, имеющие порядок не ниже

$$m^2 \frac{a^2}{r^2} + \frac{a^2}{r^2} \sim m^2 \frac{a^2}{r^2} \sim 1,4 \cdot 10^{-5},$$

имеем

$$\omega_r = - \frac{n^2 a^3}{r^2} \left[1 - m^2 \frac{a^2}{r^2} + \frac{r^3}{a^2} (1 - 3 \cos^2 \psi) \right]. \quad (34)$$

Эта важная формула раскрывает, что возмущающее действие Солнца пропорционально m^2 = 0,00560, поэтому, если ограничиться только первой степенью возмущающего действия, то в членах, умноженных на m^2 , можно положить

$$r' = a', \quad r = a,$$

т.е. допустить, что Земля движется по круговой орбите, а Луна, в отношении ее возмущений, также движется «без эксцентриситета» (как говорит Ньютон), сверх того, вместо разности истинных долгот ψ можно ввести разность средних долгот, т.е. хорошо известный нам аргумент D (средняя элонгация Луны)

$$D = (n - n') t = n (1 - m) t,$$

причем счет времени t можно начать со среднего новолуния, когда $D = 0$. При всех этих условиях и допущениях приходим к первой формуле лунной теории Ньютонa, дающей величину центростремительного ускорения Луны в ее движении вокруг Земли:

$$-\omega_r = \frac{n^2 a^3}{r^2} (1 - m^2 - 3m^2 \cos^2 D). \quad (35)$$

Из этой формулы вытекают два удивительных на первый взгляд следствия

1) Возмущающее действие Солнца одинаково как в ближней, так и в дальней части лунной орбиты (направо и налево от оси Y , рис. 3) действительно, выражение в

скобках в формуле (35) не изменяется при замене D на $D + \pi$, поэтому с принятой здесь степенью приближения ничто не препятствует орбите Луны быть замкнутой кривой, симметричной относительно T .

2) Так как среднее значение $\cos^2 \lambda$ есть $\frac{1}{2}$, то действие солнечных возмущений в среднем эквивалентно уменьшению центростремительного ускорения Луны к Земле в отношении

$$1 - \frac{m'}{2} \frac{r_0^2}{r^2}.$$

или, иначе, наблюдаемое (т.е. возмущенное) ускорение Луны к Земле в среднем таково, как если бы масса системы Земля — Луна была уменьшена на $\frac{1}{2} m'$ ее величины. Поэтому, если мы вообразим некоторое фиктивное движение материальной точки вокруг Земли, подчиняющееся третьему закону Кеплера, с «наблюдаемой» полуосью a_0 , удовлетворяющей условию

$$n^2 a_0^3 (L - \frac{1}{2}) \left(1 - \frac{m'}{2}\right), \quad (46)$$

и сопоставим это условие с формулой

$$n^2 a^3 = L + T,$$

то найдем, отбрасывая члены с m^2 ,

$$a = a_0 \left(1 + \frac{m^2}{6}\right) = 1,00093. \quad (47)$$

Формула (47) дает, с точностью до m^2 , то соотношение между истинной a и синусом лунной параллакса, которыми мы уже пользовались в предыдущем разделе (см. формулу (25)).

Вернемся теперь к основной формуле (31) и сделаем новое допущение, именно примем, что движение точек I , T , S происходит в одной плоскости (в плоскости эклиптики), пренебрегая, таким образом, наклоном лунной орбиты. Умножая теперь (31) вектор $\vec{r}$ на $\vec{r}$ и замечая, что

$$(\vec{r}, \vec{\omega}) = \frac{d}{dt} (\vec{r}, \vec{t}), \quad \frac{d}{dt} \left(r^2 \frac{d\lambda}{dt}, \vec{\rho}_1 \right),$$

где $\vec{\omega}$ — вектор скорости Луны в ее движении относительно Земли, λ — ее истинная долгота и $\vec{\rho}_1$ — единичный вектор,

перпендикулярный к эклиптике, найдем

$$\frac{d}{dt} \left(r^2 \frac{d\lambda}{dt} \right) \rho_1 = m' r r' \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r'^2} \right),$$

или в проекциях на направление этого перпендикуляра

$$\frac{d}{dt} \left(r^2 \frac{d\lambda}{dt} \right) = m' r r' \sin \psi \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r'^2} \right), \quad (38)$$

люди, наконец, указанные выше разложения для r'^2 , найдем с той же степенью точности, как и выше,

$$\frac{d}{dt} \left(r^2 \frac{d\lambda}{dt} \right) = -\frac{1}{2} m' \frac{r^2}{r^2} \sin 2\psi. \quad (39)$$

Разделив обе части на r , получаем, как хорошо известно, проекцию ускорения на перпендикуляр к радиусу-вектору, откуда важным выводом трансверсальная проекция ускорения при учете первой степени возмущающего действия в среднем равна нулю, к тому же она исчезает как в синизигиях, так и в квадратурах Луны ($\psi = 0^\circ, 180^\circ$ или $\pm 90^\circ$). В левой части формулы (38) мы имеем производную от удвоенной секторальной скорости, обозначим ее через h и заметим, что в невозмущенном круговом движении

$$h = na^2$$

В правую часть (38) вводим $m' = n'^2 a'^3$ и полагаем здесь, с тем же приближением, как и выше,

$$r = a, \quad r' = a, \quad 2\psi = 2D = 2\pi(1 - m')t$$

При этих условиях получаем

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{1}{2} n'^2 a'^2 \sin 2D,$$

интегрируя и взяв за начальное (здесь среднее) значение $h = na^2$, приходим ко второй формуле лунной теории Ньютона

$$h = r^2 \frac{d\lambda}{dt} = na^2 \left(1 - \frac{3}{4} \frac{m^2}{1 - m} \cos 2D \right) \quad (40)$$

Отсюда мы опять заключаем, что секторальная скорость одинакова в симметричных точках на двух половинах лунной орбиты — она не меняется при замене D на $D + \pi$, т.

в частности, она одинакова в обеих сизигиях и в обеих квадратурах

Коэффициент при $\cos 2D$ равен 1 220,46, так что отношение значений h в сизигиях и в квадратурах есть 1 073 10 973, как и установлено Ньютоном⁶⁶

Из формулы (40) можно получить λ , но сделать это пока невозможно, так как мы не знаем выражения r а функции D (т.е. в функции времени) вид лунной орбиты неизвестен, как замечает Ньютон, но здесь именно и раскрывается перед нами изумительная глубина ньютоновой теории уравнениями (35) и (40) устанавливается возможность существования лунной орбиты, симметричной не только по отношению к точке T , но и по отношению к прямой TS и перпендикуляр к ней, проведенному через T , иначе говоря, орбиты, симметричной по отношению к вращающимся осям X и Y , из которых первая (ось сизигий) всегда проходит через S , вторая ей перпендикулярна, а угловая скорость вращения осей равна угловой скорости Солнца, т.е. n'

При этих условиях Ньютон допускает, что эта вращающаяся кривая есть эллипс с центром в T . Пусть x, y — координаты Луны на подвижном эллипсе, обозначим его полуоси через

$$a(1 - \alpha) \text{ и } a(1 + \alpha),$$

считая при этом α малой величиной порядка возмущений, т.е. порядка m^2 , и снова подчеркивая этим, что собственный эксцентриситет лунной орбиты полагается равным нулю, имеем

$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi,$$

$$\frac{\cos^2 \varphi}{(1 - \alpha)^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{1 - \alpha^2} = \frac{a^2}{r^2},$$

или, отбрасывая члены с α^2 , т.е. с m^4 и выше,

$$r = a(1 - \alpha \cos 2\varphi),$$

вместо чего можно положить, отбрасывая квадраты возмущений,

$$r = a(1 - \alpha \cos 2D) \quad (41)$$

Таким образом, выражение для r как функции D найдено или, лучше сказать, предугадано, и если задача сво-

дится к вычислению параметра α Ньютон достигает этого, определяя радиусы кривизны эллипса (41) в сизигиях и квадратурах, и производит это двойным способом

а) динамически: в сизигиях и квадратурах трансверсальное ускорение, как сказано выше, исчезает, и полное ускорение сводится к радиальному $\omega^2 r$; оно уравновешивается центробежным ускорением Луны, т.е. величиной $\frac{v^2}{r}$, где r — радиус кривизны траекторий, далее

$$\frac{v^2}{r} = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2 \left(\frac{d\lambda}{dt}\right)^2,$$

но здесь первый член можно отбросить, так как он порядка α^2 , следовательно

$$\frac{v^2}{r} = r^2 \left(\frac{d\lambda}{dt}\right)^2 = \frac{h^2}{r^2} = \omega_p^2 r,$$

и поэтому в сизигиях и в квадратурах

$$P = \frac{h^2}{\omega_p r^3}.$$

По обеим формулам Ньютона, (35) и (40), легко находим, отбрасывая m^4 , отношение радиуса кривизны в сизигиях к таковому же в квадратурах P_2

$$\frac{P_2}{P_1} = 1 + 3m^2 \left(1 + \frac{1}{1 - m}\right); \quad (42)$$

б) геометрически для эллипса (41) с помощью надлежащих дифференцирований по аргументу λ (среднее движение Луны за время t) получается⁶⁷

$$\frac{r_2}{r_1} = 1 - 2\alpha [4(1 - m)^2 - 1] \quad (43)$$

Приравнявая (42) и (43), получаем

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{r_2^2 \left(1 + \frac{1}{1 - m}\right)}{r_1^2 (m^2 - 1)} \quad (44)$$

В это выражение удобно ввести по примеру Адамса, новый параметр m_1 , положив

$$m_1 = \frac{m}{1 - m}; \quad m = \frac{m_1}{1 + m_1}; \quad m_1 = 0,08084893, \quad (45)$$

так что

$$\alpha = \frac{3}{2} m_1^2 \frac{2 - m}{3 - 2m} \frac{1}{m_1^2} = 0,0072048. \quad (46)$$

Таким образом, полуоси ньютонова эллипса относятся как 1,0072 : 0,9928, или, по Ньютону⁴⁸, как 70¹₂₄ : 69¹₃₄.

Так как с получением величины α выражение (41) для r окончательно определено, подставляем его в выражение (40) и выводим, отбрасывая α^2 ,

$$\frac{d\lambda}{dt} = n \left[1 + \left(2x + \frac{3}{4} \frac{m^2}{1-m} \right) \cos 2D \right];$$

интегрируя и учитывая при этом, что

$$2D = 2\pi(1-m)t,$$

найдем

$$\lambda = \lambda_0 + nt + \frac{2x + \frac{3}{4} \frac{m^2}{1-m}}{2\pi(1-m)} \sin 2D. \quad (47)$$

Коэффициент при $\sin 2D$ и есть наибольшее значение разницы $\Delta\lambda$, обозначая его (по Адамсу) через b_2 , получим

$$b_2 = x \left(1 - m_1 \right) \frac{3}{4} m_1^2 \quad (48)$$

Подставляя численные значения α и m , обращая результат в секунды умножением на 206265", находим

$$b_2 = 0,01028 \quad 2112'' \quad 35'12'' \quad (49)$$

У самого Ньютона результат гласит⁴⁹

$$b_2 = 35'10''$$

Как указывалось выше, значение b_2 по современным данным теории есть 39'30", таким образом, уже первое ньютоново приближение дает результат, очень близкий к действительности. Стоит вне сомнений гравитационное происхождение лунной вариации.

Выясним в заключение некоторые геоцентрические координаты Луны x, y , отнесенные к вращающимся ньютоновым осям, считая движение Земли круговым, сле-

довательно, и равномерным, имеем

$$\psi = \lambda - \lambda_0 = \lambda_0 + nt + b_2 \sin 2D - nt = \lambda_0 - \lambda_0 + nt + b_2 \sin 2D.$$

Условившись отсчитывать время от момента, когда $\lambda_0 = \lambda_0$, можем написать

$$\psi = D + b_2 \sin 2D, \quad (50)$$

потому, применяя (41) и отбрасывая члены с произведением αb_2 , находим

$$\frac{x}{a} = \frac{r}{a} \cos \psi = \left(1 - \frac{b_2}{2} - \frac{\alpha}{2} \right) \cos D + \left(\frac{b_2}{2} - \frac{\alpha}{2} \right) \cos 3D,$$

$$\frac{y}{a} = \frac{r}{a} \sin \psi = \left(1 + \frac{b_2}{2} + \frac{\alpha}{2} \right) \sin D + \left(\frac{b_2}{2} - \frac{\alpha}{2} \right) \sin 3D.$$

Но из (44) и (48) получается с точностью до m_1^2

$$\alpha = m_1^2, \quad b_2 = \frac{11}{8} m_1^2,$$

так что предыдущие выражения приводятся к виду

$$\begin{aligned} \frac{x}{a} &= \left(1 - \frac{11}{16} m_1^2 \right) \cos D + \frac{3}{16} m_1^2 \cos 3D, \\ \frac{y}{a} &= \left(1 + \frac{11}{16} m_1^2 \right) \sin D + \frac{3}{16} m_1^2 \sin 3D \end{aligned} \quad (51)$$

Эти важные формулы обнаруживают, что в ньютоновом решении координаты Луны по отношению к вращающимся осям являются периодическими функциями аргумента D , и следовательно, и времени, таким образом, уже Ньютон установил возможность периодических решений в задаче трех тел⁵⁰.

Через 100 лет после Ньютона Эйлер в своей второй лунной теории начал систематически применять метод вращающихся осей, еще через 100 лет Хилл в знаменитом мемуаре 1877 г.⁵¹, пользуясь этими же осями, но предложив исключительно мощную методику последовательных приближений, вычислил координаты Луны с точностью до m^{10} , полученное им периодическое решение, определяемое по отношению к тем же ньютоновым вращающимся осям, имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{x}{a} &= A_1 \cos D + A_2 \cos 3D + A_3 \cos 5D + \dots \\ \frac{y}{a} &= B_1 \sin D + B_2 \sin 3D + B_3 \sin 5D + \dots \end{aligned} \quad (52)$$

Это решение обладает тем же свойством, что и ньютоново решение (34) кривая Хилла, определяемая уравнениями (52) и получающая название вариационной орбиты, пересекает обе вращающиеся оси ортогонально, она обнаруживает по отношению к ним такую же симметрию, как эллипс Ньютона. Таким образом, ньютоновы формулы (51) дают по два члена рядов Хилла, и коэффициенты их распределены с точностью только до m^2 . Но сущность дела от этого не меняется, и мы должны здесь подчеркнуть, что то могучее направление небесной механики, которое от Эйлера ведет к Хиллу и от него к Пуанкаре⁷², имеет в своей глубокой основе мысли и построения, данные еще на страницах ньютоновых «Начал».

8. СОМНЕНИЯ

Включением лунной вариации в общую схему небесной механики, основанной на законе притяжения, содержание ньютоновой лунной теории отнюдь не исчерпано. Напротив, все развитие задачи трех тел, данное в «Началах», рассчитано преимущественно на теорию движения нашего спутника, так, например, знаменитое предположение 66, из которого 22 следствия⁷³, где Ньютон проводит качественное изучение возмущенного движения, служат как бы общим введением в эту теорию и находят затем применение только в том разделе «Системы мира», где изучается движение Луны. В настоящее время, после исследования Адамса и А. Н. Крылова⁷⁴, можно считать установленным, что эти геометрическими методами, которыми пользуется Ньютон, скрывается гораздо более глубокое проникновение в проблемы небесной механики, чем то, которое дано непосредственно на страницах «Начал». Вся теория вариаций произвольных постоянных эллиптического движения и те уравнения, которые были даны впоследствии Лагранжем⁷⁵ по существу, были предвосхищены Ньютоном и применены им к решению проблем лунной теории. Нею страшною особенностью ньютоновского метода все это становится замаскированным от читателя «Начала», за целью труднейших геометрических построений он мог лишь conservar, так и значительные разделы лунных теорий эмпирически развитых в XVIII и XIX века, теперь объединяются и находят единое объяснение в теории притяжения: то был,

действительно, один из моментов истории культуры, на котором будет всегда останавливаться с гордостью человеческая мысль.

Одним из важнейших результатов новой лунной теории было 1) объяснение движения узлов, притом как того среднего движения, выявленного, как мы знаем, еще древними, так и неравенства с периодом в 346,6 дня, раскрытого Тихо Браге. 2) вывод колебаний наклона лунной орбиты, которым вызывается важнейшее неравенство в широте Луны, именно ее эвекция.

В рамках настоящей статьи было бы невозможно разложить всю ньютонову теорию этих явлений, и мы подчеркнем здесь лишь ее чрезвычайно высокую точность.

Так, по Ньютону⁷⁶, среднее движение узлов в один звездный год получается равным $19^{\circ}18'1''38$, откуда период оборотов узлов

$$T_z = 6812,9 \text{ дня}$$

Между тем, по точным современным теориям и в соответствии с наблюдениями $T_z = 6794,4$ дня, таким образом, погрешность ньютонова определения не превышает $\frac{1}{2000}$, но мы знаем, что T_z связано с амплитудным параметром g соотношением

$$T_z = \frac{27,321661}{g-1}.$$

Знаменатель этого выражения получается в небесной механике в виде ряда расположенного по степеням параметра m , эксцентриситета лунной орбиты и синуса половины угла ее наклона к эклиптике⁷⁶ ($e = 0,05490$ и $\gamma =$

$$s, n = 0,04490),$$

$$g-1 = \frac{3}{4}m^2 - \frac{1}{32}m^3 - \frac{273}{128}m^4 + \dots m^6 + \dots \\ - \frac{3}{9}m^2\gamma^2 = 0,0040202$$

Между тем, по результату Ньютона $g-1 = 0,0040103$; таким образом, Ньютон своим геометрическим методом сумел учесть не только первую степень возмущающего действия Солнца, но и члены высших порядков, притом почти с совершенной точностью⁷⁷. Кроме того, им определено и периодическое неравенство в движении узла с амплитудой

в 1°30', тогда как из наблюдений Тихо Браге эта амплитуда была получена равной 1°46', точно так же и колебание наклонности лунной орбиты, для которого Тихо Браге вывел из наблюдений значение 19', у Ньютона, по гравитационной теории, получилось равным 17'45". Следовательно, главное неравенство лунной широты — ее эвекция, о которой мы упоминали, — нашло свое полное объяснение в теории тяготения. Так во всем этом разделе согласие ньютоновской теории с наблюдениями оказалось превосходным.

Столь же значительные результаты получены Ньютоном и в отношении ряда неравенств лунной долготы, о том, как они выведены из теории или как они выделены из наблюдений, Ньютон не сообщает: только окончательные выводы даются им в том общем «Почтении», которым заканчивается в «Системе мира» раздел, относящийся к движению Луны.³⁸ О них же идет речь в особой записке Ньютона, озаглавленной «Theoria Lunae», изданной посмертно, в 1772 г.³⁹ Ее содержание во многом повторяет и отчасти дополняет указанное «Почтение», из нее видно, что Ньютону были известны семь неравенств лунного движения, между ними годовичное неравенство, раскрытое Тихо Браге и Кеплером, амплитуду которого по теории тяготения Ньютон определил в 11'51" (действительное значение 11'10"), и затем чрезвычайно важное неравенство третьего порядка (именно, порядка ma^3), с амплитудой 2'5", получившее название параллактического.⁴⁰ В «Theoria Lunae» дано также замечательное построение, позволяющее о.ределять на любой момент времени эксцентриситет лунной орбиты и неравенство лунного перигея. Все это представляет собой глубокое развитие галилеевой теории первого и второго неравенства, правда, здесь остается несмысл, как получено значение главного неравенства долготы (эвекция) — по теории тяготения или просто взято из наблюдений. Но «Theoria Lunae» во всяком случае обнаруживает, какой огромный труд был уделен Ньютоном этой теории, и она еще раз подтверждает, что в определении неравенств лунного движения из наблюдений Ньютону так же трудно было найти себе равного, как и по другим направлениям своего творчества.⁴¹

Однако этими достижениями еще не все проблемы лунной теории были исчерпаны; имелся еще весьма существенный момент, а именно вопрос о среднем движении перигея,

который ни в «Системе мира», ни в указанной здесь «Theoria Lunae» подробно не рассматривался. О движении перигея лунной орбиты читатель «Начал» узнавал как бы вскользь в книге I в разделе «О движении тел по подвижным орбитам и о перемещении апсида». Здесь Ньютон приложил полученные им общие, теперь классические, теоремы к движению Луны (о котором речь будет только в книге III «Начало») и тут превосходящая некоторые данные своей лунной теории⁴², он, выведя для среднего движения перигея значение вдвое меньшее того, которое следует из наблюдений. Но в изложении «Системы мира» этот результат вовсе не вводится, быть может, чтобы не нарушать стройности теории, как полагают Лаплас; заключительное «Почтение» заканчивается глухим указанием на то, что до сих пор «среднее движение Луны и ее апогея еще не получаются с достаточной точностью».

Ввиду важности вопроса, приведем краткий вывод ньютонова результата, чтобы получить его, достаточно, как это и делает Ньютон в книге I «Начало», учесть только «среднее» значение возмущающей силы Солнца, или, как теперь принято говорить, ее постоянную часть. Мы знаем, что возмущающее ускорение, перпендикулярное радиусу-вектору Луны, в среднем равно нулю, следовательно, «среднее» возмущенное движение есть центральное, и постоянная площадей равна в нем ее среднему значению, так что по формуле (40) $h = \mu a^2$, радиальное ускорение получается из формулы (34). Предполагая, что движение Солнца происходит по кругу (так что $r' = a'$), и заменяя $\cos^2 D$ на его среднее значение, т. е. $\frac{1}{2}$, находим (учитывая, что $mt = n'$),

$$\omega = -\frac{n'^2 a^2}{r^2} - \frac{1}{2} n' \frac{a'}{r} \quad (53)$$

пусть теперь u — обратная величина радиуса-вектора Луны, λ — ее истинная долгота. Согласно формуле Бинне для центральных движений⁴³

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + u = -\frac{\mu}{h^2} + \frac{r^2}{h^2} \quad (54)$$

и следовательно, ввиду (53)

$$\frac{d^2 \lambda}{dt^2} + u = \frac{1}{a} + \frac{\mu'}{2a^3 n'^2} + 0.$$

Положим здесь

$$r = \frac{1}{\epsilon} = \frac{1}{a} \left(1 - \frac{a^2}{2} + \chi, \right) \quad (55)$$

считая χ малой величиной порядка эксцентриситета лунной орбиты, квадратом которой будем пренебрегать. Подставляя (55) в (54), найдем, отбрасывая m^2 , дифференциальное уравнение для χ :

$$\frac{d^2\chi}{dt^2} + \left(1 - \frac{a^2}{2} \right) \chi = 0$$

Таким образом, обозначая через e произвольную постоянную (вторая здесь не существенна, она связана с началом отсчета долготы λ), находим

$$\chi = e \cos \lambda,$$

где

$$e = \sqrt{1 - \frac{3}{2} m^2} \approx 1 - \frac{3}{4} m^2 = 0,995804, \quad (56)$$

так что согласно (55)

$$\frac{t}{\epsilon} = \frac{t}{a} \left(1 - \frac{a^2}{2} + e \cos \lambda \right) \quad (57)$$

Из полученного выражения видно, что максимальные и минимальные значения радиуса вектора Луны повторяются после того, как ее долгота λ возрастает на угол

$$\delta\lambda = \frac{360^\circ}{\sqrt{1 - \frac{3m^2}{2}}} = 360^\circ 1,00422^\circ = 361^\circ 520';$$

следовательно, с каждым оборотом Луны ее линия апсид (т.е. ее перигей и апогей) перемещается в сторону движения Луны на $1^\circ 520' - 1^\circ 31' 20''$. И этот результат с точностью до $8''$ совпадает с тем, который получен у Ньютона как следствие его теории движения по вращающимся орбитам (по Ньютону $9''$, перемещение апсид Луны за один ее оборот равно $1^\circ 31' 28''$). То же самое движение апсид получится, если написать аргумент λ в выражении обратной величины радиуса вектора (57) в виде

$$\lambda \sim \lambda - (1 - e) \lambda - \lambda - \pi^*;$$

в таком понимании λ будет истинной аномалией Луны, от-

считываемой от подвижного перигея π^* , долгота которой определяется формулой

$$\pi^* = (1 - e) \lambda,$$

так что отношение угловой скорости перигея к скорости движения Луны по долготе будет

$$\frac{d\pi^*}{dt} = 1 - e = \frac{1}{4} m^2 = 0,004196 \quad (58)$$

Но все эти выводы, как оказывается, весьма далеки от действительности: движение апсид Луны за один ее оборот составляет не $1^\circ 31' 28''$, а $3^\circ 4' 8''$, а наблюдаемое значение $1 - e$, по циклам Гиппарха (стр. 208), есть 0,008452. Нечего и говорить, что если бы определенное значение e , данное в (58), было окончательным, то такой результат был бы фатальным для всей ньютоновой теории Луны, она была бы, как писал впоследствии Клеро ⁸⁵, «осуждена бесповоротно, так как приводила бы даже к большому отклонению от наблюдений, чем теории тех древних астрономов, которые допускали равномерное круговое движение Луны вокруг Земли, при таком предположении их ошибка не могла превышать 6 или $7''$, тогда как теперь (при уменьшении вдвое скорости вращения апсид) часто приходилось бы прибавлять к средней долготе Луны ее неравенство в 6 или $7''$, а то время как его необходимо вычитать, что повлекло бы ошибки в 13 или $14''$ ».

В чем же причина этого существенного и значительно, о расхождении теории с действительностью? В приближенном ли характере приведенного вычисления, которым учтена только постоянная часть возмущений, внесенных притяжением Солнца в движение Луны? Или, быть может, эта причина лежит глубже, и встреченное затруднение свидетельствует о том, что теория тяготения натолкнулась здесь на непреодолимое для нее препятствие и, следовательно, обнаруживает ли тем свою неполноту?

Для вдумчивого читателя «Начала» для всей науки первой половины XVIII в. каждый из этих вопросов был своеобразной и неразрешимой загадкой, и потому впрямь до сих пор вычисления на всей ньютоновой теории лежал совершенно определенный изъян ⁸⁶. Но снять его или, напротив, утверждать окончательно, продвигаясь далее с помощью синтетических методов великого автора «Начала», было невозможно, и, следовательно, необходимо было поставить всю теорию

рию на иные основы и применить к исследованию движения Луны совершенно новую методу, только тогда, быть может, удастся установить, согласуются ли все неравенства лунного движения с ньютоновой теорией, как об этом ставила вопрос, объявляя свой конкурс в 1750 г., Петербургская академия наук.

9. ВЕЛИКАЯ ФРАНЦИЯ

Открытие закона тяготения предшествует в Англии «ери одо очень напряженных и волнующих исканий, в которых, помимо Ньютона, участвуют крупнейшие математики и астрономы той эпохи Гук, вечный противник и оппонент Ньютона, Галлей, его восторженный поклонник, Врен»⁸⁷. Но после выхода в свет ньютоновых «Начал» творчество английской науки по линии небесной механики надолго как бы иссякает, дальнейшее развитие теории тяготения, а вместе с тем и ее популяризация переходят на континент и делаются важнейшими из тех задач, какие ставят перед собой французская наука и культура.

Развитие ньютоновства во Франции в эпоху 1730—1750 гг., т. е. неосредственно после смерти Ньютона (1727), протекает двумя мощными руслами: одно из них связано с именем Вольтера, другое представлено рядом замечательных работ, прославивших Парижскую академию наук.

Изучение генезиса и развития научного мировоззрения одного из величайших публицистов, литераторов и мыслителей Франции конечно, не относится к задачам настоящей статьи, и мы ограничимся напоминанием, что после ряда слких замечаний о декартовой и ньютоновой доктринах, разброшенных в «Lettres philosophiques» (1734), Вольтер издал в 1738 г. небольшой трактат под заглавием «Элементы философии Ньютона в доступном для всех изложении»⁸⁸. В этой книге, предназначенной для читателя, который в Ньютоне и философию знает лишь по названию, Вольтер излагает ньютонову теорию света и тяготения. Ведя и тут жестокую полемику с картезианством, Вольтер говорит об этих предметах как о новых главах физики, рожденных в стране социального прогресса и индустивного мышления. Он идет довольно далеко в своем простом и ясном изложении: достаточно сказать, например, что из содержания

21-й главы читатель получает немало сведений о возмущенном движении Луны и Луну.

Помимо этой главы, он найдет, Вольтер никогда связывал свое имя с Ньютоном как инициатор французского тесрвуда «Начала», выдвинутого Эмилем дю Шатле⁸⁹. Наконец, каждое новое подтверждение ньютонова учения получило как бы свое тонкое и остроумное заключение под его удивительным пером. Но как раз в те годы французская наука прайдась эти подтверждения одно за другим Парижская академия наук, для которой вопрос «де карт или Ньютон» имел не только принципиально научное значение, но и как бы национально-политическое — для престижа Франции, шла навстречу этим задачам и притом с ослеп широким размахом там, где надлежало решать вопросы большого научно-практического значения. Достаточно упомянуть, кроме замечательных экспедиции свиржиж, пчье ею для измерения дуги меридиана в Перу, год экватором (Буге, Ла Кондамин и Гокен, 1735—1742), и в Лапландию, близ Торнес (Клеро, Монтерлон и др., 1735). Результатом их явилось не только подтверждение сжатия Земли у полюсов, как это и следовало из гравитационной теории, но и постановка проблем, существование более сложных, чем те, которые исследовали по теории фигуры Земли Гюйгенс и Ньютон. Эта теория получает отныне свой незаменимый фундамент в произведениях Клеро и Буге⁹⁰.

Но здесь, в пределах основной темы нашей статьи, мы можем и должны говорить детально только о работах первого из них, с которыми почти по всем направлениям сталкивался другой замечательный представитель французской науки и культуры — Даламбер. Действительно, Клеро и Даламбер были теми математиками, которые почти непосредственно один за другим усилием с гравитационной теорией тот естественный и достоящий, который на ней лежал в отношении движения лунного перигея. Их бессмертная заслуга перед небесной механикой состоит в том, что они впервые, приключив к проблеме движения небесных тел под действием сил ньютонова притяжения методы анализа бесконечно малых, т. е. созданный самим же Ньютоном «метод флюксий», составили дифференциальные уравнения задачи трех тел. Убедившись, что эти уравнения не интегрируются в конечном виде, они начали применять к ним способ последовательных приближений и сумели показать его высокую «фактивность». Но замечательно, что до теории Луны оба

они пришли к своим замечательным результатам, только преодолев ряд существенных трудностей и сомнений.

Первая работа Клеро⁸¹ по интересующей нас теме относится к 1743 г. Она озаглавлена «De l'origine de la Lune dans le système de Newton». В ней даны выражения для ускорений Луны относительно центра тяжести Земли к нему, которые были выведены выше — формулы (34) и (40). Затем Клеро нашел отношение модулей ньютонова млпаса в «вариационной теории» и решил задачу о движении лунных узлов. Здесь далее Ньютона он не пошел. Но он перешел к лунной теории в 1747 г. и представил Парижской академии наук большой мемуар под заглавием «О системе мира согласно началу тяготения»⁸². Во введении к нему говорил о простоте и величии ньютоновой доктрины, Клеро остановился на особенной трудности многих доказательств и выводов в «Началах». Разумеется, большинство читателей удовлетворяется одними результатами. «Разве было бы естественно, — спрашивает он, — отказывать в доверии проводящему, который так часто вел нас по верному пути, и не лучше ли пользоваться его открытиями, чтобы идти дальше, чем возвращаться на истоптанную дорогу, на которой ничего выиграть, кроме, быть может, частных результатов чисто математического значения?»

Но в дальнейшем Клеро пошел самостоятельным путем. «После долгих размышлений над теорией Ньютона», пишет он несколько ниже, и не достигнув той степени убежденности, которой я ожидал, и решил больше ничего у него не заимствовать и самостоятельно искать определения движения небесных тел, при единственном допущении об их взаимном притяжении». Одной из важнейших проблем в этой области Клеро считал теорию движения Луны и находил, что наиболее существенно исследовать то неравенство «которое получило у Ньютона наиболее точное развитие, именно движение лунного перигея». Но после исследования этой проблемы теми новыми методами, о которых мы будем говорить ниже, Клеро к величайшему своему удивлению пришел к тем же самым результатам, о которых Ньютон сообщает на страницах «Начал». Значит, теперь уже не могло оставаться сомнений в том, что закон всемирного тяготения недостаточен для объяснения движения лунного перигея.

Но, может быть, его не трудно исправить, но так, чтобы не внести одновременно ухудшения в другие разделы «Системы мира», в частности в теорию движения планет?

В своем ответе на этот вопрос Клеро встал на путь, пред-указанный самим Ньютоном: он предложил принять выражения для ускорения по закону притяжения в виде двухчлена такого типа

$$F = \frac{\mu}{r^2} + \frac{\gamma}{r^3}$$

или

$$F = \frac{\mu}{r^2} + \frac{\beta m}{r^3}$$

Коэффициенты β или γ можно, обратив, взяв их настолько малыми, чтобы на очень больших расстояниях (далеко расстояния планет от Солнца) вторые члены в F были исчезающе малы, но при малых r , как, например на расстоянии Луны от Земли, их действие будет значительно и приведет к вращению асиса, как доказал сам Ньютон⁸³. Такой выход и предложил Клеро, настаивая на том, что он устанавливал окончательно недостаточность закона Ньютона для объяснения движения лунного перигея.

В том же томе мемуаров Парижской академии за 1745 г., непосредственно за работой Клеро, помещено исследование Даламбера. В нем, так же как и у Клеро, доказывается, что под действием ньютонова притяжения период обращения лунного перигея был бы 18 лет, а не 9, как показывают наблюдения, так что, по Даламберу, «Луна притягивается к Земле еще другой, небольшой по величине силой, действующей не по закону обратной пропорциональности квадратам расстояния», при этом Даламбер подчеркивает, что он пришел к такому заключению, не зная о выводе Клеро, так же как и Клеро не знал о его результате. Таким образом, они оба, независимо друг от друга, установили недостаточность закона Ньютона в теории движения Луны⁸⁴. Очевидно, ньютонова небесная механика проходила в этот момент через серьезнейшее испытание. Движение лунного перигея являлось тогда, как говорит академик А. Н. Крылов, «пробным камнем не только для теории Луны, но и для теории тяготения вообще»⁸⁵.

Предложение Клеро о введении дополнительного члена в формулу Ньютона вызвало возражение с той стороны, откуда его можно было менее всего ожидать. Б. Ффон-дес-Академии и известный французский натуралист, выступил в тех же мемуарах с «Соображениями о законе притя-

каким-то особым пронырливым узором с великой французской культурой. Ее главнейшими именами в XIX в. и в начале XX в. являются работы Пуассона по устойчивости Солнечной системы, еще один, по многим отношениям очень ценный трактат Понтекулана по аналитической теории системы мира, грандиозные вычисления Леверье по теории планет, завершённые таблицами их движения; теория Луны, данная Делоне после двадцатилетней и устрашающей, как говорит Гиссеран, работы, замечательные трактаты Гиссерана и Андуайе, и над всем этим творчеством великого Анри Пуанкаре, который не только придал в своих «*Études nouvelles de la Mécanique Céleste*» новый облик всей проблеме трех тел, но и развил до неожиданных глубин ряд классических и казавшихся застывшими теорий. Ему принадлежат и весьма важные теоремы по теории движения Луны¹⁰⁸. Здесь, разумеется, немислимо изучать строение этого огромного эда д.я., возведенного на фундамент столь простой формулы Ньютона, и мы возвращаемся к одному из его первых эдадих, давшему связавшему свое имя с нашей Академией наук

10 ПРЕМИЯ ПЕТЕРБУРГСКОЙ АКАДЕМИИ

На конкурс, объявленный Петербургской академией наук в 1750 г., Клеро представил свои новые исследования по теории Луны. Они были направлены в Петербург, по-видимому, к концу назначенного срока (1752 г.) Клеро опустил многие выкладки и детали (за краткостью остающегося ему времени, как он писал. Но самое существенное — его открытие относительно движения лунного перигея, доказанное, как мы знаем, Парижской академией 17 мая 1749 г., вошло полностью в этот петербургский мемор. Премия была ему присуждена, и в летописях Академии немаловажным остается факт, что работа Клеро под названием «Теория Луны, выведенная из единственного начала притяжения, обратно пропорционального квадратам расстояний», была издана в Петербурге в 1752 г.¹⁰⁹

Теория Клеро имеет в наши дни, разумеется, лишь исторический интерес, никто не станет вычислять теперь положение Луны по таблицам Клеро. Но его мысли глубоко и ясно, и потому данный им первый отчетный доклад движения лунного перигея (а основан закон притяжения стоит

еще, чтобы не считать, что сейчас, в особую очередь когда мы находимся в работе над этой теорией, С. П. Клеро аналитически вывел закон Ньютона).

Исходя из основы теории Клеро, мы будем предполагать действительность дуги орбиты к плоскости эклиптики и опустим, что Земля движется по круговой орбите, так что, обогнув через 2π длину Солнца, через t' его раз усектор, будем иметь

$$r' = a', \quad \lambda' = n't + \lambda_0$$

вспомогательным радиусом, симметрично длине Луны обогнув через 2π радиусу r , $r = g$ — длину Луны и Солнца через Φ , так что

$$\gamma = \lambda - n't - \lambda_0 \quad (59)$$

Выше были выведены выражения для проекций ускорения Луны на направление ее радиуса-вектора r и на перпендикуляр к нему, вводя здесь для них обозначения S и T , находим по формулам (34) и (39)

$$S = -\frac{n^2 a^3}{r} \left(\frac{1}{2} n^2 \gamma^2 - \frac{1}{2} n^2 \gamma^2 \cos 2\gamma \right);$$

$$T = \frac{1}{2} n^2 a^3 \sin 2\Phi \quad (60)$$

Величина $n^2 a^3$, по определению, равна сумме масс Земли и Луны (стр. 238). Выражения для проекций ускорения на оси полярных координат Луны, которыми в данном случае будут r и λ , даны в выразах кинематики (любопытно, что они принадлежат тому же Клеро и введены им в связи с задачей трех тел¹¹⁰). Пользуясь ими, имеем

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\left(\frac{da}{dt} \right), \quad S = -\frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left(\frac{2}{3} \frac{nh}{dt} \right), \quad T = \quad (61)$$

Пусть h — удвоенная секторальная скорость Луны

$$r^2 \frac{d\lambda}{dt} = h, \quad (62)$$

так что по второму уравнению (61)

$$\frac{dh}{dt} = rT$$

откуда

$$h = \frac{1}{r} \left(r_0 + \frac{1}{2} r^2 \right),$$

и с помощью этого, обозначив h_0 произвольную постоянную,

$$h = h_0 + 2 \int T r dr. \quad (63)$$

Для сокращения篇幅 полагем

$$h^2 = h_0^2 (1 + 2\mu), \quad (64)$$

так что

$$\mu = \frac{1}{h_0^2} \int T r dr. \quad (64')$$

Из формулы (62), имея теперь

$$\frac{1}{dr} = \frac{1}{h_0} \frac{1}{1 + 2\mu}, \quad (65)$$

и это есть *первое уравнение теории Клер* — устанавливающее зависимость между временем и расстоянием Луны.

Вот же *уравнение* этой теории найдем, преобразовав в независимую переменную r левую часть второго уравнения (61), что и преобразуем на него представляется трижды

$$\frac{d\mu}{dr} = \frac{1}{h_0} \frac{1}{1 + 2\mu} \left(\frac{1}{r} + \frac{r}{h_0^2} \right), \quad (66)$$

где по reasonу $h = \frac{1}{r}$.

Введем теперь S по первому уравнению (60) его главную часть $h_0^2 r^2$ и положим

$$\frac{h_0^2}{h_0} = \frac{1}{r}. \quad (67)$$

Заметим, что r в знаменателе формулы (66) есть величина порядка возмущения, поэтому, отбрасывая в правой части (66) все члены ряда квадрата возмущающего действия, можем написать

$$\frac{d\mu}{dr} = \frac{1}{h_0} (1 + 2\mu) \frac{1}{r^2} \left(\frac{T}{h_0^2} r \frac{dr}{dr} \right), \quad (68)$$

а следовательно

$$\Phi = \frac{1}{h_0} \int \frac{1}{r^2} \left(\frac{T}{h_0^2} r \right) dr = \frac{1}{h_0} \int \frac{T}{r} dr = \frac{1}{h_0} \int \frac{T}{r} dr. \quad (68')$$

При отсутствии возмущения, $r = h_0$, $\Phi = T = 0$, так что, в уравнении (68) принимаем $h_0 = 1$.

$$\mu = \frac{1}{h_0^2} \int T r dr = \frac{1}{h_0^2} \int T r dr. \quad (69)$$

и соответствует эти точки на орбите с параметром p , эксцентриситетом e и долготой перигея ω для все постоянная $h_0 = p(1 - e^2)$ с постоянными ω , отбрасывая в правой части (68) все члены, зависящие от r , и получим зависимость от возмущающих ускорений Φ , T , μ и h_0 .

$$\frac{r^2}{h_0^2} = \frac{p^2}{1 - e^2} = \frac{h_0^2}{p^2}$$

Наконец, для удобства введем еще безразмерную переменную r_0 , всегда близкую к единице, положив

$$r_0 = \frac{r}{h_0}. \quad (70)$$

Тогда уравнение (68) примет вид $\frac{d\mu}{dr} = \frac{1}{h_0} \left(\frac{1}{r} + \frac{r}{h_0^2} \right)$ и $\Phi = \frac{1}{h_0} \int \frac{1}{r} dr$ и $\mu = \frac{1}{h_0^2} \int \frac{1}{r} dr$.

$$\frac{d\mu}{dr} = \frac{1}{h_0} \left(\frac{1}{r} + \frac{r}{h_0^2} \right) \quad (71)$$

и

$$\Phi = \frac{1}{h_0} \int \frac{1}{r} dr = \frac{1}{h_0} \int \frac{1}{r_0} dr_0 = \frac{1}{h_0} \ln r_0 + \frac{1}{h_0} \ln h_0. \quad (72)$$

Таким образом, с помощью этих переменных, то уравнение, которое Клер и терпел от недостатка и недостатков приближения, то приближение к этому, с учетом (70) задаться выходя из приближения $h_0 = 1$ и 2μ и Φ через r_0 . Для этого, r_0 близкая к единице, Клер принимает математическое движение на орбите, которое является и полагает

$$r = \frac{p}{1 - e \cos \theta}. \quad (73)$$

где e — произвольная постоянная, играющая роль эксцентриситета в исхождении движения, она предполагается малой, квадрат ее отбрасывается, c — подлежащая определению постоянная, характеризующая, как мы знаем, движение перигея.

Таким образом, в исходном приближении

$$r_1 = 1 - e \cos \lambda c. \quad (73')$$

Далее угол ψ определяется по (59), но выразить его через λ не так просто, ибо в него явно входит время t , а зависимость t от λ может быть установлена ввиду (66) только после того, как r будет выражен через λ , т. е. когда будет проинтегрировано основное уравнение (71); из этого затруднения (неизбежно возникающего во всех лунных теориях, применяющих независимую переменную, отличную от t) Клеро выходит, упрощая формулу (64) и допуская, что в исходном приближении

$$\frac{dt}{d\lambda} = \frac{r}{h_0} = \frac{r_1^2}{a}; \quad (74)$$

тогда, учитывая (73'),

$$dt = \frac{1}{a} (1 - 2e \cos c) d\lambda$$

откуда

$$t = \frac{\lambda}{a} - \frac{2e}{ca} \sin c \lambda + t_0,$$

так что

$$a't = m\lambda - \frac{2em}{c} \sin c\lambda + a't_0,$$

и, следовательно, по (59)

$$\psi = (1-m)\lambda - \frac{2em}{c} \sin c\lambda. \quad (75)$$

Произвольную постоянную Клеро полагает здесь равной нулю таким образом, переменная ψ обращается в нуль вместе с λ .

С помощью (75) подготавливаются выражения $\sin 2\psi$ и $\cos 2\psi$, входящие в функцию F ; сохраняя в их разложениях только члены порядка em и обозначая через k известную

наперед постоянную

$$k = 1 - m = 0,925199,$$

получаем

$$\begin{aligned} \sin 2\psi &= \sin 2k\lambda + \frac{2em}{c} [\sin(2k+c)\lambda - \sin(2k-c)\lambda], \\ \cos 2\psi &= \cos 2k\lambda + \frac{2em}{c} [\cos(2k+c)\lambda + \cos(2k-c)\lambda]. \end{aligned} \quad (76)$$

Теперь, действительно, уже нет препятствий к тому, чтобы в исходного приближения для функции F , пользуясь выражениями (73') и (76), находим

$$\begin{aligned} F &= E \cos c\lambda + A \cos 2k\lambda + B \cos(2k-c)\lambda \\ &\quad C \cos(2k+c)\lambda + P \end{aligned} \quad (77)$$

Такое разложение F в ряд косинусов, заключающих основной член с аргументом $c\lambda$ и ряд «комбинационных» членов с аргументами $2k\lambda$, $(2k-c)\lambda$, $(2k+c)\lambda$, представляя собой весьма важную часть метода Клеро, коэффициенты разложения E , A , B , C составляются определенным образом из всех трех исходных постоянных: заданной наперед k , произвольной e и подлежащей определению c . Мы риндем здесь только значения E и P , которые, как оказывается, таковы:

$$E = \frac{3}{2}e; \quad P = \frac{1}{2}. \quad (78)$$

При этих условиях и ввиду (77) и (78) уравнение (71) может быть написано в виде

$$\begin{aligned} \frac{d^2\lambda}{dt^2} + \mu \left[1 - \frac{a^2}{2} + \frac{3em}{2} \cos c\lambda + Am^2 \cos 2k\lambda + \right. \\ \left. Bm^2 \cos(2k-c)\lambda - Cm^2 \cos(2k+c)\lambda \right] \end{aligned} \quad (79)$$

Если же ввести теперь вместо ρ его новое значение, изменяющееся за счет возмущений по отношению

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho} \left(1 - \frac{m^2}{2} \right) \quad (80)$$

отбросить в (79) члены $\cos c\lambda$ и $\cos 2k\lambda$, то уравнение примет

Луна от Солнца, —ными словами, он превратился бы в аргумент λ для r_1 . Таким образом, член $\epsilon \cos 2k\lambda$ соотносится с вариацией в параллаксе. Однако сам аргумент $2k\lambda$ превратился бы в $2k\lambda + \pi$ и $\cos 2k\lambda = -\cos 2k\lambda$, т.е. с противоположным знаком, что и есть, это был $\cos \lambda$ аргумент звенящего сепаратора, член $\epsilon \cos (2k - \epsilon)\lambda$ дает звенящую в лунном параллаксе.

Из сказанного видно, что теория Клеро была первой, обнаружившей возможность одновременного вывода основных неравенств лунного движения в разложении r_1 на отдельные, по основе закона всемирного тяготения. Такой же результат получил Клеро, исходя из уравнения (65), и для долготы Луны его таблицы включают для нее уже 20 неравенств. Но на этих сторонах его теории мы останавливаться не будем.

Как же обстоит, однако, вопрос с движением перигея? В чем различие между теориями Клеро от 1747 и 1749 гг.² Немного размышлений над предосторожностями, необходимыми в таких вычислениях, — говорит он, — покажут, что нельзя рассчитывать на точность иррационального решения в отношении этого члена в лунной теории, и обнаружит, что это очень плохо сыграло последнюю роль в операциях¹¹. Действительно, сущность этих операций заключается сама собой. При обращении в исходное приближение для функции F с помощью (72) было принято такое выражение для r_1

$$r_1 = 1 - \epsilon \cos \lambda,$$

и результаты интегрирования для r_2 получились следующие члены разложения, из них мы удержим здесь только вариацию и звенящую и напомним соответствие (84)

$$r_1 = 1 - \epsilon \cos \lambda - \beta \cos 2k\lambda - \gamma \cos (2k - \epsilon)\lambda, \quad (85)$$

где $\beta = m^2 = 0,00060$, $\beta = \frac{1}{2} m^2 = 0,000770$, принимая, по наблюдениям, $\epsilon = 0,0549$.

Но чтобы исчерпать возможности первого приближения, мы должны подставить теперь в выражение для функции F общее выражение r_1 по (85) и выяснить, как изменятся коэффициенты E , A , B , C . При этом здесь опять наибольший интерес представляет для нас коэффициент E , к тому же совершенно ясно, что если мы возьмем из (85) хотя бы наиболее сильное неравенство звенящую и будем вводить ее в

(72), то от иррационального типа $\cos (2k - \epsilon)\lambda - \cos 2k\lambda$ и из одних тех же причин, что члены с аргументом $(4k - \epsilon)\lambda$, которые нас не интересуют, члены с аргументом λ , которые нас очень важны, так как они существенно изменяют коэффициент при $\cos \lambda$, т.е. E . Действительно, произведя такую подстановку и отбрасывая все члены порядка ϵ^2 или ϵ^3 , мы найдем для последовательных членов функции F в выражении (72) следующие выражения для E , как их называет Клеро

$$(6\gamma + 0) + \frac{9}{4}\gamma - \frac{3}{4}\gamma \epsilon \cos \lambda - \frac{\epsilon}{2}\gamma \cos \lambda - \frac{25}{16}m\epsilon \cos \lambda.$$

Таким образом, коэффициент E изменяется на $\frac{25}{16}m\epsilon$, так что его полное значение, ввиду (78), должно быть принято равным.

$$E_1 = \frac{3}{2}\epsilon - \frac{25}{16}m\epsilon. \quad (86)$$

Следовательно, соответствующий член в разложении (82) теперь будет

$$\frac{F_1 m^2}{(2 - 1)} \cos \lambda,$$

и если мы снова отбросим, чтобы это неравенство в возмущенном движении имело ту же форму, что и в исходном приближении, т.е. чтобы его коэффициент равнялся ϵ , то это приведет к условию

$$-\frac{3}{2}m^2\epsilon - \frac{25}{16}m\epsilon = \epsilon\epsilon^2 \quad (1)$$

Произвольная постоянная здесь опять оказывается, как и в (83), и мы получаем

$$\epsilon^2 = 1 - \frac{3}{2}m^2 - \frac{25}{16}m^2,$$

откуда

$$\epsilon = 1 - \frac{3}{4}m^2 - \frac{25}{32}m^2, \quad (87)$$

или переходя к числам,

$$1 - \epsilon = 0,04196 + 0,02943 = 0,07139$$

Это значение уже существенно ближе к наблюдаемому 0,06452, чем первое приближение Ньютона

железном канале, вращающа Землю с одинаковой угловой скоростью, и в то же время и астрономическую скорость вращения, и период, и абсолютную величину, хотя и почти — Юпитер Нептун¹¹. Но этот вопрос приобретает очень большую сложность, если мы учтем, что замедление (или ускорение) вращения Земли должно отображаться также и на наблюдаемых движениях планет, по крайней мере ближайших к Земле и обладающих наибольшей скоростью, а именно Меркурия и Венеры. Произведенные аналитическим путем очень трудные исследования не приводят, однако, как кажется, к окончательному решению этих тонких и сложных проблем¹², вопрос же о возможных причинах изменения скорости вращения Земли переходит от астронома к геофизику и требует развития геобразоведения, в которые мы уже можем здесь входить¹³. Но в этих сложных условиях астрономы, вооруженные тем трудолюбием и любовью к истине, о которых когда-то говорил Птолемей, имеют перед собой одну важнейшую задачу: продолжать изучать ряды наблюдений Лунных и их мимолетскую обработку, пока собранный материал не будет достаточно обширен и точен для того, чтобы позволить решить последние загадки в этой проблеме, так изучаемые только человеческой мыслью, озаренная гением Ньютона, прошла уже столь длинный и славный путь.

О МЕХАНИКЕ ЛАГРАНЖА *

Представить в юбилейной сборке, посвященной 100-летию со дня рождения Лагранжа, все, что связано с именем его творчества по механике, было бы, очевидно, работой непосильной для одного докладчика. Но наша задача существенно облегчается тем, что и замечательным, и выдающимся учеником Л. Н. Крылова мы слышали не только очерк жизни и деятельности великого математика, но и яркую аналитическую трактовку его работы по механике, далее, с сигналами работы проф. Л. С. Голуба, знакомого с нами с вариационными принципами, столь существующими в остеронии этого изумительного творения. Но глубина и богатство лагранжовских идей в механике действительно неизмеримы, они допускают разнообразный подход к освещению. Мы уже слышали, например, и с обобщением всю механику в одну единственную формулу — это очень изумляет! Неужели природа механической действительности так проста, что позволила — даже Лагранжу — обобщить себя в единой формуле?

Как бы то ни было, мы не можем сейчас отдать лучшей дань его гению, чем подойти ближе к сути дела и написать именно эту формулу в том виде, в котором она фигурирует у Лагранжа. В ее первичной концепции она имеет в виду движение системы материальных точек, при наличии их связей, декартовы координаты точек назовем $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, предполагая связи двусторонними, голономными и стационарными, имеем их уравнения в виде

$$\varphi_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \quad \varphi_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \quad \dots, \quad \varphi_m(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0,$$

тогда единое уравнение Лагранжа в канонических обозначениях, будет¹

$$\sum_{i=1}^n (X_i - m_i a_i) \delta x_i + \lambda_1 \delta \varphi_1 + \lambda_2 \delta \varphi_2 + \dots + \lambda_m \delta \varphi_m = 0,$$

(1)

* Из книги «Жизнь Л. Н. Лагранжа» Сб. статей, изд. ИГиЛ АН СССР М., 1977.

Здесь λ_i — проекции активного приложенных сил λ — проекции фактually действующих сил, которые действуют на систему. Под действием заданных сил и при различных связях, δx_i — виртуальные перемещения. Наконец, λ_i — множители, введенные Лагранжем в динамику из соображений или же методы решения задач на относительные maxima и minima функций нескольких переменных. Размывая вариации δy_i в уравнении (1) и применяя классическое рассуждение относительно вариаций координат зависимых и независимых, приходим к системе $3n$ уравнений Лагранжа кинематического рода

$$m_i \ddot{x}_i + \lambda \sum_{k=1}^m \lambda_k \frac{\partial q_k}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

в которых лагранжиановы множители λ_k — означают уже смысл механических величин, пропорциональных тем силам реакций связей, которые появляются здесь как механический эквивалент ограничений, наложенных на движения точек системы геометрическими условиями связей. Как хорошо известно, эти уравнения равносильны началу Даламбера и значит, что они содержат в себе основную сущность механики с точки зрения материальных точек этих ужасающих абстракций, на которых каждый может принимать ровно столько же места в пространстве, сколько ее занимает тройка чисел x, y, z .

Но вот теперь, следуя за Лагранжем, от системы динамических материальных точек мы делаем большой и ответственный шаг и при ближайшем к реальности приращении мы делаем даже твердое тело и обращаемся сразу к материальной системе с совершенно конкретными физико-математическими свойствами. Возьмем, например, нерастяжимую гибкую нить, закрепленную на ее концах. Пусть на каждый элемент ds этой системы действует внешняя сила F , при общем изгибании вопроса теперь говорят, что в каждом элементе нити возникают силы натяжения и что совокупность этих натяжений вместе с приложенными внешними силами в каждом элементе приводит к равновесию на каждом элементе нити. Но как подходит к этому вопросу Лагранж? Для него все дело обстоит несколько иначе, сущности той механической основой является все то же уравнение (1), но только здесь геометрическая природа связей должна соответствовать условию нерастяжимости, именно, если ds

— длина элемента, то при всех возможных его перемещениях $ds = 0$.

$$ds^2 = 0$$

Сделаем шаг через ds и перейдем к ρ — ее линейной плотности, через X, Y, Z — проекции внешних сил, рассматривая нить на единицу длины, тогда уравнение (1), примененное ко всем элементам нити, даст

$$\int_0^l (\lambda \delta x + \mu \delta y + \nu \delta z) ds = 0 \quad (3)$$

Вариации ds во втором интеграле заменяет здесь вариация ds в уравнении (1), но из формулы для квадрата элемента ds следует

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

так что

$$\int_0^l \lambda \delta ds = \int_0^l \left(\lambda \frac{dx}{ds} \delta x + \lambda \frac{dy}{ds} \delta y + \lambda \frac{dz}{ds} \delta z \right) ds$$

Переставляя здесь δ с крапинкой и интегрируя по частям, мы замечаем, что в интегрированной части вариации δx концами, по условию, исчезают, находим

$$\int_0^l \lambda \delta ds = \int_0^l \left(\lambda \frac{dx}{ds} \right) \delta x + \left(\lambda \frac{dy}{ds} \right) \delta y + \left(\lambda \frac{dz}{ds} \right) \delta z$$

Подставляя это в уравнение (3), замечая что теперь $\delta x, \delta y, \delta z$ имеют значение свободных вариаций, получаем, приравняв нулю коэффициенты при этих вариациях под интегралом

$$\left. \begin{aligned} \lambda \frac{dx}{ds} &= \frac{1}{\rho} \left(\lambda \frac{dx}{ds} \right) \\ \lambda \frac{dy}{ds} &= \frac{1}{\rho} \left(\lambda \frac{dy}{ds} \right) \\ \lambda \frac{dz}{ds} &= \frac{1}{\rho} \left(\lambda \frac{dz}{ds} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Эти уравнения и представляют собой уравнения движения галактики, испытывающей, закрепленной на концах нити по ритмичности формулы (1), такое, что лагранжевы множители λ и μ играют здесь механические значения: силы, действующие на элемент массы нити, $\lambda \frac{dx}{dt}$ и $\mu \frac{dy}{dt}$ суть проекции ее

[illegible][illegible][illegible]

$$\delta_0 f_T = 0$$

Дано, что P — α, β — функции, удовлетворяющие условию, что

поверхности жидкости (за единицу площади) темпальная работа этого сектора за единицу времени $\dot{W}_\theta$ при вращении с угловой скоростью $\dot{\theta}$ за единицу времени $\dot{W}_\theta$ жидкости определяется выражением

$$P_{12} \cos \alpha \approx \bar{K}_1 \bar{K}_2$$

где n - направление и средняя нормальная величина;
при этих условиях осевое напряжение (1) принимает вид

$$\int_0^1 (1, \lambda = x_i \delta_i + (1 - \eta_i) \delta_j, \dots, \eta_i \delta_i + (1 - \eta_i) \delta_j) dx_i$$

$$\int_{\Sigma} \rho_{\text{C.M.}}(n, \delta_0) \delta_0 dz = \int_{\Sigma} \lambda \delta_0 d\tau = 0, \quad (5)$$

где суммарный интеграл раскладывается на поверхностный, обрабатывающий по всему объему жидкости

Но как по-прежнему?

$$\delta d\tau = \left(\frac{\partial \lambda_1}{\partial v_1} + \frac{\partial \lambda_2}{\partial v_1} + \frac{\partial \lambda_2}{\partial v_2} \right) dv_1$$

Далее, применяя формулу Гассе, получим

$$\int_T \lambda \frac{\partial h}{\partial \tau} d\tau = \int_T \frac{\partial \lambda}{\partial \tau} h d\tau = \int_T \sigma_{\lambda} \delta_{\lambda} d\tau = \int_T \lambda \operatorname{rot}(\sigma \otimes h) \delta \omega = - \int_T \frac{\partial \lambda}{\partial \tau} h d\tau$$

После этих преобразований выражение (5) примет вид

$$\lambda \left[\left(1 - \epsilon - \frac{\epsilon}{\sigma} \right) \delta x - \left(1 - \frac{\epsilon}{\sigma} \right) \delta y \right]$$

$$\left(\frac{1}{r} - z \frac{d\lambda}{dz} \right) \delta \Big|_{r=0} - \int_0^1 (1-\lambda) \delta \cos(\pi, \delta) d\lambda = 0, \quad (1)$$

С. Г. Б. и др. НИИ В. ПРОБ. МЕТОД. С. 100. 1980. Ж. 1, 100-110.

тет прироста не, которое возникает при разности этой энергии δE с энергией E системы. Таким образом, модифицируя формулу, описывающую малое отклонение от их естественного положения, можно так же действительные колебания живых систем выразить как малые отклонения от состояния быстрой равновесности, действительности между жидкостью, находящейся в равновесии с поверхностью, и жидкостью, находящейся на поверхности. Таким образом, можно сказать, что прирост энергии δE равен разности между энергией E системы и энергией E_0 системы, находящейся в равновесии с поверхностью.

Таким образом, энергия E системы E_0 и δE являются функциями от координат q и импульсов p . Разве для нас, например, не удивительно, что в «Несвободной механике» Лапласа, в этом нет ничего замечательного, созданием и развитием «Начала Ньютона», а именно, что закон сохранения энергии и закон сохранения импульса являются фундаментальными законами природы, так как на основании этих законов можно вывести все законы механики. Но для Лапласа это было очевидно, и так же проблема, разве не знает никаких сил, кроме сил тяжести, так, именно сил тяжести и притяжения между молекулами, которые вызывают колебания молекул. Таким образом, закон сохранения энергии и закон сохранения импульса являются фундаментальными законами природы, так как на основании этих законов можно вывести все законы механики. Но для Лапласа это было очевидно, и так же проблема, разве не знает никаких сил, кроме сил тяжести, так, именно сил тяжести и притяжения между молекулами, которые вызывают колебания молекул. Таким образом, закон сохранения энергии и закон сохранения импульса являются фундаментальными законами природы, так как на основании этих законов можно вывести все законы механики.

Мы видим, насколько все эти построения, рисующие в действительности картину молекулярной механики в конце XVIII века, принципы механики Лапласа. В своем подходе к проблеме Лаплас не только не прибегал к широкому использованию принципов, а брал во внимание только самые простые, известные в то время исторические предположения. В каждом из разделов аналитической механики и привнес в них формулы, которые уже затем математически, полными и совершенными.

Было бы чрезвычайно интересно проследить здесь дальнейшее развитие, если так можно выразиться, борьбы этих двух механических мировоззрений на самой интереснейшей их стадии, именно на стадии этой уже теории ка-

чественных явлений. Заметим, что мемуар Гаусса, описывающий его работу по теории гравитации, посвящен именно гравитации. Таким образом, стоит формально на основании молекулярной притяженности, для задачи гравитации и решается, как говорит Гаусс, одна из самых важных проблем механики, именно та, о которой мы говорили в начале. Таким образом, стоит формально на основании молекулярной притяженности, для задачи гравитации и решается, как говорит Гаусс, одна из самых важных проблем механики, именно та, о которой мы говорили в начале. Таким образом, стоит формально на основании молекулярной притяженности, для задачи гравитации и решается, как говорит Гаусс, одна из самых важных проблем механики, именно та, о которой мы говорили в начале.

Таким образом, стоит формально на основании молекулярной притяженности, для задачи гравитации и решается, как говорит Гаусс, одна из самых важных проблем механики, именно та, о которой мы говорили в начале.

Таким образом, стоит формально на основании молекулярной притяженности, для задачи гравитации и решается, как говорит Гаусс, одна из самых важных проблем механики, именно та, о которой мы говорили в начале.

Таким образом, стоит формально на основании молекулярной притяженности, для задачи гравитации и решается, как говорит Гаусс, одна из самых важных проблем механики, именно та, о которой мы говорили в начале.

Таким образом, стоит формально на основании молекулярной притяженности, для задачи гравитации и решается, как говорит Гаусс, одна из самых важных проблем механики, именно та, о которой мы говорили в начале.

Таким образом, стоит формально на основании молекулярной притяженности, для задачи гравитации и решается, как говорит Гаусс, одна из самых важных проблем механики, именно та, о которой мы говорили в начале.

Таким образом, стоит формально на основании молекулярной притяженности, для задачи гравитации и решается, как говорит Гаусс, одна из самых важных проблем механики, именно та, о которой мы говорили в начале.

Таким образом, стоит формально на основании молекулярной притяженности, для задачи гравитации и решается, как говорит Гаусс, одна из самых важных проблем механики, именно та, о которой мы говорили в начале.

Таким образом, стоит формально на основании молекулярной притяженности, для задачи гравитации и решается, как говорит Гаусс, одна из самых важных проблем механики, именно та, о которой мы говорили в начале.

Таким образом, стоит формально на основании молекулярной притяженности, для задачи гравитации и решается, как говорит Гаусс, одна из самых важных проблем механики, именно та, о которой мы говорили в начале.

Таким образом, стоит формально на основании молекулярной притяженности, для задачи гравитации и решается, как говорит Гаусс, одна из самых важных проблем механики, именно та, о которой мы говорили в начале.

Таким образом, стоит формально на основании молекулярной притяженности, для задачи гравитации и решается, как говорит Гаусс, одна из самых важных проблем механики, именно та, о которой мы говорили в начале.

Таким образом, стоит формально на основании молекулярной притяженности, для задачи гравитации и решается, как говорит Гаусс, одна из самых важных проблем механики, именно та, о которой мы говорили в начале.

Таким образом, стоит формально на основании молекулярной притяженности, для задачи гравитации и решается, как говорит Гаусс, одна из самых важных проблем механики, именно та, о которой мы говорили в начале.

Таким образом, стоит формально на основании молекулярной притяженности, для задачи гравитации и решается, как говорит Гаусс, одна из самых важных проблем механики, именно та, о которой мы говорили в начале.

Таким образом, стоит формально на основании молекулярной притяженности, для задачи гравитации и решается, как говорит Гаусс, одна из самых важных проблем механики, именно та, о которой мы говорили в начале.

Таким образом, стоит формально на основании молекулярной притяженности, для задачи гравитации и решается, как говорит Гаусс, одна из самых важных проблем механики, именно та, о которой мы говорили в начале.

Таким образом, стоит формально на основании молекулярной притяженности, для задачи гравитации и решается, как говорит Гаусс, одна из самых важных проблем механики, именно та, о которой мы говорили в начале.

Таким образом, стоит формально на основании молекулярной притяженности, для задачи гравитации и решается, как говорит Гаусс, одна из самых важных проблем механики, именно та, о которой мы говорили в начале.

Таким образом, стоит формально на основании молекулярной притяженности, для задачи гравитации и решается, как говорит Гаусс, одна из самых важных проблем механики, именно та, о которой мы говорили в начале.

Таким образом, стоит формально на основании молекулярной притяженности, для задачи гравитации и решается, как говорит Гаусс, одна из самых важных проблем механики, именно та, о которой мы говорили в начале.

Сумма слагаемых под знаком производной, точно так же, как и слагаемые под знаком скобки, имеет смысл $\{y, y\}$, таким образом

$$\frac{d}{dt} \{y, y\} = 0.$$

Эта теорема предполагает, конечно, что все интегралы системы инвариантны (и потому не меняют значения для сколь угодно малых изменений), образуя подсистему интересующего свойства, скобки Лагранжа равно как и сумма (9), сохраняют постоянные значения во все время движения, мы можем и это есть и признаем этот интеграл лагранжевой теоремы и произвольных начальных подстановках, и их значения q_i и p_i для любого момента времени, не изменяя величины этих сумм.

Прежде чем перейти к дальнейшему изложению лагранжевой теории, заметим следующее: сам Лагранж указывал относительно формулы (9), что она «представляет собой новое и притом весьма замечательное свойство живой силы T , которое может служить общим критерием для выяснения правильности решения, найденного каким угодно способом»²¹. Для нас же теперь кажется более существенным отметить, что в левой части формулы (9) мы встречаемся впервые с той типичной формой вариаций параметров и импульсов, которая имеет столь важное значение для всей современной динамики, известно, что она является инвариантной по отношению к любому касательному преобразованию, и смысл лагранжевой леммы становится понятным только тогда, когда мы учтем, что преобразование $t \rightarrow dt$ есть именно касательное преобразование.

Далее, ту же лемму Лагранжа можно сопоставить с теорией уравнений в вариациях, развитой Пуанкаре, действительно, мы можем рассматривать δq_i , δp_i с одной стороны, и δq_i , δp_i — с другой, как две совокупности 2n переменных, с помощью которых мы переходим от основного решения q_i , p_i к двум другим решениям системы, бесконечно близким к основному, в таком случае эти переменные δq_i , δp_i , равно как и δq_i и δp_i , должны быть решениями некоторой системы линейных уравнений первого порядка, которые и называются «уравнениями в вариациях» уравнений динамики Пуанкаре доказал²², что если ξ_i , η_i и ξ_i , η_i суть два решения уравнений в вариациях то они

связаны соотношением

$$\sum (\xi_i \eta_i' - \eta_i \xi_i') = \text{const.}$$

которое разумеется, есть не что иное, как лемма Лагранжа, означая из этого соотношения Пуанкаре получил первое основное доказательство знаменитой теоремы Пуанкаре о периодичности и пришел к важной теореме, касающейся характера движения систем с бесконечным числом степеней свободы и периодических решений урывков²³. Все это показывает, насколько глубоко, начиная с результатов Лагранжа с весьма современными проблемами динамики.

Вспомогательные теперь к методу вариаций произвольных функций, пусть Ω есть силовая функция возмущения Ω , так что в невозмущенном движении функция Лагранжа будет

$$L^* = T - L + \Omega - L + \Omega$$

Обозначая через q_i^* параметры в возмущенном движении, будем иметь уравнения движения.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L^*}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L^*}{\partial q_i} = 0$$

или, как выше

$$dp_i^* - \frac{\partial L^*}{\partial q_i} dt \quad (a)$$

Допустим, что мы имеем решение невозмущенной системы при $\Omega = 0$, пусть $q_i(t)$, $p_i(t)$, $\dot{q}_i(t)$, $\dot{p}_i(t)$ есть это решение, будем искать теперь решение q_i^* для возмущенного движения, сделав для этого, что q_i для любого времени и постоянны, сделав чтобы в каждый момент времени не только $q_i(t, \gamma_i)$ совпадало с возмущенными q_i^* , но чтобы было также

$$\dot{q}_i^* = \frac{\partial q_i}{\partial t}$$

т. е. чтобы производные от q_i , взятые по времени, поскольку оно входит явно в их выражения, производимых по времени, также они будут, что и для любого момента времени, совпадать с производными q_i^* для любого времени, поэтому и том движении. Определим таким образом движение так

Отсюда следует, что $\delta q_i = 0$, и эти равенства являются условиями, накладываемыми на функции q_i в оскулирующем движении. Значения теперь, что δp_i удовлетворяют уравнениям (8) при $\Omega = 0$ и, наоборот, что δp_i всех значений q_i и t производные $\frac{\delta p_i}{\delta q_i}$ будут совпадать с $\frac{\partial p_i}{\partial q_i}$, следовательно с $\frac{\partial p_i}{\partial q_i}$, получаем:

$$\frac{\delta p_i}{\delta q_i} = \frac{\partial p_i}{\partial q_i} \quad (10)$$

эти уравнения вместе с n уравнениями

$$\frac{\delta q_i}{\delta t} = 0 \quad (10')$$

составляют систему $2n$ линейных уравнений для $\frac{\delta p_i}{\delta t}$, из которых оскулирующие элементы q_i и подлежат определению. Все дальнейшее состоит в обработке этой системы с помощью выражения $\frac{\delta H}{\delta t}$ через произвольные пертурбационной функции Ω по этим же элементам.

Пусть теперь Δq_i означают вариации переменных в некотором движении, вызванные действием всех остальных q_i , то p_i и q_i можно считать функциями Δq_i , 0 означая предельное равенство (11) а Δq_i и Δp_i найдем

$$\sum \delta q_i = \Delta q_i = \Delta p_i \quad (11)$$

и

$$\Delta \Omega = \sum \frac{\partial \Omega}{\partial q_i} \Delta q_i$$

Из левой части выражения (11) мы можем вычесть те же

$$\sum \delta q_i = \Delta p_i$$

покажем, что равенство, получая под δq_i выражения, соответствующие условиям оскуляции, это дает нам весьма важную формулу Лагранжа:

$$\sum (\delta p_i \cdot \Delta q_i - \delta q_i \cdot \Delta p_i) = \Delta \Omega \cdot dt \quad (12)$$

выставляющую амплитудное соотношение основной теоремы (9) для возмущенного движения, если предположить δp_i и δq_i оскулирующими к оскулирующему движению. Но так как лемма (9) применима к любым p_i и q_i Сильно вариациям p_i и q_i и во всяком движении, то вместо p_i и q_i в любых t без этого времени, можно взять те значения, которые эти переменные имеют в какой-либо произвольной момент движения $t = \tau$, обозначая эти значения их через P_i и Q_i , получаем

$$\sum (\delta P_i \cdot \Delta Q_i - \delta Q_i \cdot \Delta P_i) = \Delta \Omega \cdot dt \quad (13)$$

Но Q_i и P_i представляющие собой значения оскулирующих переменных в некоторый момент движения, суть постоянные, связанные определенными зависимостями с q_i — зависимостями, в которых мы должны положить $t = \tau$, т.е. дать времени t некоторое определенное значение. Следовательно, обратно, мы можем выразить q_i через Q_i и P_i , и соответственно этому выразить не только q_i и p_i , но и самую пертурбационную функцию Ω через t , Q_i , P_i , конечно через t .

Подставив что эта замена переменных, имеем

$$\Delta \Omega = \sum \frac{\partial \Omega}{\partial P_i} \Delta P_i + \sum \frac{\partial \Omega}{\partial Q_i} \Delta Q_i$$

и потому, приравнявая к (13) коэффициенты при произволь-

тогда вар. ан. ях δ получаем

$$\delta P = \frac{\partial P}{\partial t} dt, \quad \delta Q = \frac{\partial Q}{\partial t} dt$$

Однако вариации δ не являются функциями времени, а являются функциями времени, поэтому эти дифференциалы можно считать по времени, так что те перемещения, которые происходят в силу, как говорит Лагранж, за счет δ и d , тогда получается система канонических уравнений

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial P}{\partial t}, \quad \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial Q}{\partial t}, \quad (14)$$

из которых сейчас же следует, что

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = 0$$

или иначе, если обозначить через δQ дифференциал этой функции, взятый через посредство одних дифференциалов от P и Q , то

$$\delta Q = 0, \quad (15)$$

что является, по словам Лагранжа, весьма замечательным свойством функции Ω (Разумеется, это свойство осуществляется только тогда, когда Ω выражена через канонически сопряженные элементы Q и P .)

Уравнения (14) и (15) составляют основу лагранжевой теории вариаций постоянных. Подчеркиваем, что это не только теория, но и теория, которая введена в механику, как новая система уравнений, но она является у Лагранжа только для канонической системы интегрированных уравнений второго порядка.

Дальнейший шаг в развитии теории Лагранжа сделал знаменитый астроном Галилей, основатель момента его теории и может быть кратко напомним следующим образом, для определения переменных q и p в осях координат мы можем формулы

$$q = q(t, Q, P); \quad p = p(t, Q, P),$$

где q и p — функции времени и произвольных постоянных, то есть так, что при произвольном времени t и произвольных постоянных Q и P , мы можем определить q и p .

мы имеем для момента t и T

$$q(t) = q(t, Q, P); \quad p(t) = p(t, Q, P)$$

При этом Q и P получаются из решения системы (14) и из того, что это решение найдено каким бы то ни было способом, мы будем иметь тогда Q и P как функции t и некоторых абсолютных постоянных Q_0 и P_0 , которые являются параметрами, которые мы можем выбрать, так как момент t соответствует определенному движению, а не определенному траектории, мы можем сказать, что Q и P — это то же, как значения параметров Q_0 и P_0 для данной точки орбиты, но в отношении возмущений определяемые как функции t на все время движения. Однако точка на орбите может быть взята совершенно произвольная, поэтому достаточно после интегрирования системы (14) в выражениях Q и P заменить t на t_0 , чтобы получить значения q и p во всех точках орбиты на все время движения. Эта операция (переход от t к t_0) обозначается по Гамильну чертой над соответствующей величиной, так, например, по предыдущим уравнениям

$$q(t) = Q; \quad p(t) = P$$

Но ввиду (14) возмущенные значения Q и P являются формально такими же выражениями

$$Q = \int \frac{\partial Q}{\partial t} dt, \quad P = \int \frac{\partial P}{\partial t} dt$$

следовательно,

$$- \int \frac{\partial Q}{\partial t} dt; \quad P = \int \frac{\partial P}{\partial t} dt,$$

или иначе

$$Q = \int \frac{\partial Q}{\partial t} dt, \quad P = \int \frac{\partial P}{\partial t} dt. \quad (16)$$

Под Q и P под интегралами надо понимать, разумеется, возмущенные значения, параметр t остается постоянным при интегрировании и заменяется на t_0 после того выполнения. Эти формулы на которых мы будем основываться, являются, конечно, предельными, а не каноническими, метод Лагранжа в самом начале системы, мы имеем, что являются

только, систему дифференциальных уравнений движения 18-го порядка с помощью 6 интегралов центра инерции можно редуцировать систему к 12-му порядку, т. е. к 6 степеням свободы. Для этой редукции пользуются теперь обычно так называемыми каноническими относительными координатами Якоби, при которых движение точки A отнесено к центральному телу C , движение тела B к центру инерции точек A и C , оба эти движения описываются с помощью канонической системы уравнений 12-го порядка, в которой переменными являются канонические координаты обоих оскулирующих движений, например элементарные Delaunay или Poincaré.

Далее, известны три интеграла площадей, с их помощью система понижается до 9-го порядка, т. е. имеет как бы $4\frac{1}{2}$ степени свободы. Однако Якоби в знаменитом мемуаре 1842 г.¹⁹ показал, что здесь происходит нечто другое, именно, при использовании указанных координатами один из интегралов площадей получает значение интеграла моментов, который имеет место у канонической системы тогда, когда один из ее параметров является циклическим, т. е. входит только через его производную в выражение живой силы. Такой интеграл позволяет исключить сразу две переменные («способ Пуанкаре»), т. е. уменьшить число степеней свободы на единицу, два других интеграла площадей редуцируют систему еще на одну степень свободы, так что остается система с четырьмя степенями свободы.

Геометрически теорема Якоби сводится к тому, что если за основную плоскость взять лапласову неизменяемую плоскость системы трех тел, то восходящий узел одной из оскулирующих орбит, например той, которой описывается движение A вокруг C , будет во все время движения совпадать с нисходящим узлом другой орбиты, т. е. той, которой описывается движение B вокруг центра инерции (A , C). Но систему с четырьмя степенями свободы можно редуцировать несколько далее, пользуясь интегралом живых сил и элиминируя, по известным правилам, время, поскольку оно входит в систему только через dt , доходим, наконец, до неканонической системы 8-го порядка, т. е. системы с тремя степенями свободы, и, в этом и состоит, для любого случая, предельная редукция задачи с помощью существующих классических интегралов. Игнорируя мы бы ожидали редукции только к 8-му порядку, в лучшем случае к 7-му, при элиминации времени.

И тем же самым результатом достигают 1772 г. Лаплас, однако его метод был совершенно отличен от изложенного. Главную его задачу составляло нахождение системы уравнений, которой определяются три взаимные расстояния в задаче трех тел, если считать, что эти расстояния лабильны, то дальнейшая задача — определение координат точек в пространстве приводится, как доказал Лаплас, к одним квадратурам. Мы заметим здесь только очевидные моменты его анализа: первая часть проблемы, восстановление формулы для упрощения формулы векторного исчисления. Обозначим через m_0, m_1 и m_2 массы трех тел, через r_0 — вектор (m_1, m_2) , через r_1 — вектор (m_0, m_2) , назовем относительные скорости, через v_0, v_1 — относительные ускорения трех тел, так что

$$\vec{v}_0 = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \text{и} \quad \frac{d\vec{v}_0}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2},$$

мы будем иметь, очевидно

$$\left. \begin{aligned} \vec{r}_0 + \vec{r}_1 - \vec{r}_2 &= 0 \\ \vec{v}_0 - \vec{v}_1 + \vec{v}_2 &= 0 \\ \vec{\omega}_0 + \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Обозначая теперь через $\vec{j}_0, \vec{j}_1, \vec{j}_2$ векторы абсолютных ускорений трех тел, будем иметь, по закону Ньютона, полагая постоянную притяжения равной 1

$$\vec{j}_0 = \frac{m_1 \vec{r}_1}{r_1^3} - \frac{m_2 \vec{r}_2}{r_2^3}, \quad \vec{j}_1 = \frac{m_0 \vec{r}_0}{r_0^3} - \frac{m_2 \vec{r}_2}{r_2^3}, \quad \vec{j}_2 = \frac{m_0 \vec{r}_0}{r_0^3} + \frac{m_1 \vec{r}_1}{r_1^3}.$$

Отсюда, имея в виду, что

$$\frac{d^2\vec{r}_0}{dt^2} = \vec{\omega}_0, \quad \vec{j}_2 = -\vec{j}_1,$$

получаем

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_0 - m_0 \left(\frac{\vec{r}_1}{r_1^3} - \frac{\vec{r}_2}{r_2^3} \right) &= (m_1 - m_2) \frac{\vec{r}_0}{r_0^3} \\ &= m_0 \left(\frac{\vec{r}_1}{r_1^3} - \frac{\vec{r}_2}{r_2^3} \right) - (m_1 - m_2) \frac{\vec{r}_0}{r_0^3}. \end{aligned}$$

Положим здесь для сокращения

$$\vec{r}_0 = \frac{\vec{r}}{r}, \quad \vec{r}_1 = \frac{\vec{r}_1}{r_1}, \quad \vec{r}_2 = \frac{\vec{r}_2}{r_2}; \quad M = m_1 + m_2 \quad (18')$$

получаем основные равенства относительно этого движения в форме

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{m_0} \frac{d^2 \vec{r}_0}{dt^2} &= -\frac{1}{\delta} \left(\frac{1}{m_1} \frac{\vec{r}_1}{r_1^3} + \frac{1}{m_2} \frac{\vec{r}_2}{r_2^3} \right) \\ \frac{1}{m_1} \frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} &= -\frac{1}{\delta} \left(\frac{1}{m_0} \frac{\vec{r}}{r^3} + \frac{1}{m_2} \frac{\vec{r}_2}{r_2^3} \right) \\ \frac{1}{m_2} \frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} &= -\frac{1}{\delta} \left(\frac{1}{m_0} \frac{\vec{r}}{r^3} + \frac{1}{m_1} \frac{\vec{r}_1}{r_1^3} \right) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Эта система 18-го порядка, так как в ней каждое уравнение эквивалентно трем скалярным второго порядка. Лагранж стремится преобразовать ее так, чтобы в уравнениях остались только скалярные величины r и их производные. Найдем прежде всего все интегрируемые комбинации, так умножая уравнение для (19) векторно на $\vec{r}_0$, $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$, складывая и замечая при этом что из (18)

$$|\vec{r}_0| = |\vec{r}_1| = |\vec{r}_2| = 1$$

и что

$$\left[\vec{r}, \frac{d\vec{r}}{dt} \right] = \frac{d}{dt} \left[\vec{r}, \vec{r} \right],$$

получаем после интегрирования

$$\frac{1}{m_0} [\vec{r}_0, \dot{\vec{r}}] + \frac{1}{m_1} [\vec{r}_1, \dot{\vec{r}}_1] + \frac{1}{m_2} [\vec{r}_2, \dot{\vec{r}}_2] = k, \quad (20)$$

Здесь k есть вектор — постоянной по величине и направленно три проекции уравнения (20) на оси дадут, очевидно, три скалярных интеграла площадей.

Далее, если умножим основные уравнения (19) скалярно на $\vec{r}_0$, $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$ и заметим при этом, что:

$$\begin{aligned} \left(\vec{r}_0, \frac{d\vec{r}_0}{dt} \right) &= \left(\frac{\vec{r}}{r}, \frac{1}{r} \frac{d\vec{r}}{dt} \right) = \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left(\frac{\vec{r}, \vec{r}}{2} \right) \\ \left(\vec{r}_1, \frac{d\vec{r}_1}{dt} \right) &= \frac{1}{r_1} \left(\vec{r}_1, \frac{d\vec{r}_1}{dt} \right) = \frac{1}{r_1} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} r_1^2 \right) \end{aligned}$$

и складывая все три равенства, получим после интегрирования

$$\frac{1}{2m_0} \frac{d}{dt} \left(\frac{r^2}{r} \right) + \frac{1}{2m_1} \frac{d}{dt} \left(\frac{r_1^2}{r_1} \right) + \frac{1}{2m_2} \frac{d}{dt} \left(\frac{r_2^2}{r_2} \right) = L, \quad (21)$$

т. е. — с конст.

$$L = M \left(\frac{1}{m_0 r_0} + \frac{1}{m_1 r_1} + \frac{1}{m_2 r_2} \right) \quad (22)$$

и через $\frac{1}{r}$ обозначив постоянная живых сил Интеграл живых сил можно теперь модифицировать так, чтобы вместо $\frac{1}{r^2}$ в него вошли только скалярные r и их производные с времени. Для этого умножим уравнение для (19) скалярно на $\vec{r}$, $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ и замечаем, что

$$\frac{d^2 r^2}{dt^2} = 2 \left(\vec{r}, \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \right) = 2 \left(\frac{d^2 r}{dt^2} \right) + 2 \dot{r}^2$$

и что

$$[\vec{r}_0, \dot{\vec{r}}_1] = [\vec{r}_1, \dot{\vec{r}}_2] = 0, \quad \frac{[\vec{r}_1, \dot{\vec{r}}_1]}{r_1^2} = \frac{1}{r_1} \dot{r}_1$$

складывая все три уравнения, находим

$$\begin{aligned} \frac{1}{2m_0} \frac{d^2 r^2}{dt^2} + \frac{1}{2m_1} \frac{d^2 r_1^2}{dt^2} + \frac{1}{2m_2} \frac{d^2 r_2^2}{dt^2} \\ = \frac{1}{m_0} \frac{d}{dt} \left(\frac{r^2}{r} \right) + \frac{1}{m_1} \frac{d}{dt} \left(\frac{r_1^2}{r_1} \right) + \frac{1}{m_2} \frac{d}{dt} \left(\frac{r_2^2}{r_2} \right) \end{aligned}$$

Положив здесь

$$R = \frac{1}{m_0} \frac{d}{dt} \left(\frac{r^2}{r} \right) + \frac{1}{m_1} \frac{d}{dt} \left(\frac{r_1^2}{r_1} \right) + \frac{1}{m_2} \frac{d}{dt} \left(\frac{r_2^2}{r_2} \right) \quad (23)$$

мы можем написать ввиду (22)

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 R^2}{dt^2} = \frac{1}{m_0} \frac{d^2 r^2}{dt^2} + \frac{1}{m_1} \frac{d^2 r_1^2}{dt^2} + \frac{1}{m_2} \frac{d^2 r_2^2}{dt^2} = L,$$

то оставшаяся часть уравнения с интегралом живых сил (21) получается весьма простым уравнением. Взяв же

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 R^2}{dt^2} = L - h \quad (24)$$

это уравнение для изменения L у Лагранжа (гл. VI, р. 240) содержит в себе так называемые расстояния трех тел и их производные по времени.

Латин здесь же еще одно его наименование, идея которого граничит с Эвклидом y^2 . Замечая в силу (23) что

$$RR = \frac{r^2}{m_0} + \frac{r^2}{m_1} + \frac{r^2}{m_2}$$

(где только обозначены производные по времени) применим к величинам $\frac{r^2}{m_0}$ и $\frac{r^2}{m_1}$ известное тождество Лагранжа, оно дает нам здесь

$$R^2 = \frac{r_0^2}{m_0} + \frac{r_1^2}{m_1} + \frac{r_2^2}{m_2} \quad (24)$$

где через Q обозначена сумма квадратов элементов матрицы.

$$\begin{vmatrix} \frac{r_0}{\sqrt{m_0}} & \frac{r_1}{\sqrt{m_1}} & \frac{r_2}{\sqrt{m_2}} \\ \frac{r_0}{\sqrt{m_0}} & \frac{r_1}{\sqrt{m_1}} & \frac{r_2}{\sqrt{m_2}} \end{vmatrix}$$

Далее, разлагая каждую из относительных скоростей по радиусу-вектору и по направлению перпендикуляра к нему и обозначая эти трансверсальные проекции через d_i , будем иметь

$$r_i^2 = r_i^2 + d_i^2$$

откуда

$$\sum_i \frac{r_i^2}{m_i} = \sum_i \frac{r_i^2}{m_i} + \sum_i \frac{d_i^2}{m_i}$$

Но первая из сумм справа может быть выражена через R , R и Q по (24); таким образом

$$\sum_i \frac{r_i^2}{m_i} = R^2 + P, \quad (25)$$

где положено

$$P = \frac{Q}{R} + \sum_i \frac{d_i^2}{m_i}$$

Функция P , состоящая так же как и Q , из суммы одних только квадратов, не может принимать отрицательных значений во все время движения. Подставляя теперь формулу (25) в интеграл живых сил (21), находим

$$R^2 + P = 2U/h, \quad (26)$$

из формулы Лагранжа (1) следует, что

$$RR = R^2 + U/h$$

опуская это с предыдущим равенством, приходим к уравнениям

$$\begin{vmatrix} 2RR & P & h \\ RR & P & U \end{vmatrix} \quad (27)$$

Эти уравнения лежат в основе знаменитых исследований Эдмунда по задаче трех тел, и мы напомним здесь для органической связи с формулой Лагранжа, имея в виду только подчеркнуть этим несколько пр. в б.т. Рабала теорему, найденную им в 1886 г. (мемуар Лагранжа) ² «Естественно предположить, что еще многие геометры будут черпать из этого глубокого источника».

Возвращаясь к изложению мемуара Лагранжа. Имя уравнение (A), требуется составить еще два уравнения, которые содержали бы только три расстояния r_i и их производные. Эти два уравнения Лагранж получает, применяя некоторую вспомогательную неизвестную ρ , которая является следующим образом из уравнений (18) следует, что

$$(\vec{r}_1, \vec{v}_1) = (\vec{r}_2, \vec{v}_2) = (\vec{r}_0, \vec{v}_0) = (\vec{r}_2, \vec{v}_2) + (\vec{r}_2, \vec{v}_2) = (\vec{r}_0, \vec{v}_0)$$

поэтому

$$(\vec{r}_1, \vec{v}_1) = (\vec{r}_2, \vec{v}_2) = (\vec{r}_0, \vec{v}_0) = (\vec{r}_1, \vec{v}_1)$$

$$(\vec{r}_2, \vec{v}_2) = (\vec{r}_1, \vec{v}_1) = (\vec{r}_0, \vec{v}_0) = (\vec{r}_1, \vec{v}_1)$$

Таким образом, все три описанные разности между собой равны, общая величина их и представляет собой вспомогательную неизвестную Лагранжа, мы можем положить

$$\rho = (\vec{r}_1, \vec{v}_1) = (\vec{r}_2, \vec{v}_2) \quad (28)$$

откуда, дифференцируя и вводя умножительные ускорения

ния $\bar{\omega}_1$,

$$\frac{d\sigma}{dt} = (\dot{r}_1, \bar{\omega}_2) - (r_2, \bar{\omega}_1). \quad (26')$$

Подставляя значения $\bar{\omega}_i$ из основных уравнений (19), находим

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt} = m_1 (\bar{r}_1, \bar{r}_2) & \left(\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} \right) - m_1 (r_2, r_3) \left(\frac{1}{r_2^3} - \frac{1}{r_3^3} \right) - \\ & - m_2 (\bar{r}_3, \bar{r}_1) \left(\frac{1}{r_3^3} - \frac{1}{r_1^3} \right) \end{aligned} \quad (B)$$

Правая часть этого уравнения есть функция одних только скаляров r , в самом деле, если положить

$$(\bar{r}_1, r_2) = p_{12}, (\bar{r}_2, r_3) = p_{23}, (r_1, \bar{r}_3) = p_{31}, \quad (27)$$

то из треугольника m_1, m_2, m_3 , имея в виду формулы (18), найдем

$$r_3^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2p_{12}$$

и два уравнения аналогичных

Следовательно все p , выражаясь только через r , так же и правая часть выражения (B). Покажем теперь, что квадраты относительных скоростей $\dot{r}_i$ суть также функции одних r , и их производных, для этого достаточно помножить каждое из основных уравнений (19) скалярно на $\dot{r}_i$ и учесть те замечания, которые были сделаны при выводе уравнения (A), мы получим

$$\frac{1}{2m_i} \frac{d^2 r_i}{dt^2} = (\bar{r}_i, r_3) = \frac{\dot{r}_i}{m_i} = \frac{M}{m_i r_i} \quad (28)$$

Но с помощью формул (18) левый член справа легко преобразуется и дает

$$(\bar{r}_i, r) = p_{12} \left(\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} \right) + p_{23} \left(\frac{1}{r_2^3} - \frac{1}{r_3^3} \right)$$

Отсюда, пользуясь (28) и замечаниями, сделанными выше относительно p , заключаем, что $\dot{r}_i^2$ действительно зависит только от r и их производных, заключившие вместе относительно прочих $\dot{r}_j^2$ это же свойство принадлежит и логарифмическим произведением всех $\dot{r}_i$. В самом деле, если считать

$$(\bar{r}_1, \bar{r}_2) = u_1, (\bar{r}_2, \bar{r}_3) = u_2, (\bar{r}_3, \bar{r}_1) = -u_3,$$

и тогда

$$u_3^2 = u_1^2 + u_2^2 - 2u_1 u_2 \text{ и т. д.},$$

следовательно, все u выражаются через u_1^2 , а потому через r и $\dot{r}_i$.

Все это позволяет теперь использовать интеграл площадей, Лагранж переходит от него к скалярному интегралу, для этого достаточно помножить строку (20) скалярно на саму себя, имея при этом в виду следующие формулы

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} &= (\dot{r}_1, r_2) - (\dot{r}_2, r_1), \quad \rho = (\bar{r}_1, r_2) - (\bar{r}_2, r_1); \\ (\bar{r}_1, r_2) &= \frac{1}{2} \left(\rho - \frac{dr_2}{dt} \right), \quad (\dot{r}_1, \bar{r}_2) = \frac{1}{2} \left(-\rho - \frac{dr_1}{dt} \right) \end{aligned}$$

Далее,

$$|r_1, \bar{r}_2|^2 = r_1^2 r_2^2 - (\bar{r}_1, \bar{r}_2) r_1^2 r_2^2 = r^2 \left(\frac{dr}{dt} \right)^2$$

и, наконец,

$$\begin{aligned} (\bar{r}_1, r_1) + (\bar{r}_2, \bar{r}_2) &= (r_1, r_1) + (\bar{r}_1, r_1) + (\bar{r}_2, r_2) + (\bar{r}_2, r_2) \\ &= \rho u_{12} = \frac{1}{2} \frac{d\rho^2}{dt} = \frac{1}{2} \rho^2 \end{aligned}$$

В результате мы получим уравнение

$$\sum_i \frac{1}{m_i} \left[r_i^2 \ddot{r}_i - r_i^2 \left(\frac{dr_i}{dt} \right)^2 \right] = \sum_m \frac{1}{m} \left[\rho \dot{r} - \frac{1}{2} \left(\frac{d\rho}{dt} \right)^2 \right] \quad (C)$$

Это уравнение в своей левой части заключает, по скалярному выводу, только величины, зависящие от r и их производных, в правой части фигурирует неизвестная ρ . Если же еще удастся выразить ρ через r и их производные, то подставляя это выражение в (B) и (C), получим те два уравнения, которые, вместе с уравнением (A), представят нам искомую систему трех уравнений для переменных r . Но именно выяснение этой зависимости ρ от r , составляет самую трудную часть задачи. Лагранж, она решается, исходя из того соображения, что в силу (23) ρ зависит от $r, \dot{r}_i$ и от кинетических углов, образующих векторы $\bar{r}_i$ и $\dot{r}_i$ (скалярно).

Возьмем, например, пары $r_0, \bar{r}_0$ и $r_1, \bar{r}_1$, если при центре сферической сферы построим эти направления, то они пересекут сферу в вершинах сферического четырехугольника. Обозначим его M, M', A и A' косинусы сторон и через L и L' — косинус диагонали этого четырехугольника, получим:

$$M = \cos(r_0, v_1) = \frac{1}{\rho} \frac{dr}{dt}, \quad M' = \cos(r_1, \bar{v}_0) = \frac{1}{\rho_0} \frac{dr_0}{dt},$$

$$A = \cos(\bar{r}_1, \bar{r}_0) = \frac{r_0}{r_1}, \quad A' = \cos(\bar{r}_0, r_1) = \frac{r_1}{r_0};$$

$$L = \cos(r_0, r_1) = \frac{1}{\rho_0} \frac{1}{\rho} \left(\rho - \frac{r_0}{\rho} \right),$$

$$L' = \cos(\bar{r}_1, \bar{r}_0) = \frac{1}{\rho_0} \left(\rho - \frac{r_0}{\rho} \right);$$

и т. д. Аналогично, если еще воспользоваться

$$\frac{1}{\rho} \frac{dr}{dt} = \frac{1}{\rho_0} \frac{dr_0}{dt}, \quad \frac{1}{\rho} \frac{dr}{dt} = \frac{1}{\rho_0} \frac{dr_0}{dt},$$

то шесть косинусов M, M', A, A', L, L' не могут быть независимыми, поэтому для построения тех двух сферических треугольников, из которых составляется тетраэдр, нужны остаются только четыре его стороны, а следовательно, три независимых между этими сторонами условия существуют, значит есть система, которая выражается с помощью уравнений:

$$\begin{aligned} L^2 - M^2 - A^2 - L'^2 - M'^2 - A'^2 - L^2 - M^2 - A^2 - L'^2 - M'^2 - A'^2 - \\ M^2 M' - A A' - 2 L M A - M' A L' - A' L M' - \\ 2 L' M' M - A A' M M - A' M' L' = 0. \end{aligned}$$

Поскольку эти функции являются функциями времени, Лагранж считает необходимым уравнения (1) и (2), заменив их будут алгебраические уравнения, в которых ρ войдет в четвертой и пятой степени. Коэффициенты этих уравнений выражаются рационально через $r_0, \bar{r}_0, r_1, \bar{r}_1$ через $r_0, \bar{r}_0, r_1, \bar{r}_1$ и, наконец, через $r_0, \bar{r}_0, r_1, \bar{r}_1$. Так как в высшей степени величина, являясь функцией от времени, она является функцией $r_0, \bar{r}_0, r_1, \bar{r}_1$, поэтому для ρ квадрат-

ное уравнение с коэффициентами, зависящими только от $r_0, \bar{r}_0, r_1, \bar{r}_1$ при первом из которых $r_0, \bar{r}_0, r_1, \bar{r}_1$ — константы.

Получим, что это алгебраическое уравнение для ρ можно и надписать в виде этой функции, выбрав константы ее равные $r_0, \bar{r}_0, r_1, \bar{r}_1$. Мы получим второе из трех уравнений Лагранжа, причем при этом уравнение является вторым. Но если подставим $r_0, \bar{r}_0, r_1, \bar{r}_1$ в уравнение (3), то это последнее как заключение

придется уже к уравнению третьего. Таким образом относительно $r_0, \bar{r}_0, r_1, \bar{r}_1$ в таком виде систему уравнений (A), (C) и (B) представит собой систему трех уравнений из которых мы трижды будем извлекать $r_0, \bar{r}_0, r_1, \bar{r}_1$ и, следовательно, все это даст нам результат. Лагранж взаимные расстояния в точке, при этом определяются системой трех дифференциальных уравнений, являющихся системой третьего порядка. При интегрировании этих систем в решение войдут семь произвольных постоянных, именно тех двух, меньше постоянной живых сил h и постоянной площади h' , которые были введены в самые уравнения. Дальнейшие этапы решения — определение положения плоскости треугольника и ориентировка треугольника в этой плоскости — приводятся к квадратурам, при которых входят еще три постоянных, значить всего их получается 12, как и должно быть в задаче об относительном движении трех тел.

Таков тот трудный путь, который Лагранж привел к задаче трех тел в системе седьмого уровня (фактически, однако, так как время живое в уравнения не входит). Обсуждается тех же результатов, которые через сорок лет должны были получить Якоби своим теоретическим путем, а также путь решения этой проблемы, о чем скажем ниже, говорит Тisserand. Он может сказать, насколько сложность поученной Лагранжем системы дифференциальных уравнений в явном виде уже с самого начала была такова, что всякая надежда на возможность ее полного решения должна была быть оставлена и задачи трех тел с физическим толком зрения столь элементарная задача после появления мемуара Лагранжа как таковой вложен, и в результате, несмотря на то, что никто не ставил себе целью до работы Лагранжа, но, тем не менее, к проблеме с точки зрения решения, как рассматривать отдельные части ее, с точки зрения отдельных частей решения при тех или иных выражениях общей проблемы.

Средство, действующее в направлении тела, которое оно занимает, имеет тот, который посвящен в вторая часть мемуара. Вспомогательная в этом разрыве, в части расстояния между тремя телами, является состоянием или же сохраняют постоянные отношения во все время движения. Эти случаи так и являются с частями, для которых удалось извлечь точные результаты, и, наоборот, в трех масс, Ларанж показал, что задача трех тел допускает такие решения.

1) когда все три тела в начальный момент находятся на одной прямой, если их начальные скорости удовлетворяют определенному условию и если отделить начальных расстояний является корнем некоторого уравнения пятой степени с коэффициентами, зависящими только от масс.

2) по тем же три тела находятся в начальный момент в вершинах равностороннего треугольника и их относительные скорости имеют некоторые определенные величины и направления

В обоих случаях все три тела навсегда сохраняют при движении или равновесии свою конфигурацию: их движение будет в одном из осевых орбиты двух тел и движется по окружности, третьи же будут коническими сечениями, наконец, отталкивания взаимных растянута навсегда сохраняют постоянную величину, при некотором выборе начальных условий сами эти расстояния остаются постоянными. Короче говоря, если мы имеем две массы m_1 и m_2 , то можно с предельно малыми погрешностями считать, что каждая из них движется по окружности, а третья по коническому сечению, причем все три тела движутся в одной плоскости. Если же массы m_1 и m_2 не являются точками, а имеют некоторую протяженность, то можно считать, что каждая из них движется по коническому сечению, а третья по окружности, причем все три тела движутся в одной плоскости. Если же массы m_1 и m_2 не являются точками, а имеют некоторую протяженность, то можно считать, что каждая из них движется по коническому сечению, а третья по окружности, причем все три тела движутся в одной плоскости.

Рассматривая эти случаи, Паураж считал их исследованием чистейшей теоретической природы (сутью) не решая для себя, можно ли считать, что в астрологии он дал это тоже не периодические решения задачи трех тел как просто для случая равенства формул $(\lambda, (B), (C))$ и того уравнения, которому соответствует $(\lambda^2, (B), (C))$ в асти-

[illegible]

«Это замечание вызвано к жизни для ряд работ, связанных с именем Шпингера, Вигнера, Stringer'a, и с которых теория движется к галактическому уровню, так называемых проявлений изучается, и это в физическом, либо численными методами, что привело уже в последнее время к различным взглядам на периодических движений и так называемой кинкой о рабаче, так за последние лет 10, движимые m_1 вокруг m_2 о окружности, в частности случае $m_1 = m_2$. Однако мы не можем входить в эти детали, не вдаваясь в вопросы уже более близкие к астрономии, и жедали к общей механике, но следовало бы здесь едва ли не достаточно, чтобы показать, что то тем направления, которые заметил Лагранж, научаясь двигаться и с тем на многому тут же разнятся, в этом добрый секрет особенное значение творчества Лагранжа в механике».

[illegible]

измеримо большим, чем в его эллипсе, физико-механическим атомом. Хотелось бы все так отметить в заключение своего очерка, что в описанном очерке была принципиально и общим образом Лагранж не показал, что самая элементарная осевая нагрузка, имея ввиду атом, не имеет статистической нагрузки, осевая, а не статистическая механическая нагрузка.

На самых первых страницах «Анализической механики», вводя введение в статику, Лагранж отмечает различие между различными доказательствами закона сохранения для правил параллелограмма, с одной стороны, и законом рычага с другой. То, что прямой рычаг с двумя равными грузами находится в равновесии, если его точка опоры находится посередине, очевидно сама по себе, говорит Лагранж, так как нет оснований, чтобы один груз перенесся другой, раз все симметрично по отношению к середине рычага. Но не очевидно, продолжает он, что нагрузка в опоре равна сумме обоих грузов на концах. И, в самом деле, как доказать, что сила не зависит от длины рычага? Лагранж приводит простое и ясное доказательство правила рычага, из которого, однако, обнаруживается, что теорема Архимеда об удвоенной нагрузке, зависящей от длины рычага, имеет место только тогда, когда на плоскости действует геометрия Евклида²³.

Это обстоятельство тем более замечательно, что доказательство закона параллелограмма или производят, исходя из начальных аксиом статики, или из независимых от аксиомы параллельных или от архимедова принципа рычага. Это положение было установлено впервые Фолсетом в 1760 г.²⁴, однако имеются определенные указания на то, что работа Фолсета была ниспровержена Лагранжем, а быть может, даже и доказана им.

Действительно мы знаем теперь, что начало параллелограмма или имеет совершенно с одной точкой формулировку в системе Евклида, Лобачевского и Римана, на против неевклидовой статике закон рычага не сохраняется. Величина равнодействующей зависит от длины рычага, она будет больше $2P$ в геометрии Лобачевского, меньше $2P$ в геометрии Римана. Как бы ни трактовали всех этих глубоких идей Лагранж толкует, хотя оба начала, имелись рычага и сложения сил, приводит всегда к одинаковым результатам, замечательно то обстоятельство, что случай,

и наиболее простой для одного из них, является наиболее сложным для другого.²⁵ Более ясных указаний по этому поводу Лагранж не оставил, а по теории параллельных сил, если он не упустил из виду²⁶, то из этих замечаний следует, что как глубоко раскрылись перед ним и самые принципиальные вопросы механики, если не в их физической, то во всяком случае в их геометрической сущности? И не, несмотря на ясность формулировки основных концепций, отмеченную в предыдущем разделе, он развил ее по глубочайшим обобщениям и оставил ее там как один из крайних камней нашей физико-математической и всей теоретической культуры за последние столетия?

ИСТОРИЯ КАЛЕНДАРЯ *

Легко за днями дни и каждому час
внесит
Частицу бытия
Пожить и

ВВЕДЕНИЕ

В вопросах, которые вынуждают учение о календаре, можно оставить в стороне, все то сложное и трудное, что связано с самой существенною посылкой времени, о чем так много рассуждали философы и о чем так глубоко думают теперь физики. Мы принимаем, как данное, смену вечной бегущих дней и ставим задачу выяснить приемы, выработанные для наиболее удобного их счисления. Вместе с тем и для наиболее простого измерения, сравнительно длинных промежутков времени. Обе задачи возникают только на достаточно высоком уровне культурного развития, когда является сознательная потребность в точном и определенном ответе на вопрос: когда приходя такое-то событие, сколько времени и с тех пор прошло? Когда наступит такое-то явление?

Если я говорю, что 23 сентября 1846 г. д-р Галле в Берлине, то предвысказываю Лежару, открывшему эту Нептун, или что 9 июля 1936 г. в России будет виден лунное солнечное затмение, я занимаюсь с тематическим календарным счислением, и оно — непрерывной отчетливостью выделяет день первого события из всего ряда предшествующих ему и последующих за ним дней и не является в будущем отягощен зареком различий, где в затмении от всех смежных с ним. Мы так привыкли пользоваться календарем, что даже не вполне от себя себе ответ: как редкая в нашей жизни в чем-либо измалоченная роль упреждающего счета времени, может быть, затрудняет видеть, что чуждая культура незнакомых жетов.

Каким образом приходя числа мыслима такая система

счисления? Она допустима, как кажется, только при постоянной и живой связи календаря с *внешней природой*. Есть огромное различие в счете времени и в счете или измерении каких-либо и тех предметов или величин, встречающихся в повседневном опыте, например в измерении расстояния между двумя пунктами. Ибо дорога, которую мы мерим, существует и будет существовать до и после процесса ее измерения, но каждый день, который мы нумеруем или считаем, исчезает в прошлом и не возвратится никогда. Но если я так говорю: уверенность, что то или иное явление природы, хотя и некоторый и небольшой, сравнительно с продолжительностью человеческой жизни, промежуток времени, и повторится вновь, а затем возвратится снова через такое же число дней и так далее без конца, то естественно будет начинать и кончать счет дней именно на таком периодическом явлении: оно будет служить и конечным и оправданным пунктом счисления. Таким путем именно путем искания в природе достаточно ярых и хорошо обозначенных периодических явлений, и шли все культурные народы в деле построения календаря. Напротив того, всякая манера счета, не связанная непосредственно с внешней природой, может состоять только в монотонном начислении дней, и на большие интервалы времени она представляется нам невозможной и чисто искусственной.

Когда Дарий, царь персов, шел походом на скифов, он оставил отряд греков для охраны моста, построенного через Дунай и сказал: «Возврати этот реченья, начиная с того дня, как я войду на скифов, развязывайте на нем каждый день по одному узлу: если за этот промежуток времени я не вернусь и минует число дней, означенное узлами, плывите обратно на родину». Этот знаменитый рассказ третьего Геродота поучителен. Дарий замечал для своих солдат всякий календарный счет приспосабливанием, которое позволяло им вести счет дням, их не считая, — считать, очевидно, должен был лишь тот, кто заявлял узлы. Без различия сколько было узлов на веревке, и неизвестно как справлялись с этой нехитрой операцией. Но, несомненно, что эти веревки систематического и жизненно необходимого счисления солдат, нельзя.

Для него нужны отрывочные точки в чем-то, делая тем восточнее и вне тех приспособлений, которые он может приобрести. Даже и те нехитрые узлы, которые еще не делались в течение года, означают время по смене сухого

* Попробуйте изобрести календарь, который бы был удобен и точен.

времен и прихода томдей, характерных ветров (муссонов), и созревания плодов, и параллельно или несомненно пасадомых и птиц — примеры этому показывают этнографы. Но все эти несомненно определенные климатические периоды тоже еще недостаточны для уброяженного счета времени, ибо кто говорит природ, тот должен требовать, чтобы его начало и конец можно было отметить с совершенной определенностью, с тем чтобы длина сколь угодно большого числа таких периодов допускала точное численное сравнение.

С этой точки зрения один из самых значительных этапов культурного развития был пройден тогда, когда было усвоено, что подобные периоды можно и нужно искать среди явлений звездного неба, Солнце, планеты, Луна, звезды повторяют перед человечеством бесечное число раз правильное чередование своих явлений, и очень отдаленные эпохи человек научился за ними внимательно следить. Руководили ли им здесь практические потребности жизни или же желание «найти в периодах небесных явлений вечные единицы для измерения больших интервалов времени» или же в том говорили запросы отвлеченного знания, стремление распознать численные соотношения в движении небесных тел, или же и то и другое вместе, это сейчас установить нельзя. Но очевидно только одно: первоначальные разичные астрономии совершенно естественным образом привели к созданию системы. Для вавилонян и греков главных учителей в дальнейшем вопросе это было одно. Таким образом, полный круг Солнца, месячное обращение Луны, а у некоторых народов и 2-летний круг Юпитера стали основными единицами календарного счета, каждое повторение Солнца к равноденствию, каждое новолуние или возвращение Юпитера к тому же созвездию служили отправлениями точками в этом числении, которое от каждого подобно звезде на мгновение становилось и крепко стояло идти вперед.

Где и как была впервые осуществлена такая календарь с астрономическими фактами? На этот вопрос археологи и хронологи еще не дали ответа.

Уже в 1850-е годы между Бринклином и Селлером возникло удивительное впечатление докторов психологии, что кроме каменных монолитов по пяти метров высотой, расположенных в виде сложной фигуры, может быть, стояли и разбросанные средь обшара два круга вырубленных из

30 камней, связанных поверху каменными балками, и внутри этих из 10 камней меньшего размера в узлах последнего кольца стояли еще 10 камней, расставленных в виде двух концентрических, открытых со стороны северозапада. Дольше, а среди всей группы отделился кругом из камней, выходящий из-под огромного каменного круга, следовательно, вне всей фигуры и выходящий севернее от нее, стоит еще один отдельный монолит. Не очевидно, что человек, стоящий у среднего камня и смотрящий на восток, увидит приблизительно в этом направлении восход Солнца в день летнего солнцестояния. Таким образом, центр сооружения и отдельный монолит как бы представляют ось всего сооружения, и эта ось становится и направлением, приблизительно к той точке горизонта, у которой останавливаются восходы Солнца в дни солнцестояния. Мало того, вычислено, что приблизительно за 1.00 лет до нашей эры в день летнего солнцестояния в точности восходило в отмеченном направлении.

Случайное ли это совпадение или обдуманное? Монолиты, вероятно, человек строил, а вот сооружение по Солнцу? Получал ли он периодичность солнечного года с такой отчетливостью, что сумел провести на Земле направление, которое приблизительно указывало ему момент вращения Солнца к солнцестоянию? На эти вопросы археология, как сказано, ответа не дает, и в настоящее время она тщательно избегает тут последних выводов. Но если только мы ответим на поставленный вопрос утвердительно, то а мы тогда будем признавать, что первобытный строитель уже нестанет в основной идее солнечный календарь, все остальное было делом усовершенствования и улучшения его техники.

Но на пути этого развития надо бы преодолеть два огромных затруднения.

Первое — указание повторения небесных явлений, разумеется, выжим, что только вообще ими интересуется, о чтобы определить их точности, если можно сказать, «остров», нужен для того ряд умелых наблюдений, математически понятных и обработанных. Считая от одного годового промежутка к другому и всякий раз светлым и часам суток с точностью промежутка, убеждаемся, что следующие друг за другом периоды между собой различны, то же и в отсчете дней и наблюдений небесных явлений, движения тел. Соединив систему и неравномерная в этом основная группа

Видом и замечаниям в хронологии, т. е. в науке, ставшая по изучающей все формы счисления времени и устанавливая, каковы их взаимные соотношения, основной единицей является день. Более точное определение этого понятия относится к области астрономии, оно было сформулировано уже тогда, когда развитие календарей в их основных чертах было таково, что теперь мы употребляем под этим термином сущность времени, определенным образом скоординированную из календарных суток и описания Земли и ее движений, обращаясь вокруг Солнца, за три года и с половиной, точнее, за средние солнечные сутки прилагается промежуток времени, который отделял бы два полудня в том случае, если бы движение Земли вокруг Солнца происходило в плоскости, перпендикулярной к плоскости экватора и при этом всегда с одной и той же средней скоростью, равной среднему значению этой скорости в действительном обращении Земли.

Определенная таким образом величина есть абсолютная постоянная, ибо создавая это понятие, мы в указанных движениях выделяем части строго пропорциональные времени. В этой основной единице измеряются все прочие интервалы времени, для малых промежутков времени солнечный день делится на часы, минуты и секунды, далее, сколько угодно большие промежутки времени можно выражать в днях, без всякого внутреннего противоречия. Поэтому в вычислениях хронологического и астрономического характера главное, что нужно знать, это число дней, т. е. число средних солнечных суток, протекших от одного момента до другого.

Здесь возникает задача, в сущности обратная календарной, фиксированная моментом в любых системах счисления, найти промежуток времени между ними, ясно, что здесь самым простым методом решения является переход от календаря к непосредственной нумерации дней от какого-либо произвольного начала. Так, если я знаю, что первый момент произошел в день № 383 208, а второй в день № 2 414 866², то непосредственно заключаю, что промежуток между ними есть 365 658 дней. В этом случае для хронологического безразлично, что первый момент соответствует дате 2. Кислев 5673 г. в счете (закон или 1 Фримера 21 года Фрацузской республики), а второй — 2 Чайтра 5014 Калинга (индусского счета или 1 Джумада 1.33. г. магаметской эры. Все системы счисления с этой точки зрения являются только своеобразными сетками, наклады-

ваемыми на беспрерывно текущую последовательность дней как уже бывших так и еще не бывших. К какому именно принципу устройства подобных сеток мы и должны сейчас перейти.

Итак, здесь особенно важно отметить, что
 1. В календаре
 2. В астрономии

СОЛНЕЧНЫЕ КАЛЕНДАРИ

1. ВРЕМЕНА ГОДА

Годовой круг календаря, начавшись и обращаясь Землей вокруг Солнца, известен каждому. Что Солнце два дня в году не поднимается выше и не опускается ниже горизонта, что беспрерывно меняются точки горизонта, в которых оно восходит и заходит, что дни то прибывают, то убывают, — все это знает каждый, кто в своей жизни в работе соприкасается с внешней природой. Проясним эту годичную последовательность явлений более внимательно.

Отметим каким образом, например, по календарю, на месте наблюдения четыре основных направлений: на юг и на север, на восток и на запад, начнем наши наблюдения с марта. Мы увидим, что в начале марта (все числа по новому стилю) Солнце будет восходить на юго-востоке и какой-либо точке с горизонта.



Рис. 1

Заходя на юго-западе, а точнее (рис. 1), с каждым следующим днем точки восхода и захода будут, видимо, сдвигаться к северу, и на равных линиях В — З накл. с.с., 20. 21 марта восход придется именно на востоке в точке В, заход — на западе в З, продолжительность дня и ночи в эти дни будет одинаковой, и мы дадим этот момент весенним равноденствием, считаем его за начало весны.

Далее будет продолжаться отступление точек восхода и захода к северу, и в будущем мы увидим, что уменьшаясь, восход Солнца на горизонте, увеличиваясь —

2 ДЛИНА СОЛНЕЧНОГО ГОДА

Прежде всего надо решить с какой собственнo точностью надо считать длину года? Для гражданской жизни это в сущности безразлично, в России год начинали с 1 сентября, а Запада в средние века с 25 декабря, 25 марта и еще иначе, прежде чем это вошло во всеобщее употребление было еще 1-е января. Но чинитель, подготовленный расчётами, легко поймет, что астрономически удобнее начинать счет дней солнечного года только от одного из четырех моментов двух равноденствий и двух солнцестояний, ибо эти моменты действительно внутренне связаны с движением Земли вокруг Солнца, а являющиеся составляли одну из важнейших задач астрономов всех веков.

Поэтому мы сейчас сейчас более точно установим, когда наступают эти моменты равноденствий и солнцестояний, не ограничиваясь как раньше, одним указанием, вроде 20-21 марта и т.п., мы потребуем теперь от вычислений несколько большей точности, а именно до 0,01 дня (что составляет 14,74). Далее, чтобы составить таблицу моментов наступления равноденствий и солнцестояний, мы должны в основу ее положить какой-нибудь календарь. Какой же из них мы выберем, является тут безразличным, остановимся на одном из простейших, о котором подробно будем говорить потом, именно, мы будем считать три года до 365 дней, четвертый в 366, разделение дней в месяцах оставим такое, как оно действует сейчас. Подобный счет является *малым*, а с ним приходят на каждое четыре года один день лишнего дня, так что в каждом четвертом году один день лишнего дня добавляется к году, так что 365,25 дня. Следовательно мы добавим сейчас, что от 4000 г. 1 января (то есть 1 января 2000 г.) идет счет дней в лет так, как сейчас установлено, и что даты выражаемые астрономическим счетом в эти годы точно в так же календаре, тогда результат наших определений моментов равноденствий и солнцестояний может быть внесен в таблицу (табл. 2).

Взяв 1 января с начала года, для тридцать построим таблицу с 1-го января 1900 года, для заключены в численных таблицах этой таблицы. Небольшая часть там берется в глаза, что же четыре десятка тысяч солнцес. года не стоят на месте, четыре десятка сдвигаются назад, и тем календарь, в котором эта таблица составлена, на сколько каждая из этих сдвигается назад, и тогда находят числа с

1-го года 2

1. Изменения года в юлианском календаре

Год	Весна	Лето	Осень	Зима
1900	Апр. 22, 23	Июль 2, 3	Окт. 1, 2	Янв. 1, 2
1901	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1902	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1903	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1904	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1905	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1906	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1907	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1908	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1909	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1910	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1911	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1912	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1913	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1914	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1915	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1916	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1917	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1918	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1919	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1920	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1921	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1922	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1923	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1924	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1925	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1926	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1927	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1928	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1929	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1930	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1931	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1932	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1933	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1934	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1935	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1936	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1937	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1938	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1939	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1940	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1941	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1942	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1943	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1944	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1945	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1946	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1947	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1948	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1949	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1950	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1951	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1952	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1953	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1954	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1955	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1956	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1957	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1958	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1959	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1960	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1961	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1962	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1963	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1964	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1965	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1966	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1967	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1968	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1969	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1970	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1971	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1972	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1973	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1974	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1975	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1976	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1977	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1978	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1979	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1980	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1981	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1982	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1983	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1984	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1985	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1986	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1987	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1988	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1989	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1990	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1991	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1992	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1993	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1994	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1995	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1996	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1997	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1998	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
1999	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4
2000	22, 23	3, 4	3, 4	3, 4

в годах юлианского календаря для вычисления разницы между юлианским и григорианским календарем

знаком «минус» под каждой основной строчкой, в итоговые числа, стоящие под каждой из строчек указывают, на сколько лет юлианский календарь сдвинулся за весь 6000-летний интервал охватываемый таблицей, и эти числа достигают 30 раз о внушительной величины.

Итак, в календаре каждый из четырех основных моментов постепенно отодвигается назад, этой сдвиг за 500 лет составляет в среднем около четырех дней, откуда выходит, что на один день точка равноденствия или солнцестояния и равноденствия примерно в 125 лет. Условием называть это явление предварительным равноденствием, мы можем сказать, что за каждые 25 лет равноденствие сдвигается в среднем на один день.

Если теперь читатель попытается подняться до совершенной, астрономической точности, то он сразу увидит, какая сложная и, если можно так выразиться, трудная единица измерения времени есть солнечный год. Прежде всего очевидно, что если бы все четыре основные точки сдвигались одинаково, то можно было бы решить, что избранный календарь не соответствует действительной длине года. Однако более внимательное изучение табл. 2 показывает, что все четыре точки предваряются отнюдь не с одинаковой скоростью, сильнее всех сдвигнулась точка лета, слабее всех — точка зимы, и разность в их предвращениях за 6000 лет составляет заметную величину $5^d.18$. Отсюда ясно, что мы не многого добьемся простым календарем.

Представим себе, что последовательные годы нанесены на линейку, подобно тому, как напасются на нее единицы длины, и пусть в каждом из этих лет отмечены основные точки весны, лета, осени и зимы. Тогда окажется, что в нашей линейке нет двух годов, четыре отрезка которых были бы между собой соответственно равны. От года к году эти части непрерывно и неодинаково меняют свою длину, и когда они расширяются или сжимаются, то всегда неравномерно, так как каждая из основных точек предваряется с особой, отличной от других, скоростью, отсюда видно также, что не вполне безразлично, измерять ли какой-нибудь длинный промежуток времени годами, начинающимися и кончающимися весенним равноденствиями (назовем их просто весенними), или же годами, началом и концом которых считаются в точке осени (осенними) табл. 2 показывает, что 6000 осенних лет (иными словами, 6000 зимних оборотов в Солнце, начало и конец которых в точке осени) длились почти на целых четыре дня больше, чем 6000 его оборотов от и до точки весны (Первые производились 6000 лет по $365^d.4$ дней без $43^h.93$, вторые столько же дней без $47^h.53$, откуда и вытекает сказанное).

При этих условиях надо определить окончательно об-

стояем, что мы так подразумеваем астроном под словом «солнечный год». Это можно без труда выяснить, пользуясь все тем же табл. 2. В самом деле, если мы скажем, что весна года в году — 400. Мы знаем, что за 500 лет она укоротится против принятой в таблицах с длиной $7^h.365^d.4$ дней, и в 404 года, значит укоротится на то, что осталось $7^h.04^m.500^s$ или 00808. Поэтому длина весеннего года равнялась $365^d.25^m.00808$ — $365^d.24192$. Рассуждая также в отношении осеннего года и для этой же эпохи получим укорочение $3^h.39^m.500^s = 0^d.00678$, следовательно, длина осеннего года была $365^d.24322$. Теперь продолжим такое же вычисление для последней строки таблицы, переведем полученные десятичные дроби дня в часы, минуты и секунды и составим все результаты.

Таблица 3

Длина солнечного года

Эпоха	1000	+2000
Весенний год	$365^d.24192$ $46^h.5^m.48^s.22^s$	$365^d.24238$ $36^h.5^m.50^s.2^s$
Осенний год	$365^d.24322$ $26^h.5^m.5^s.1^s$	$365^d.24326$ $46^h.5^m.48^s.40^s$
1 революция	$365^d.242.7$ $4^h.5^m.49^s.18^s$	$365^d.242.6$ $36^h.7^m.48^s.46^s$

Данные, приведенные в табл. 3, позволяют нам сказать, что длина солнечного года есть величина почти постоянная, за 6000 лет весенний год удлинился всего на 40^с, осенний же укоротился на 1^{м.44^с}. Основной астрономический факт неизменяемости длины года, который мы уже отметили, пользуясь табл. 1, теперь подтвержден со всей возможной точностью. Мало того, если мы возьмем для каждой эпохи среднюю величину между продолжительностью обоих годов, весеннего и осеннего, то увидим, что эта средняя изменяется еще медленнее, чем каждый из них в отдельности. Имено, за 6000 лет средняя величина, проставленная в третьей строке нашей таблицы, укоротилась на 32^с, или по 5.4 на тысячелетие. Теперь остается сказать, что в астрономии под длиной солнечного года подразумевается в сущности эта средняя величина, которой дано название тропического солнечного года. Для всех наших дальнейших

вычислен и мы будем считать его траекторию совершенно
окружной с тем же радиусом

365°, 2422' 46" с 48" 46".

Продолжительность тропического года есть одна из
основных величин астрономии, и самая важная в
учении о календаре. В течение юм там предстоит выяс-
нить, путем каких приближений и с какой точностью она
выявляется в действительных и предположительных со-
лнечных календарях.

3 ГОДИЧНЫЕ ВОСХОДЫ И ЗАХОДЫ ЗВЕЗД

Изучение движения обращения Земли вокруг Солнца
выяснило нам астрономическое и следовательно, и кален-
дарное значение четырех основных моментов солнечного
года, в дальнейшем мы настрим календари, в которых это
значение выявлено уже тем, что самое начало года, т. е.
«Новый год», приходится на один из этих дней. Но то же го-
личное обращение Земли связано с другим рядом небесных
явлений и, равным образом, важную роль в астрономии древ-
них, а в частности и в деле развития календаря, эти явле-
ния относятся к явлениям в течение юм году картины
звездного неба, в особенности к восходам и заходам звезд.

В конце их лежит следующий факт: то расположение
звезд над горизонтом, которое можно наблюдать, например,
сегодня в 10 час. вечера, через месяц будет видимо на небе
на два часа раньше, в 8 часов в этот момент те же самые
звезды будут восходить и те же заходить, что и при первом
наблюдении. Через два месяца исходная картина будет
видима в 6 часов, а через 12 месяцев снова в 10 час. ве-
чера, таким образом, за год произойдет полный годичный обо-
рот явлений звездного неба, связанных с движением Зем-
ли. Он объясняется тем, что обращение Земли вокруг Солнца
вызывает кажущееся движение его между звездами от
запада к востоку, как бы навстречу суточному движению
звезд над горизонтом, которое, в свою очередь, объясняется
суточным вращением Земли вокруг ее оси. Если, например,
допустить, что сегодня звезда α Солнце восходят одновременно,
то завтра в момент восхода звезды Солнце будет на-
ходиться несколько восточнее ее, а так как время между
такой точкой и вторым восходом ее по разным часам про-

йдет несколько раз по кругу. Для той же звезды
и той же точки ее восхода, и той же точки ее захода
соответствует около 12 часовых точек зодиака.

Следствием этого будет следующее явление:
каждая звезда однажды в году будет восходить и один раз
Солнце один раз за год при его восходе, однажды и за-
ходить вместе с ним, наконец, раз в году вместе с ним
заходить. Эти восходы и заходы и в течение нескольких
так сказать обычных их повторений по годам.

Для выяснения их чередования и для выяснения пример
этой последовательности и вылений, оговариваясь только,
что представлять их в основном, вычисления дело
малоудачное, так как все эти заходы звезд наблюдают
ся только в тумане горизонты и атмосферных, не поддаю-
щихся учету условий, но зато можно составить всю картину.

Для примера я выбираю яркую звезду α созвездия
Девы (называемую Колосом). Справ и простейше ее восход
и заход в широте России (широта 50°).

В начале года звезда восходит около полуночи, и в виде
на всю ночь, от своего восхода до утренней зари. Однако
с каждым днем ее восхода происходят все раньше и раньше,
с ночи переходит, как объяснялось выше, на вечерние ча-
сы. Наконец, наступит день (5 апреля), когда мы еще уви-
дим восход звезды при вечерней зари (около 6 ч. А), но
на следующий день в момент восхода Колоса Солнце бу-
дет уже слишком близко к горизонту (положение A') и

Рис. 2 Последний видный
вечерний (ахронический)
восход



звезда потонет в его лучах, ясно, что то же самое про-
исходит и в последующие дни. И так 5 апреля наблюдая последний
видный восход звезды α (рис. 2).

Всю эту пору года (январь - март) мы не можем аб-
людать заходов звезд, так подходит к западной стороне
неба засветло и заход и в январе около полуночи, в нача-
ле марта около 10 час. утра. Но постепенно эти заходы про-
двигаются к западу и к концу мая, подходят к восходам
Солнца, наконец, наступит день, когда в момент захода
Солнце будет уже стоять достаточно низко под горизонтом.

ти будет 5 мая (положение В). Ясно, что на следующий день (положение С) Солнце будет еще выше по сравнению с положением В), и пока каждым днем высота будет еще более благоприятна для наблюдения захода звезды. Мы говорим, что 5 мая (рис. 3) первый видимый заход.



Рис. 3 Первый видимый утренний (геокальculus) заход

После 5 мая заходы звезды будут отодвигаться с утренней зари все глубже в ночь, и наконец и будут происходить около полудня, следовательно, в это время звезда будет видна от вечерней зари до своего захода, т.е. восходов ее наблюдать будет нельзя. Затем постепенно заходы придут с ночи на вечерние часы, приблизятся к заходу Солнца. 1 сентября заход звезды произойдет еще после Солнца (положение С), но на следующий день в момент ее захода Солнце будет уже стоять в горизонте (положение С') и самого явления захода наблюдать будет нельзя, то же самое в последующие дни, следовательно, 1 сентября был последний видимый заход (рис. 4).

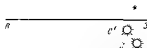


Рис. 4 Последний видимый вечерний (геокальculus) заход

После этого в течение около двух месяцев мы звезды не увидим вовсе: она заходит раньше Солнца, восходит позже него, и весь свой путь над горизонтом проходит в светлую пору дня. Но в это время, незаметно для нас, восходящие звезды отступают к утру, наконец наступает день, именно 30 октября, когда при восходе звезды Солнце будет уже над горизонтом (положение D) на следующий день оно будет и тот же момент еще ниже (положение D'), значит в последующие дни с Солнцем будет наблюдать восход. Поэтому 30 октября будет днем первого видимого восхода звезды (рис. 5). После этого восходы уходят все глубже в ночь, и наконец снова начинают свой годичный круг.

Точно таким же образом, как сейчас указывали. Каким же путем для Харькова, можно проследить восходы и заходы той же заходящей звезды во всяком другом месте наблюдения, мы и тут найдем период, именно промежуток между последним видимым заходом и первым видимым восходом, когда звезда как бы совершила с скрывается от наблюдателя.

Но современному наблюдателю без всякого напряжения ждет этого первого появления звезды в лучах утренней зари, или, как говорили древние с телизического (от слова Гелиос — Солнце) восхода. Для него это простые картины, явления неба, лишены особого астрономического интереса и научного значения. Да и наблюдаются они, как сказано выше, довольно плохо.

Перенесемся, однако, в другие эпохи, возьмем римский календарь, уже реформированный Юлием Цезарем. В нем мы найдем почти на каждый день года указание какая именно звезда или созвездие в тот или другой день должны иметь первый или последний годичный восход или заход. Так, например, в римском календаре выписывали даты как они считаются теперь, а не как их называли римляне) находим 2-е зам., Арктур, 3-е восход малой Лир, 7-е — заход Псея и Орнона, 8-е восход блестящей Кордиста и т.д.

Какой смысл имели эти указания в календаре? Откуда они появились в нем? Или вошли в него от мифа и труда Земледелец в распределении своих работ не знал никакого

Рис. 5 Первый видимый утренний (геокальculus) восход



писаного календаря, едва ли он умел вести правдивый счет дней по сложной технике римских фаст (так называлось то, что сейчас именуется словом календарь) все это было делом ученых и жрецов, трудное и таинственное дело, к которому не просто было подойти. Но земледелец знал, что, когда впервые поутру восходит Плеяды, значит время жатвы, с восходом Арктур — сбор винограда, с первым видимым заходом Орнона — посев озимых и т.д. В этой простейшей и такой в натуре законмерности смене сошествия на горизонте заключался его и писанный, природный, а затем и, если можно так выразить

сы, кажда́да и он жил по восходам и заходам ярких звезд, как бы по псалмам, поставленным в ебон на протяжении года. И для мореплавателя, который не имел других способов ориентировки в море, кроме звезд, восходы и заходы тоже должны были иметь немаловажное значение. Вот почему ягмы являлись людям подобно расхо́дному календарю. И чем дальше мы пойдем в глубь веков, тем больше будет значение этих явлений в деле оселения человека, вообще.

Во времена вавилонской династии города Ур (2500 лет до н. э.) один из месяцев носил название «послания бога Иншара». А в том месяце, который был признан первым, утренний восход Калла-Тей, созвездия, которому удавалось прыгать надальше, роль «возвестителя прорастания плодов».

Но, разместясь, этот месяц Иншар в позднейшее время стал называться именом новика, подразделяется плодотворно оправдывая свое название только тогда, когда первый восход Калла-Тей стал на пору исхода полей, и если этого не случилось, если в данный календарь расхо́дился с природой, вавилоняне по мере нужды ставили в год лишний, добавочный месяц, чтобы согласовать таким образом течение года природы и движение календаря. Отсюда ясно огромное значение этих астрономических наблюдений на древнейшей разработке календарных форм.

Но более того, только наблюдения гелиакических, т. е. первых видных, восходов самой яркой звезды всего зодиака (причем принцип древних наблюдателей к фундаментальному выводу, что солнечный год не может быть равен целому числу дней, а именно 365 дней приблизительно на одну четверть дня. Это познание было делом египтян, и от них оно распространилось на весь мир).

4. ЕГИПЕТСКИЙ КАЛЕНДАРЬ

В долине Нила, т. е. в полосе плодородной земли, шириной от 3 до 30 верст, между двумя отрогами 3000 верст длиной, редчайшего моря — центра Африканского материка — течение тысячелетия называлась жизнь народа, место обитания по всей семье зрелых человеческих рас — египтян, которые не установили. Этот народ обладал огромным художественным дарованием, жгучей фантазией и области мифологии, а также небесной и морской поразитель

самой серватизмом как в отношении устройства своей жизни, так и во всех сферах человеческой деятельности. Это явление-видимому, особенно напряженно работала над проблемой смерти и времени по исхода выхода в таких формах искусства, которые могли по их усмотрению, преопределять индивидууму победу и смертью и вечное бытие. Так, фараоны, как царь, уходил в вечность постройкой огромных пирамид и дворцов, как отдельный человек — он и все — вечность спускаются небытием о зодиаке, миробальном ритуалом и предохранением от отчуждения, ясно, что при такой окраске мышления мы должны встретиться и удивительную работу над проблемой сию деня времени.

Этот народ, столь особенный по своему темпераменту, жил среди природы, единственно в мире — котором он никем образом не мог понять.

Египет — дар Нила. Все его существование и благоденствие было связано с рекой, не будь ежегодных ее разливов, культурная полоска «черной земли» (как египтяне называли свою страну) слетала бы с окружающей пустыней. Самое название реки имеет общий корень с такими по-египетски, как «таинственный» «загадочный», означающее, происхождение слова «Нил» совершенно не выяснено.

Откуда Нил берет свое начало египтяне не знали и понять не могли¹, чем вызваны его разливы. Для них, конечно, тоже было загадкой, ведь с его великой астроном Ниломей во II в. н. э. полагал, что они вызваны таинством сынов неких мифических гор². Но эти разливы происходили ежегодно с неизменной регулярностью, египтяне следили за ними с отдаленнейших эпох — отмычки высот реки находятся на памятниках времен 3500 лет до н. э. Разливы Нила не только обводили урожай и все течение хозяйственной жизни страны, они же вызывали к жизни и текучесть, ибо в вода после разлива надо было переключать участки, орошения, чего развивалось земледелие, искусство, связанное с основными геометрией. С ними же, несомненно, были связаны и первые астрономические наблюдения.

Действительно, в издательстве время Нил разливается в самое время летнего солнцестояния — в середине июля (это чистые потяжки древних египтян — принявшие христианство в V в. н. э. — соединили с языком от времени разлива и по таким дням сохранялись особые праздники Нила. Так, например, 10-й по 17 июля (по юлианскому счёту)

называется «Исходом звезды», ибо в эту ночь, по учению древних египтян, звезда падает в реку и, выходя из ее разлив, «Скала 2» (или, точнее, в самом дне солнечного дня, в Каире) является подъемом реки. С 3 июля гашагаты объявляют голода из-за отсутствия воды. Таким образом, ход разлива связан с другим традиционным и обычным, с которыми здесь нет основания говорить. Но это примечательное (и трудное) объяснимое совпадение разницы с солнечным стоянием, эта связь жизни Нила, жизни всей страны с одним из основных и глубоко наблюдаемых моментов движения солнечного круга, не могла не привлечь внимания всех, кто в эти отдаленные времена уже думал над окружающими природой.

К этим впечатлениям и домыслам далекие эпохи египетской истории присоединяются еще одно во время солнцестояния, т. е. следовательно, около времени разлива реки происходило и первое утреннее появление Сириуса, его первый гелиацентрический восход. Вслед за последним видимым заходом эта блестящая звезда в течение двух с половиной месяцев в Египте вовсе невидима, но к солнцестоянию, когда Солнце жгло пустыни со своей наибольшей высотой, над горизонтом вновь показывалась самая яркая звезда неба в лучах утренней зари.

В истории Египта все так ископано, что здесь историки и астрономы совершенно сложно переходят из тысячелетия в тысячелетие, предполагая, что примерно за 3500 лет до н. э. уже созрела достаточно сложная культура, сохранившаяся потом на много веков. Если мы примем, что простейшие астрономические наблюдения начались действительно так давно, то следует прежде всего вычислить, в какие именно дни в различные эпохи египетской истории мог наблюдаться первый утренний восход Сириуса. Это дано в табл. 4, вычисленной для широты Мемфиса, «культурного центра древнего Египта (развалины его вблизи Каира, 30° сев. широты), в ней показано, за сколько дней до или после солнцестояния происходил первый видимый восход Сириуса, а затем и самая дата этого явления в обыкновенном юлианском календаре (египтяне, конечно, им не владели, числа третьего столба получены сочетанием чисел второго столба с датами солнцестояния, взятыми из табл. 2).

Приводя эти данные, мы вновь оговариваемся, что наблюдения первых восходов существенно зависят от условий метеорологических — это особенно важно именно в Египте, где утренний горизонт окутан испарениями. Кроме того,

Первый видимый восход Сириуса в Египте

Эпоха	Число дней до или после солнцестояния	Даты солнцестояния	Число дней до или после восхода Сириуса	Год
1888	6,5	Июль 13, 2	—15,0	1888
1900	7,2	Июль 14, 1	—14,3	1900
2000	8,0	Июль 15, 8	—13,5	2000
2100	8,7	Июль 16, 7	—12,8	2100
2200	9,4	Июль 17, 6	—12,1	2200

нам представить себе, что самое явление первого восхода звезды, в идеальном случае, явление мгновенное не успев звезда блеснуть над горизонтом, как она должна уже потащить в солнечных лучах, поэтому ясно, что вместо первого восхода легко может быть наблюдением только второй или третий следователи, распределенные здесь числа не доказывают что египтяне действительно наблюдали этот восход именно в показанные дни. Наконец, все заключение основано на традиционном (идущем от Птолемея) допущении, что звезды первой величины видны на первом восходе — в тот момент, когда Солнце поднимается на 12° над горизонтом.

Так или иначе, наши числа не ставят под сомнение, что около эпохи 3000) первые восходы звезды фактически совпадали с солнцестоянием, а следовательно с началом разлива реки. Получалось действительно удивительное сочетание этих трех явлений, и оно так сильно свое впечатление на народ Сириуса, или Сотис (как потом называли греки его египетское название), получила совершенно исключительное значение в мировом воображении египтян, сохранившемся как бы в вычавленном благодатный разлив, его отдаленности с Нилом и приближении к культу бога Озириса. В одном из текстов эпохи в расписании (2900—2750 гг. до н. э.) в обращении к этому богу говорится: «Сотис, твой язык любимая которая со дна твоих пещер (т. е. подводные глубины) провозвещает твою славу, она же твоим языком ведет к тебе (богов) — там где ты живешь — и все твои сокровища твои».

Здесь же следует отметить ряд фактов, относящихся к значительным более поздним, где — о греко-римской эпохе

(рис. 6), они находятся в главном храме богини Хатор в Денде и, вероятно, являются последними Птолемеями и закончили свой путь в императоре Тиберии (14-37 гг.).

1. Божественная Сотня означает Нил к началу года.
2. Солнце, челнок, блистает на небе, и Нил выходит из своих (его) истоков.
3. Божественная Сотня проявляет разлив Нила в его разливах.

Всесторонний текст показывает, насколько глубоко связан был Египет с мыслью о Ниле и приращен тысячелетия.

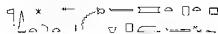
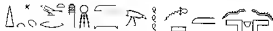


рис. 6. Нил, богиня Сотня, и ее истоки

Понятно, что на основе этих представлений вырабатывался особый культ обожествленной земли с различными ее обликами и празднествами, последний отзвук которых мы имеем в календаре коптов.

Для нас сейчас важно отметить, что год египтян есть год Сотни, Нила. С Сириуса, как бы спавшим в своем возвращении к началу годового цикла, не времени по солнечному календарю, а времени по лунно-солнечному календарю, эти солнечные года, впрочем, до эпохи пачинались с восходом Сириуса, а в египетское явление было как бы астрономический маркер начала года.

Прямо, табл. 4 показывает, что какие-то данные соотношения не остались в календаре египтян, расходясь с календарем Нила, а также с календарем египетской монархии (XVIII-XIII вв. до н. э.), его восход уже приходил

да 12 дней позже солнцестояния, а VI в. до н. э. — на 23 дней. Но для египтян это чрезвычайно меткое расхождение Сириуса с солнцестоянием есть факт авторстеленный, не роятно, даже не вполне усвоенный, год природы для них всегда год Сириуса, фиксировать его восход в календаре значило бы для них построить правильный солнечный календарь. Как же могла быть решена эта задача в схеме египетского календаря?

Дело в том, что этот календарь был самый простой и радикальный, какой только можно представить. Нил в нем не играл роли ни в каком случае явной. Календарной единицей являлся был год в 365 дней, он делился на 12 месяцев по 30 дней в каждом, а 12 месяцев считалось до базовых месяцев, то есть 12 месяцев, у которых 30 дней (название «эпагомены»). Каждый месяц делился на три декады, по 10 дней в каждой, каждая из 36 декад была посвящена особому магическому «скауту» их строгий хорват изображен на многих египетских памятниках астрономического, или, вернее, астрологического содержания. Насколько такой календарь пролегал не в, с его совершенно абсурдными месяцами в 28, 29, 30 и 31 день!

В таких годах, по 365 дней, египтяне были счастливцы из столетия, в столетие, читатель согласится, что, само по себе взятое, определение длины года в 365 дней есть очень крупное научное замечание: это действительно есть первое число дней, найденное в египетском календаре, но так как это число меньше действительной продолжительности года, то легко выяснить, что от этого должно происходить.

Чтобы сделать это вполне наглядным, возьмем другой пример: пусть кто-нибудь измерит длину равнину двумя способами: неправильный аршин или линейкой, которая разделена на 16 равных частей, то длина которой — что ему неизвестно, — в действительности составляет 15 вершков. Оложив свою линейку два раза, измеритель найдет еще остаток, который, как нетрудно видеть, составит $2\frac{1}{16}$ деления его линейки. Следовательно, в его линейке коротком мере данная длина оказалась больше на лежащей ее единицы, длина, если так можно сказать, недок. Точно так же, если года, в каждом из которых больше 365 дней, я буду измерять годами в 365 дней, то всякий раз, точно фиксированный в действительном солнечном году, в моем календаре коротком на сидре улетит вперед Наоборот, в

слишком длинном календаре явления действительного года будут отставать. Поэтому, если египтяне, начав однажды год с солнцестояния считали затем в годах всегда по 365 дней, то солнцестояние в этом календаре должно было бы непрерывно продвигаться вперед, т. е. с первых чисел первого месяца постепенно переходить на следующие, т. е. д.

Так как на каждом году они делали ошибку в 0,2422 дня, то в 100 лет сол. стонение в их календаре смещалось на 24 дня вперед, в 1000 египетских лет уходило на 8 мес и 2 дня вперед. Таким образом, начало египетского года постепенно продвигалось вперед по всем месяцам, с лета на осень, зиму и весну, по этой причине год египтян получал вследствие таковыя блуждающего Игитияне сами, несомненно познали этот особый характер их летоисчисления в отношении Солнца. Но он раскрылся им численно не из наблюдений Солнца (до чего их искусство не доходило), а все из тех же наблюдений первых восходов Сириуса Сотиса.

Действительно, третий столбец табл. 4 раскрывает чрезвычайно любопытное обстоятельство на широте Мемфиса первый восход Сириуса, если считать в нашем обыкновенном календаре, в течение тысячелетий держался на одной и той же дате, именно на 19 июля. Такое строгое постоянство гелиацентрического восхода вовсе не должно иметь места в любых широтах и для любой звезды. То, что мы видим здесь, есть скорее исключение, даже для других пунктов Египта такого абсолютного постоянства установить нельзя. Однако именно из вышеприведенного факта и сделаны выводы, давшие нам в конце концов разный календарь.

Действительно, мы можем сказать так календарь, в котором построена табл. 4, предполагает, что длина года составляет 365 $\frac{1}{4}$ дня. Так как в этом календаре восходы Сириуса в течение огромных промежутков времени держатся почти в точности на одной дате, на 19 июля, то я могу сказать, что от одного утреннего восхода Сириуса до другого проходит ровно 365 $\frac{1}{4}$ дней, иначе, как мы видели, это явление передвинулось бы в календаре либо вперед, либо назад. Условимся теперь промежуток времени между двумя первыми восходами Сириуса называть годом Сириуса. Мы можем тогда высказать следующее положение: год Сириуса есть промежуток времени, в точности равный 365 $\frac{1}{4}$ дням²⁹, подразумевая при этом, конечно, что дело о наблюдениях с 1-й параллели 30° сев. широты в 3000

л. от 4000 до начала нашей эры приблизительно. А это положение в свою очередь приводит нас к такому основному факту: за каждые четыре блуждающих года первый утренний восход Сириуса продвигается в египетском блуждающем году ровно на один день вперед.

Для нас это совершенно истинно арифметически, т. е.

$$365 \frac{1}{4} \times 4 = 365 \times 4 + 1;$$

но посмотрим, как могли наблюдать это явление сами египтяне и предположим, что в 1-й день какого-либо определенного египетского года (1-е число первого месяца Тот) восход Сириуса происходил в 3^h40^m утра (это приближение соответствует его восходам в Мемфисе, около времени летнего солнцестояния, в 9 июля — 3000).

Таблица 5

Восходы Сириуса в египетском календарном году

Дата	1-й год	2-й год	3-й год	4-й год	5-й год
1-е Тот	3 ^h 40 ^m	3 ^h 41 ^m	3 ^h 42 ^m	3 ^h 43 ^m	3 ^h 44 ^m
2 "	3 36	3 37	3 38	3 39	3 40
3 "	3 32	3 33	3 34	3 35	3 36
4 "	3 28	3 29	3 30	3 31	3 32

В табл. 5 показано, когда происходило явление в последующие дни того же года, а затем и в одноименные дни следующих египетских лет. Если предположить идеальный случай видимого восхода, т. е. что звезда, взойдя в 3^h40^m, мгновенно гаснет в лучах зари, то ясно, что на второй год мы этот восход увидим в день 1-е Тот, но уже во всяком случае хуже, чем в первом году, ибо к восходу звезды Солнце будет уже несколько ближе к горизонту, чем в первом году. На второй и третий год мы первого восхода в день 1-е Тот не увидим вовсе, звезда восходит, когда Солнце уже две или три минуты ярко освещает небосклон, но затем на пятый год мы снова будем иметь возможность увидеть первый восход при тех же самых условиях, т. е. с той же самой отчетливостью, что и в первом году (в 3^h40^m), иными словами, первый восход продвинется в блуждающем году за четыре года на один день вперед.

100

Найдем восход звезды в 1913 году. Для этого к календарю из таблицы прибавим 1913, получим 2003, а затем, делением на 12, найдем остаток от деления. «Нового года» с такой звездой в созвездии Большого Пса. Значит, в таком случае в нашей системе отсчета о существовании звезды можно говорить в определенные периоды. Во всяком случае, установив такой период, они должны были бы прийти к правильному выводу в отношении длинны года Сириуса, ибо, в самом деле, если за 1461 г. звезда уходит на год вперед по сравнению с правильными годами, в которых восход звезды оставался бы неподвижным, было бы один меньше, т. е. 1460, следовательно, правильные годы равны

$$\frac{90^\circ \times 1.401}{1.401} = 90^\circ + 4 \text{ in.}$$

Значит, не только из непосредственных наблюдений, но и из хронологических соображений могла быть получена приближенная величина длины солнечного года, гораздо более точная чем первоначальная (рис. 36).

Выведенное сейчас соотношение имеет очень большое значение для египетской хронологии. Действительно, если только установить, на какой день нашего обыкновенного календаря приходилось начало одного из таких периодов, то начала всех других в том же обыкновенном календаре получаются прибавлением или вычитанием 460 лет. Современные египтологи, основываясь на сведениях греко-римских авторов (надо сказать, достаточно противоречивых), укладывают всю египетскую историю в четыре таких «периода Сотиса», их начала (считаются) на следующие даты 19 июля 4241 г до н.э.; 9 июля 2781 г до н.э.; 19 июля 1321 г до н.э.; 19 июля 140 г н.э. Таким образом предполагается, что в каждую из этих дат гервы в утробе восход Сириуса на широте Мемфиса (иногда на гораздо подвинутом к западу году) в 12 часов дня (Эти моменты изображения 12 10 10 10 к гелиаккому восходу Сириуса назывались «Риском в Нагаса-Тама»)

Имя указано на соответствии, да не перевести латинскую восхода Сетиса с египетского календаря, а чаше. Так, например, если в памятник сказано, что в 7-й год царствования такого-то фараона праздник Инеи, то это не тот же первый восход Сириуса, а именно 16-е число восьмого месяца, и если заметить, что 970 относится к какому-нибудь году, то с тем же успехом можно сказать, что дата это

5 ПЕРИОД СОТИСА АЛЕКСАНДРИВСКИЙ ГОД

Продвигаясь в календаре, как было показано, первый из двух рисунков «мог» быть, очевидно, через известный промежуток времени, т.е. принят к началу календарного года (1-е Tot). Этот период установить трудно. Чтобы события все же не вышли за пределы египетского года, требовался промежуток в 265 и 1460 лет. Поэтому, если в первый год календар включался на 1-е Tot, т.е. 1460 год от начала, он в последний раз попадал на последний день египетского года, т.е. 1-е Tot, а следующий дополнительный день. После этого опять был 1461-й год, любознательны тем, что в нем первый год календар включался вовсе не мог! быть — это очевидно, ибо выход из ходился в последний день предшествующего года, значит следующий должен был в 1461-м году от него не мог. Наоборот, в 1462-й год календар снова попадал на 1-е Tot.

Таким образом, через 1461 его петля, 8 лет от начала пер-

го египетского востхода Сириуса есть 19 июля 487 г. до н. э. Каждая такая датировка по Сотису является календарем, а не датой. К сожалению их известно немного.

В последние годы египетской истории неудобства блуждающего года стали, как известно, слишком заметными. В связи с этим необходимо отметить попытку реформы календаря, совершенно аналогичную той, которая значительно позже была осуществлена Юлием Цезарем. В 1866 году в развалинах одного храма в дельте Нила была найдена плита с «крылатой» надписью (иероглифическим письмом, более простым (гипетским) шрифтом и по-реже), имеющей важное значение в истории календаря. Это так называемый канопский декрет, данный одним из царей династии Птолемея (Птолемею Эвергетом), дата этого памятника определяется точно 7 марта 238 г. до н. э. В нем говорится, между прочим следующее.

«Дабы времена года неизменно приходились как должно по теперешнему порядку мира, и не случалось бы, что некоторые из общественных праздников, которые приходится на зиму, когда и будь пришлось на лето, — так как звезда Сириус! за каждые четыре года уходит на один день вперед, а другие, празднуемые летом, в будущее время не пришлось бы на зиму, как это бывало и как будет случаться, если год будет и впредь состоять из 360 дней и пяти дней, которые к ним добавляют, то отныне предписывается через каждые четыре года праздновать праздник богов Эвергета после пяти добавочных дней и перед новым годом, чтобы всякий знал, что прежние недостатки в исчислении времен года и лет отныне счастливо исправлены царем Эвергетом».

В этих предписаниях перед нами первый и притом отчетливый проект системы високоса, мы разумеем под этим правилом для вычисления через определенное количество блуждающих лет одного лишнего или добавочного дня, причем целью такого назначения является удержание астрономических явлений (в данном случае первого востхода Сириуса) на одной и той же дате в календарном году. Но Сириус, это замечательное приближение к солнечному году, должен был замаскировать блуждающий счет. Впервые в календарь вводятся единицы, средняя величина которой состоит из дробного числа дней, число 365,25, для нас это кажется очень простым, но для древней мысли это был боль-

шой шаг вперед. Однако эта равнина задуманная реформа в жизнь не прошла, считание и после канопского декрета продолжали вести счет лет по старинке, и только знаменитый позже император Август распространил на египетскую провинцию ту систему календаря, которую сами римляне при Юлии Цезаре заимствовали у египтян: таким образом, система счета времени, являющаяся результатом многовековых египетских наблюдений, была введенна в действие в самом Египте по приказу завоевателя.

Так или иначе, с тех пор и по настоящее время египтяне-христиане (копты) и мусульмане ведут счет в так называемых эфеских дробных годах. В них, как и в древнем календаре год состоит из 12 месяцев по 30 дней, затем следуют пять дополнительных дней, к которым один раз в каждые четыре года добавляется еще шестой дополнительный день. Нельзя не признать за таким календарем замечательной ясности и простоты, в сущности значительно дальше от нас сейчас не пошли основные корни нашего календаря — даже в долине Нила, он и сегодня культурой, последние жилища которой уже совершенно исчезли с лица земли около 2000 лет тому назад.

6. ЮЛИАНСКИЙ КАЛЕНДАРЬ

В нашу задачу не входит подробное описание устройства римского календаря, это был тоже аграрный год, сложный и непонятный счет дней по Луне. К эпохе республиканской римляне считали годы по четырехлетиям и в них длился год последовательно равнялся 355, 356, 357 и 358 дням. Первые были обыкновенными годами в 12 месяцев, а последние по 29 дней, четыре из 31, и один из 28, последний был посвящен богам с именами тринотеи, все остальное — именам нечетное число дней — отзвук древней лунно-серебряной численности, которая давала нечетным числам архаичный статус. Числа 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29 прибавлялись к 22 дням после 23 числа февраля, а 20 и 21 прибавлялись к 24 и 25 дням месяца соответственно.

Если взять среднюю длину года в указанный период, то он выйдет равным 365,25 дням. В том году, как сейчас длился, явление естественного солнечного года должно было бы сильно отступать от этого времени от времени, приходилось прибегать к системе вставных дней, чтобы не разойтись окончательно с годом Солнца, глав-

длинными фирмами, назначит начало реформированного года, его 41-е января, на первое новолуние после зимнего солнцестояния (46 г. д. 1 э.).

Но уже с этого момента юлианский календарь получал свое течение, совершенно независимое, как сказано, от движения Луны, и в течение 16 столетий, вплоть до реформы папы Григория XIII, европейские народы не знали в своей жизни иной системы счета времени. Однако довольно точно известно, что при самом введении юлианского календаря обнаружилось, насколько идея Цезаря носила чужеродный и малопонятный римлянам характер: вместо того, чтобы производить вставку дополнительного дня во каждый четвертый год, жрецы назначали ее раз в три года (сам Цезарь был убит на 2-м году после реформы), только при императоре Августе эта ошибка была исправлена и год Сотиса окончательно утвердился в качестве основной единицы хронологического цикла.

Тут мы расстанемся с Спригсом, но прежде заметим, что в Италии его первый восход, приходившийся на первое 1-го августа, знаменовал собой начало самой юной поры года — с ее болотными лихорадками и другими заболеваниями. В эту пору происходит необходимыми перерыв в трудах и земледельца и орошителя, эти мучительные дни назывались у римлян «ка джугуриум» (les cap egiures, от caput, голова и jugum — плуг).

7 АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ СОЛНЕЧНОГО КАЛЕНДАРЯ

Мы познакомились с двумя типами арифметического солнечного года: продолжительностью в 365 дней и юлианским в 365 $\frac{1}{4}$ дней. Первый, по своим очевидным образом слишком короткий и являющийся действительным солнечным годом в нем быстро проваливается. Читатель помнит, что продолжительность действительного, или тропического, солнечного года была 365,2422 года.

365,2422 года

Поэтому и юлианский год с содержанием 365,25 дня тоже оказывается недостаточным: точным, с другой стороны, в моменте тропического года — землетрясения отодвигаются назад, что мы видим на примере четырех основных точек солнечного года по табл. 2.

Теперь мы ставим задачу найти такой календарный год, длина которого возможно точнее подходила бы к длине тропического года. Возможность ее состоит в том, что в календарном году должно быть всегда целое число дней, именно 365 или 366, но никак не 365 $\frac{1}{4}$ дней с дробью. Значит, эта календарная задача имеет только тот смысл, что требуется установить такую последовательность чередования годов в 365 дней (простых) и 366 дней (високосных), при которой среднее число дней, выведенное из данного ряда календарных годов, возможно точнее подходило бы к указанной длине тропического года. Эта задача решается в арифметике при помощи достаточно сложной теории деления (алгоритм Евклида).

Если принять календарный год, равным 365 дням, то с каждым таким годом допускается ошибка в 0,2422 дня. Спрашивается: через сколько календарных лет эта ошибка дойдет до одного целого дня? Ответ, очевидно, будет, через

$$\frac{1}{0,2422} = \frac{10000}{2422} = 4 \frac{312}{2422} \text{ лет}$$

Отсюда ясно, что для уничтожения накапливающейся ошибки нужно будет вставлять по одному дню через каждые 4 $\frac{312}{2422}$ года. Положим теперь, что мы будем производить эту вставку дополнительного дня через каждые 4 года ровно. В такой системе длина года выйдет равной

$$365 \frac{1}{4} \text{ или } (1)$$

Вместе с тем ясно, что по нашему правилу дополнительный день вставляется слишком часто, так как ошибка в один день накапливается не в четыре, а только в 4 $\frac{312}{2422}$ года; значит, с каждым четвертьлетним вставкой производится на 312 года раньше, чем нужно. Спрашивается теперь: через сколько четвертьлетний вставка дополнительного дня пройдет на целый год раньше, чем нужно? Ответ будет: через

$$\frac{1}{\frac{312}{2422}} = \frac{2422}{312} = 7 \frac{138}{312} \text{ четвертьлетий}$$

Это означает, что правильно будет, после того как пройдет семь четвертьлетий, прибавить один простой год, и только после этого начать новый счет семи четвертьлетий. Тогда

получится так же распределение високосных лет

1-й период

високосы 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, и 32 года

2-й период

високосы 33, 37, 41, и 45, и 50 и 54 (простой)

В этой схеме после каждых семи четырехлетий добавляется к одному лишнему простому году, таким образом, получается период в 29 лет, в них 7 високосных и 22 простых. Можно сказать, следовательно, что после семи високосов следующий получается не на 32, а на 33 году, т. е. с перерывом не в 4, а в 5 лет. Так как на каждые 29 лет у нас прибавлено 7 лишних дней (в високосных годах), то средняя длина календарного года в таком периоде составит

$$365 \frac{7}{29} \text{ дня} \quad (2)$$

Теперь можно рассуждать так, нам надо было прибавлять один простой год через $7 \frac{238}{312}$ четырехлетия, но отнюдь не через каждые 7. Следовательно, с каждым 29-летним периодом мы прибавляем простой год на $\frac{238}{312}$ четырехлетия раньше. Спрашивается через сколько периодов мы произведем эту вставку на одно целое четырехлетие раньше? Ответ гласит: через

$$\frac{1}{238 \cdot 312} \cdot \frac{312}{238} \cdot \frac{74}{1} \cdot \frac{74}{238} \text{ периодов в 29 лет}$$

Отсюда ясно, что через каждый период выгоднее пере- ставить вставной простой год (32-й) на одно четырехлетие дальше, чем это делалось до сих пор, т. е. после 28-го високосного года считать еще 32-й год високосным, и потом только вставлять добавочный простой 33-й год. Тогда получится период другой формы, который мы назовем удлиненным, его вид будет таков:

1-й период

високосы 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, и 36 простых

2-й период

високосы 37, 41, 45, 49, 53, 57, 61, 65, и 69 простых

При такой схеме мы на каждые 33 года прибавляем 8 добавочных дней (в високосных годах) поэтому средняя

длина одного года в удлиненном периоде равна

$$365 \frac{8}{33} \text{ дня} \quad (4)$$

Сделаем еще один шаг: там были выданы удлинять 29-летний период до 33-летнего через каждые $1 \frac{74}{238}$ периода, но вместо этого мы пока удлиним каждый 29-летний период до 33 лет. Спрашивается через сколько удлиненных периодов у нас окажется на один краткий (29-летний) период меньше, чем надо? Ответ будет: через

$$\frac{1}{74 \cdot 238} \cdot \frac{238}{74} \cdot \frac{16}{3} \cdot \frac{16}{74} \text{ удлиненных периодов}$$

Из этого мы заключаем, что еще правильнее будет после каждых трех длинных периодов в 33 года оставлять один краткий в 29 лет. Тогда получится схема нового периода, который будет составлен так:

3 удлиненных периода по 33 года, всего 99 лет, а еще $3 \times 8 = 24$ високоса,

1 короткий период в 29 лет, всего 29 лет, а в нем 1 и 7 високосов

Итого: один общий период в 128 лет, в нем 51 високос

Средняя длина календарного года в этом общем периоде будет

$$365 \frac{51}{128} \text{ дня,} \quad (4)$$

так как на каждые 128 лет выданы все 3 дополнительных дня в високосных годах

Не продолжая наших вычислений дальше читатель проделает их без труда, составив полученное нами определение средней длины года в различных системах (1), (4), причем для удобства сравнения напомним десятичным лите, тогда получим:

$$\begin{aligned} (1) & 365,22000 + 0,00780 \\ (2) & 365,24138 + 0,00082 \\ (3) & 365,24242 + 0,00002 \\ (4) & 365,24211 + 0,00001 \end{aligned}$$

Числа во втором столбце означают избыток или недостаток вычисленной длины года на сравнение с его действительной величиной, т. е. 365,24220, обращаем внимание на их замечательную особенность: значения (1) больше действительной длины года, (2) меньше, (3) больше,

(4) меньше, но ошибки каждого из них идут все время уменьшаясь в численной величине, ошибка 4-й практически равна нулю. Этот ряд величин, иными словами дробей $\frac{1}{29}, \frac{7}{29}, \frac{8}{33}, \frac{31}{128}$, называются в арифметике подходящими дробями относительно дробей $\frac{1}{29}$. Следовательно, все выше изыскание наиболее равнозначно чередованию тропических и високосных лет и составление из них периодов равносильно вычислению подходящих дробей к исходной дроби 0,2422. Каждая из найденных дробей дает такой период, и к ним применима следующая весьма важная теорема арифметики: невозможно найти периоды, которые были бы в данном случае короче 4, 29, 33, 128 лет и из которых средняя длина года получилась бы точнее, чем из подходящих дробей $\frac{1}{29}, \frac{7}{29}, \frac{8}{33}$ и $\frac{31}{128}$ (теорема Награнжа).

Таким образом, мы получили четыре типа календарных периодов или четыре системы високосия: именно

- (1) 4-летний период с 1 високосом;
- (2) 29-летний период с 7 високосами;
- (3) 33-летний период с 8 високосами;
- (4) 128-летний период с 31 високосом.

Теперь возникает еще другой вопрос: какое распределение високосов внутри периода арифметически наиболее целесообразно? Например, на каких местах 33-летнего периода лучше всего расположить его 8 високосных лет? Мы покажем сейчас на примерах, что надлежащим расположением високосов внутри периода можно добиться, чтобы начало календарного года не отходило больше, чем на половину дня, от начала среднего года, длина которого выведена из всей длины данного периода.

Разъясним все это на периоде (1), который есть не что иное, как уже известная нам система юлианского високоса. Мы хорошо знаем, что в нашем календаре високосными считаются годы порядковый номер которых делится на 4, т. е. на 4, как, например, 1920, 1924, 1928 и т. д. или 0, 4, 8 и т. д. Если порядковый номер високосного года есть N , то N должно быть кратным четырем, т. е. $N = 4n$, где n любое положительное целое число.

Что происходит в такой системе? Докажем, что какое-либо явление повторяется через промежутки времени, в точности равный $365\frac{1}{4}$ дням (или $365\frac{1}{60}$), и что в каком-

либо году наступит его дата определенно (т. е. 4-м), это событие произойдет $\frac{1}{4}$ года впереди, или 30 часов, если считать начало с начала года. В какие дни и часы по мере самого явления будет наблюдаться в одних и тех же последующих лет, видно из следующей общей таблицы годовых отступов (в секундах года):

Год 4-й, марта 29, 0 часов или марта 29, 00					
• 5-й	• 20, 6	• 4	• 20, 1		
• 6-й	• 20, 13	• 4	• 20, 50		
• 7-й	• 20, 18	• 4	• 20, 75		
• 8-й	• 20, 0	• 4	• 20, 00		

Способ составления таблицы ясен: с каждым простым годом вычисление $\frac{1}{4}$ уходит на четверть дня вперед, с каждым високосным оно отходит на $\frac{1}{2}$ дня (18 часов) назад и потому вновь возвращается к тому моменту, на который пришлось в 4-м (начальном) году. Из этой же таблицы усматривается, что, располагая високосы на 4-м, 8-м, 12-м и т. д. годах от начала, мы будем годы 3-й 7-й 11-й и т. д. т. е. годы, третьи после високоса, начинать с ошибкой в $\frac{1}{4}$ дня. Но я утверждаю, что если сделать високосными 3-й, 7-й, 11-й и следующие годы от начала, то ошибки никогда не будут больше половины дня. Начав опять с 4-го года (мы взяли здесь будет простым), получим следующую же смешения начала среднего года в календарном году:

Год 4-й, марта 29, 0 часов или март 29, 00					
• 5-й	• 20, 6	• 4	• 20, 1		
• 6-й	• 20, 12	• 4	• 20, 50		
• 7-й	• 19, 18	• 4	• 19, 75		
• 8-й	• 20, 0	• 4	• 20, 00		

Действительно, так как 7-й год положен високосным, то явление сдвигается на 18 часов назад, т. е. с полудня 20 марта в 6-м году сдвигается в 7-м году на 6 часов вечера 19 марта, таким образом, смешения будут для 5-го года $0^h25, 6-го - 0^h50, 7-го - 0^h25, 8-го 0^h00$, т. е. ошибки календарного года по численной величине не превысят половины дня. Читатель же не увидит, что в этой системе високосными одними будут уже не годы типа $N = 4n$, но типа $N = 4n + 3$, иными словами, те, порядковое число которых при делении на 4 дает остаток 3.

Мы упоминали выше про календарь, которым пользуются современные копты, именно так называемый александ-

дрийский счет, одна из его особенностей, — числа юлирий только сейчас нам ясны, так что в конце XVI столетия у них полагаются как раз 3-й, 7-й, 11-й и т. д. их юрий с года тина 4-й. Таким образом, и в этом отношении их календарь сближается с радионами египетских.

Перейдем теперь к более сложным периодам, например к удвоенному юрию в 32 года. Если составить себе задачу распределить с 1-го года так, чтобы внутри периода ошибка календаря против начала периода была в 16 раз меньше, то тогда не требуется половин для 32-го года, выделенная из всего периода, равна $365 \frac{1}{32}$ дня, то с каждым простым годом я отбрасываю $\frac{1}{32}$ дня с каждого юрия, прибавляю лишние $\frac{1}{32}$ дня. Поэтому, начиная с ошибки 0, мы последовательно получим ошибки $\frac{1}{32}$, $\frac{2}{32}$ и т. д. Умножив теперь, что всякий раз как ошибка будет перерастать $\frac{1}{32}$ (т. е. половину дня), мы будем прибавлять в конце текущего года аставку, добавляя день, и тем самым уменьшать нарастающую ошибку на $\frac{21}{32}$, т. е. будем прощлять высокое на соответственное место периода.

Руководясь установленным правилом, легко составим таблицу распределения ошибок к концу каждого года в юриде, причем для удобства письма мы выражаем их все в 32-х долях дня отбрасывая знаменатель. Таким образом, получим следующую схему (табл. 6).

Таблица 6

Ошибки к концу каждого календарного года 32-летнего периода в отношении среднего года, в 1/32 частях дня (звездочкой отмечены високосные годы)

Год	Ошибка	Год	Ошибка	Год	Ошибка	Год	Ошибка
1	8	9	0	17	4	25	+ 2
2	16	10	+14	18	12	26	+10
3*	—	11*	—14	19*	13	27*	15
4	1	12	— 3	20	5	28	— 7
5	9	13	+ 5	21	+ 3	29	+ 1
	+15	14	13	22	+11	30	—
7*	16	15*	11	23*	15	31*	13
8	2	16	4	24	— 6	32	8
						33	0

Эта таблица показывает, что как юрий, так и стоящие на его основе периоды.

3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, 39, 43, 47, 51, 55, 59, 63, 67, 71, 75, 79, 83, 87, 91, 95, 99, 103, 107, 111, 115, 119, 123, 127, 131, 135, 139, 143, 147, 151, 155, 159, 163, 167, 171, 175, 179, 183, 187, 191, 195, 199, 203, 207, 211, 215, 219, 223, 227, 231, 235, 239, 243, 247, 251, 255, 259, 263, 267, 271, 275, 279, 283, 287, 291, 295, 299, 303, 307, 311, 315, 319, 323, 327, 331, 335, 339, 343, 347, 351, 355, 359, 363, 367, 371, 375, 379, 383, 387, 391, 395, 399, 403, 407, 411, 415, 419, 423, 427, 431, 435, 439, 443, 447, 451, 455, 459, 463, 467, 471, 475, 479, 483, 487, 491, 495, 499, 503, 507, 511, 515, 519, 523, 527, 531, 535, 539, 543, 547, 551, 555, 559, 563, 567, 571, 575, 579, 583, 587, 591, 595, 599, 603, 607, 611, 615, 619, 623, 627, 631, 635, 639, 643, 647, 651, 655, 659, 663, 667, 671, 675, 679, 683, 687, 691, 695, 699, 703, 707, 711, 715, 719, 723, 727, 731, 735, 739, 743, 747, 751, 755, 759, 763, 767, 771, 775, 779, 783, 787, 791, 795, 799, 803, 807, 811, 815, 819, 823, 827, 831, 835, 839, 843, 847, 851, 855, 859, 863, 867, 871, 875, 879, 883, 887, 891, 895, 899, 903, 907, 911, 915, 919, 923, 927, 931, 935, 939, 943, 947, 951, 955, 959, 963, 967, 971, 975, 979, 983, 987, 991, 995, 999, 1003, 1007, 1011, 1015, 1019, 1023, 1027, 1031, 1035, 1039, 1043, 1047, 1051, 1055, 1059, 1063, 1067, 1071, 1075, 1079, 1083, 1087, 1091, 1095, 1099, 1103, 1107, 1111, 1115, 1119, 1123, 1127, 1131, 1135, 1139, 1143, 1147, 1151, 1155, 1159, 1163, 1167, 1171, 1175, 1179, 1183, 1187, 1191, 1195, 1199, 1203, 1207, 1211, 1215, 1219, 1223, 1227, 1231, 1235, 1239, 1243, 1247, 1251, 1255, 1259, 1263, 1267, 1271, 1275, 1279, 1283, 1287, 1291, 1295, 1299, 1303, 1307, 1311, 1315, 1319, 1323, 1327, 1331, 1335, 1339, 1343, 1347, 1351, 1355, 1359, 1363, 1367, 1371, 1375, 1379, 1383, 1387, 1391, 1395, 1399, 1403, 1407, 1411, 1415, 1419, 1423, 1427, 1431, 1435, 1439, 1443, 1447, 1451, 1455, 1459, 1463, 1467, 1471, 1475, 1479, 1483, 1487, 1491, 1495, 1499, 1503, 1507, 1511, 1515, 1519, 1523, 1527, 1531, 1535, 1539, 1543, 1547, 1551, 1555, 1559, 1563, 1567, 1571, 1575, 1579, 1583, 1587, 1591, 1595, 1599, 1603, 1607, 1611, 1615, 1619, 1623, 1627, 1631, 1635, 1639, 1643, 1647, 1651, 1655, 1659, 1663, 1667, 1671, 1675, 1679, 1683, 1687, 1691, 1695, 1699, 1703, 1707, 1711, 1715, 1719, 1723, 1727, 1731, 1735, 1739, 1743, 1747, 1751, 1755, 1759, 1763, 1767, 1771, 1775, 1779, 1783, 1787, 1791, 1795, 1799, 1803, 1807, 1811, 1815, 1819, 1823, 1827, 1831, 1835, 1839, 1843, 1847, 1851, 1855, 1859, 1863, 1867, 1871, 1875, 1879, 1883, 1887, 1891, 1895, 1899, 1903, 1907, 1911, 1915, 1919, 1923, 1927, 1931, 1935, 1939, 1943, 1947, 1951, 1955, 1959, 1963, 1967, 1971, 1975, 1979, 1983, 1987, 1991, 1995, 1999, 2003, 2007, 2011, 2015, 2019, 2023, 2027, 2031, 2035, 2039, 2043, 2047, 2051, 2055, 2059, 2063, 2067, 2071, 2075, 2079, 2083, 2087, 2091, 2095, 2099, 2103, 2107, 2111, 2115, 2119, 2123, 2127, 2131, 2135, 2139, 2143, 2147, 2151, 2155, 2159, 2163, 2167, 2171, 2175, 2179, 2183, 2187, 2191, 2195, 2199, 2203, 2207, 2211, 2215, 2219, 2223, 2227, 2231, 2235, 2239, 2243, 2247, 2251, 2255, 2259, 2263, 2267, 2271, 2275, 2279, 2283, 2287, 2291, 2295, 2299, 2303, 2307, 2311, 2315, 2319, 2323, 2327, 2331, 2335, 2339, 2343, 2347, 2351, 2355, 2359, 2363, 2367, 2371, 2375, 2379, 2383, 2387, 2391, 2395, 2399, 2403, 2407, 2411, 2415, 2419, 2423, 2427, 2431, 2435, 2439, 2443, 2447, 2451, 2455, 2459, 2463, 2467, 2471, 2475, 2479, 2483, 2487, 2491, 2495, 2499, 2503, 2507, 2511, 2515, 2519, 2523, 2527, 2531, 2535, 2539, 2543, 2547, 2551, 2555, 2559, 2563, 2567, 2571, 2575, 2579, 2583, 2587, 2591, 2595, 2599, 2603, 2607, 2611, 2615, 2619, 2623, 2627, 2631, 2635, 2639, 2643, 2647, 2651, 2655, 2659, 2663, 2667, 2671, 2675, 2679, 2683, 2687, 2691, 2695, 2699, 2703, 2707, 2711, 2715, 2719, 2723, 2727, 2731, 2735, 2739, 2743, 2747, 2751, 2755, 2759, 2763, 2767, 2771, 2775, 2779, 2783, 2787, 2791, 2795, 2799, 2803, 2807, 2811, 2815, 2819, 2823, 2827, 2831, 2835, 2839, 2843, 2847, 2851, 2855, 2859, 2863, 2867, 2871, 2875, 2879, 2883, 2887, 2891, 2895, 2899, 2903, 2907, 2911, 2915, 2919, 2923, 2927, 2931, 2935, 2939, 2943, 2947, 2951, 2955, 2959, 2963, 2967, 2971, 2975, 2979, 2983, 2987, 2991, 2995, 2999, 3003, 3007, 3011, 3015, 3019, 3023, 3027, 3031, 3035, 3039, 3043, 3047, 3051, 3055, 3059, 3063, 3067, 3071, 3075, 3079, 3083, 3087, 3091, 3095, 3099, 3103, 3107, 3111, 3115, 3119, 3123, 3127, 3131, 3135, 3139, 3143, 3147, 3151, 3155, 3159, 3163, 3167, 3171, 3175, 3179, 3183, 3187, 3191, 3195, 3199, 3203, 3207, 3211, 3215, 3219, 3223, 3227, 3231, 3235, 3239, 3243, 3247, 3251, 3255, 3259, 3263, 3267, 3271, 3275, 3279, 3283, 3287, 3291, 3295, 3299, 3303, 3307, 3311, 3315, 3319, 3323, 3327, 3331, 3335, 3339, 3343, 3347, 3351, 3355, 3359, 3363, 3367, 3371, 3375, 3379, 3383, 3387, 3391, 3395, 3399, 3403, 3407, 3411, 3415, 3419, 3423, 3427, 3431, 3435, 3439, 3443, 3447, 3451, 3455, 3459, 3463, 3467, 3471, 3475, 3479, 3483, 3487, 3491, 3495, 3499, 3503, 3507, 3511, 3515, 3519, 3523, 3527, 3531, 3535, 3539, 3543, 3547, 3551, 3555, 3559, 3563, 3567, 3571, 3575, 3579, 3583, 3587, 3591, 3595, 3599, 3603, 3607, 3611, 3615, 3619, 3623, 3627, 3631, 3635, 3639, 3643, 3647, 3651, 3655, 3659, 3663, 3667, 3671, 3675, 3679, 3683, 3687, 3691, 3695, 3699, 3703, 3707, 3711, 3715, 3719, 3723, 3727, 3731, 3735, 3739, 3743, 3747, 3751, 3755, 3759, 3763, 3767, 3771, 3775, 3779, 3783, 3787, 3791, 3795, 3799, 3803, 3807, 3811, 3815, 3819, 3823, 3827, 3831, 3835, 3839, 3843, 3847, 3851, 3855, 3859, 3863, 3867, 3871, 3875, 3879, 3883, 3887, 3891, 3895, 3899, 3903, 3907, 3911, 3915, 3919, 3923, 3927, 3931, 3935, 3939, 3943, 3947, 3951, 3955, 3959, 3963, 3967, 3971, 3975, 3979, 3983, 3987, 3991, 3995, 3999, 4003, 4007, 4011, 4015, 4019, 4023, 4027, 4031, 4035, 4039, 4043, 4047, 4051, 4055, 4059, 4063, 4067, 4071, 4075, 4079, 4083, 4087, 4091, 4095, 4099, 4103, 4107, 4111, 4115, 4119, 4123, 4127, 4131, 4135, 4139, 4143, 4147, 4151, 4155, 4159, 4163, 4167, 4171, 4175, 4179, 4183, 4187, 4191, 4195, 4199, 4203, 4207, 4211, 4215, 4219, 4223, 4227, 4231, 4235, 4239, 4243, 4247, 4251, 4255, 4259, 4263, 4267, 4271, 4275, 4279, 4283, 4287, 4291, 4295, 4299, 4303, 4307, 4311, 4315, 4319, 4323, 4327, 4331, 4335, 4339, 4343, 4347, 4351, 4355, 4359, 4363, 4367, 4371, 4375, 4379, 4383, 4387, 4391, 4395, 4399, 4403, 4407, 4411, 4415, 4419, 4423, 4427, 4431, 4435, 4439, 4443, 4447, 4451, 4455, 4459, 4463, 4467, 4471, 4475, 4479, 4483, 4487, 4491, 4495, 4499, 4503, 4507, 4511, 4515, 4519, 4523, 4527, 4531, 4535, 4539, 4543, 4547, 4551, 4555, 4559, 4563, 4567, 4571, 4575, 4579, 4583, 4587, 4591, 4595, 4599, 4603, 4607, 4611, 4615, 4619, 4623, 4627, 4631, 4635, 4639, 4643, 4647, 4651, 4655, 4659, 4663, 4667, 4671, 4675, 4679, 4683, 4687, 4691, 4695, 4699, 4703, 4707, 4711, 4715, 4719, 4723, 4727, 4731, 4735, 4739, 4743, 4747, 4751, 4755, 4759, 4763, 4767, 4771, 4775, 4779, 4783, 4787, 4791, 4795, 4799, 4803, 4807, 4811, 4815, 4819, 4823, 4827, 4831, 4835, 4839, 4843, 4847, 4851, 4855, 4859, 4863, 4867, 4871, 4875, 4879, 4883, 4887, 4891, 4895, 4899, 4903, 4907, 4911, 4915, 4919, 4923, 4927, 4931, 4935, 4939, 4943, 4947, 4951, 4955, 4959, 4963, 4967, 4971, 4975, 4979, 4983, 4987, 4991, 4995, 4999, 5003, 5007, 5011, 5015, 5019, 5023, 5027, 5031, 5035, 5039, 5043, 5047, 5051, 5055, 5059, 5063, 5067, 5071, 5075, 5079, 5083, 5087, 5091, 5095, 5099, 5103, 5107, 5111, 5115, 5119, 5123, 5127, 5131, 5135, 5139, 5143, 5147, 5151, 5155, 5159, 5163, 5167, 5171, 5175, 5179, 5183, 5187, 5191, 5195, 5199, 5203, 5207, 5211, 5215, 5219, 5223, 5227, 5231, 5235, 5239, 5243, 5247, 5251, 5255, 5259, 5263, 5267, 5271, 5275, 5279, 5283, 5287, 5291, 5295, 5299, 5303, 5307, 5311, 5315, 5319, 5323, 5327, 5331, 5335, 5339, 5343, 5347, 5351, 5355, 5359, 5363, 5367, 5371, 5375, 5379, 5383, 5387, 5391, 5395, 5399, 5403, 5407, 5411, 5415, 5419, 5423, 5427, 5431, 5435, 5439, 5443, 5447, 5451, 5455, 5459, 5463, 5467, 5471, 5475, 5479, 5483, 5487, 5491, 5495, 5499, 5503, 5507, 5511, 5515, 5519, 5523, 5527, 5531, 5535, 5539, 5543, 5547, 5551, 5555, 5559, 5563, 5567, 5571, 5575, 5579, 5583, 5587, 5591, 5595, 5599, 5603, 5607, 5611, 5615, 5619, 5623, 5627, 5631, 5635, 5639, 5643, 5647, 5651, 5655, 5659, 5663, 5667, 5671, 5675, 5679, 5683, 5687, 5691, 5695, 5699, 5703, 5707, 5711, 5715, 5719, 5723, 5727, 5731, 5735, 5739, 5743, 5747, 5751, 5755, 5759, 5763, 5767, 5771, 5775, 5779, 5783, 5787, 5791, 5795, 5799, 5803, 5807, 5811, 5815, 5819, 5823, 5827, 5831, 5835, 5839, 5843, 5847, 5851, 5855, 5859, 5863, 5867, 5871, 5875, 5879, 5883, 5887, 5891, 5895, 5899, 5903, 5907, 5911, 5915, 5919, 5923, 5927, 5931, 5935, 5939, 5943, 5947, 5951, 5955, 5959, 5963, 5967, 5971, 5975, 5979, 5983, 5987, 5991, 5995, 5999, 6003, 6007, 6011, 6015, 6019, 6023, 6027, 6031, 6035, 6039, 6043, 6047, 6051, 6055, 6059, 6063, 6067, 6071, 6075, 6079, 6083, 6087, 6091, 6095, 6099, 6103, 6107, 6111, 6115, 6119, 6123, 6127, 6131, 6135, 6139, 6143, 6147, 6151, 6155, 6159, 6163, 6167, 6171, 6175, 6179, 6183, 6187, 6191, 6195, 6199, 6203, 6207, 6211, 6215, 6219, 6223, 6227, 6231, 6235, 6239, 6243, 6247, 6251, 6255, 6259, 6263, 6267, 6271, 6275, 6279, 6283, 6287, 6291, 6295, 6299, 6303, 6307, 6311, 6315, 6319, 6323, 6327, 6331, 6335, 6339, 6343, 6347, 6351, 6355, 6359, 6363, 6367, 6371, 6375, 6379, 6383, 6387, 6391, 6395, 6399, 6403, 6407, 6411, 6415, 6419, 6423, 6427, 6431, 6435, 6439, 6443, 6447, 6451, 6455, 6459, 6463, 6467, 6471, 6475, 6479, 6483, 6487, 6491, 6495, 6499, 6503, 6507, 6511, 6515, 6519, 6523, 6527, 6531, 6535, 6539, 6543, 6547, 6551, 6555, 6559, 6563, 6567, 6571, 6575, 6579, 6583, 6587, 6591, 6595, 6599, 6603, 6607, 6611, 6615, 6619, 6623, 6627, 6631, 6635, 6639, 6643, 6647, 6651, 6655, 6659, 6663, 6667, 6671, 6675, 6679, 6683, 6687, 6691, 6695, 6699, 6703, 6707, 6711, 6715, 6719, 6723, 6727, 6731, 6735, 6739, 6743, 6747, 6751, 6755, 6759, 6763, 6767, 6771, 6775, 6779, 6783, 6787, 6791, 6795, 6799, 6803, 6807, 6811, 6815, 6819, 6823, 6827, 6831, 6835, 6839, 6843, 6847, 6851, 6855, 6859, 6863, 6867, 6871, 6875, 6879, 6883, 6887, 6891, 6895, 6899, 6903, 6907, 6911, 6915, 6919, 6923, 6927, 6931, 6935, 6939, 6943, 6947, 6951, 6955, 6959, 6963, 6967, 6971, 6975, 6979, 6983, 6987, 6991, 6995, 6999, 7003, 7007, 7011, 7015, 7019, 7023, 7027, 7031, 7035, 7039, 7043, 7047, 7051, 7055, 7059, 7063, 7067, 7071, 7075, 7079, 7083, 7087, 7091, 7095, 7099, 7103, 7107, 7111, 7115, 7119, 7123, 7127, 7131, 7135, 7139, 7143, 7147, 7151, 7155, 7159, 7163, 7167, 7171, 7175, 7179, 7183, 7187, 7191, 7195, 7199, 7203, 7207, 7211, 7215, 7219, 7223, 7227, 7231, 7235, 7239, 7243, 7247, 7251, 7255, 7259, 7263, 7267, 7271, 7275, 7279, 7283, 7287, 7291, 7295, 7299, 7303, 7307, 7311, 7315, 7319, 7323, 7327, 7331, 7335, 7339, 7343, 7347, 7351, 7355, 7359, 7363, 7367, 7371, 7375, 7379, 7383, 7387, 7391, 7395, 7399, 7403, 7407, 7411, 7415, 7419, 7423, 7427, 7431, 7435, 7439, 7443, 7447, 7451, 7455, 7459, 7463, 7467, 7471, 7475, 7479, 7483, 7487, 7491, 7495, 7499, 7503, 7507, 7511, 7515, 7519, 7523, 7527

умер 1823 г. ту же, как и в грегорианский счет, т. е. нас и терзает такая арифметическая штука в вопросах. Если обработать распределение ошибок в таком периоде, то увидим, что можно избежать ошибок, если бы в течение дня, считая с начала этого большого периода из 33-х и 29-летнего и таким образом:

- 1 период в 33 года с 8 високосных
- 1 период в 33 года с 8 високосных
- 1 период в 29 лет с 7 високосных
- 1 период в 33 года с 8 високосных

Такая же сущность высказана в грегорианской арифметике. Если бы солнечный календарь равенствовал в точности к грегорианскому, то он бы становился на исходной точке и внутри каждого периода не отходил от своего начального положения и календарь больше чем на 12 часов. Но если бы гораздо хуже, как предполагали некоторые, считая высокими годами 4, 8 и 12-й и т. д. до 124-го, а затем опять 128-й, то быт с 12-й и 124-й в конце цикла, а затем пропускать 32-й. Тогда бы в конце 124-го года ошибка равенства стала бы равной целому дню, а после этого или бы восемь лет с одним високосным годом, четверть года и т. д. (период) что опять бы не выжилось с грегорианским календарем.

10. КАЛЕНДАРЬ ФРАНЦУЗСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ

В 1793 г. постановлением Конвента был начат в действие во Франции новый календарь. Календарь, как и все его развитие, так же как и протестом против установления системы счисления времени. В начале того, всего быта, в особенности же этот протест был направлен против папства и католической церкви, которую был создан и разработан по всем деталям действующий так называемый грегорианский календарь.

Из этих правил особенно любопытными являются следующие: а) начало года с января переносится на день, когда равноденствие, первый год Французской республики начался 22 сентября 1792 г. б) 2) год делится на 12 месяцев по 30 дней в каждом, каждый месяц делится на три декады по 10 дней. 3) 3) 2 месяца (а именно следующие пять дополнительных дней) не назывались знаменами, короткое вре-

мя (сид-милотидам) в високосных годах к ним прибавляется еще декада; добавочный день (побойлтое) добавляется к александрийскому году, 4) праздники в году считаются 10-е, 20-е, и 30-е число каждого месяца, так называемые декады, кроме того, 1-й день первого месяца (с.с. Вандемьер) и все дополнительные дни в конце года, 5) дни считаются от полудня к полудню и делятся на 10 равных частей (десятичный час), час - на 100 десятичных минут, минута - на 100 десятичных секунд.

Особым свойством этого календаря является то, что здесь не установилось вперед никакой системы високосных, начало года определяется в нем каждый раз точным астрономическим вычислением год начинается в полночь того дня, на который по среднему парижскому времени приходится момент осеннего равноденствия. Действительно, вычисление показывает, что в 1792 г. равноденствие наступило 22 сентября в 9 ч. 10 мин. утра по парижскому времени, в последующие годы оно могло приходится либо на 22, либо на 23 сентября, и таким образом, год мог иметь дни или в 365, либо в 366 дней (такие года назывались, так и у нас, високосными - bissextile). Следовательно, здесь имелось дело с примером астрономического солнечного календаря, в смысле связи с годами и первым из двух календарей.

Но результат астрономического исследования может приволить, как достаточно выяснено в предыдущем, только к тому, что високосные наступают либо один раз на каждые четыре года, либо один раз в пять лет. В этом последнем случае високосным годам французского календаря назывались задержанными - retardes. Если мы теперь посмотрим, как фактически идет чередование простых и високосных лет в системе французского календаря, то обнаружим любопытное обстоятельство: французский календарь совершенно соответствует персидскому календарю Омара Хафиза.

Действительно, если назвать из хронологических таблиц високосные годы Французской республики, то они окажутся на следующих местах (выделены жирным шрифтом):

3	7	11	15	20	24	28	32
36	40	44	48	53	57	61	65
69	73	77	82	86	91	95	99
102	106	110	115	119	124	128	132

Таким образом, перед нами хорошо известный удивительный период в 33 года с 8 високосными, с той только разницей, что задержанный високос сдвигается внутри периодов, а не стоит на каком-либо определенном месте, как в арифметических календарях, но на этом подробней останавливаться не будем.

Неоднократно указывалось, что астрономическое определение начала года есть недостаток французского календаря. И действительно, последний должен быть в своей конструкции настолько прост, чтобы счет дней между какими угодно отдаленными эпохами производился без особого затруднения, этого, конечно, не будет, если нет уверенности относительно момента начала года.¹⁷ Кроме того, указывалось, что мало понятно, почему следует считать первым днем года 23 сентября, если равноденствие наступит, например, через две минуты после полуночи этого числа, и 22-е, если оно произойдет за две минуты до той же полуночи. Наконец совершенно неизвестно, как быть, если оно придется на самую полночь — этот последний случай, хотя и весьма маловероятный, требует особого дополнительного правила. Наконец, нельзя связывать систему счисления времени с каким-либо определенным меридианом, пока он не принят для универсального счета времени по всей Земле.

Из всех этих возражений нам представляется серьезным только первое действующий, не теоретический календарь должен быть прост, и система високоса должна выражаться ясным и отчетливым правилом. Этого не доставало французскому календарю и в этом отношении он определенно уступает периоду Омара Хайяма хотя и не выигрывает перед ним в точности. Что же касается последующих указаний, то надо помнить, что в настоящее время теория движения Солнца разработана с такою полнотой, что предвычисление момента равноденствия на сотни лет вперед с точностью до нескольких минут не представляет никакого труда. И мы пользовались в предыдущем таблицах, которые разработаны хронологами из чистого интереса на 600 лет, хотя, как известно из истории, французский календарь действовал 14 лет и в 1806 г. был вновь заменен григорианским календарем.

Это по части теории, практически же наибольшее затруднение для проведения в жизнь данного календаря было связано с попыткой введения десятичной системы деления

Nº. 213.

46. de la Convention Nationale.

RÉVOLUTIONS

DE PARIS,

DÉDIÉES A LA NATION

AN SECOND DE LA REPUBLIQUE.

DIX SEPTIEME TRIMESTRE.

Avec gravures et cartes des départements.

Les papiers neufs, parvenus les 25
septembre ont été imprimés à Paris
chez L'Éditeur, ci-dessous.



De la République, le 25 septembre, à la Convention Nationale.

Рис. 7. Титульный лист французского журнала, впервые датированного по революционному календарю (28 октября — 4 ноября 1793 г.).

времени; не говоря уже о часах (правда, десятичные циферблаты были сделаны в нескольких экземплярах), но даже и более простой переход от семи дневной недели к 10-дневному периоду был сопряжен с большими трудностями. Вот простой пример тому: на рис. 7 изображена заглавная страница издававшегося тогда журнала *Revolutions de Paris*. Предыдущий номер был датирован по 28 октября 1793 г., следующий № 213, как видно из надписи, охватывает период с 1-го октября 7 по 4-ю квартиру 14 брюмера II года Республики. Читатель сразу обратит внимание, что издатель, с.ю.е.р. Prud'homme, сохранил семидневную неделю для своего издания, между тем логика десятичного календаря подсказывала ему вы-

пуски от примиди 1 Сремеря по скажи 10 от примиди 11 до скаж 20 и т.р.м. (дн 21 до декади 30, поз.м.у. оставаясь на старом семидесятилетии (с 7 по 14-е), хотя бы и под новыми числами, он обнаруживал либо полное непонимание смысла нового счисления, либо невозможность практически к нему приспособиться.

II. ГРИГОРИАНСКИЙ КАЛЕНДАРЬ

Читатель, может быть, удивится, что мы только сейчас, а именно в начале бесед о солнечном календаре, подходим к григорианскому счислению, по которому живут теперь все народы Запаза и к которому присоединилась и Россия, после того как в 1918 г. у нас был принят новый стиль¹⁸. Но дело в том, что этот календарь, воссозданный в действительности Григорием XIII в 1582 г., объясая своим происхождением мотивам довольно сложного характера, несколько отличным от тех, с которыми мы знакомились до сих пор и о которых придется упомянуть, говоря о других календарях. Сейчас ограничимся укажем, что после многовековых, подчас жестоких споров христианская церковь выработала определенные правила празднования основного праздника — Пасхи. Известно, что для вычисления этого праздника нужно найти 1) особый предписанием, 1) отнюдь не по точным современным астрономическим таблицам, так называемое весеннее полнолуние, т.е. полнолуние, наступающее в самый день или непосредственно после весеннего равноденствия. Видя оба эти элемента счета, т.е. Луну и равноденствие, христианская церковь включила в свой календарь чисто восточные начала, корни которых, через Иудею, восходят к первобытному вавилонскому календарю. Она вела в календарь подвижный праздник, ибо весеннее полнолуние из года в год падает на разные числа и следовательно, мы знаем из устройства этого последнего, что это подразделение, которое мы условно называем месяцами, отнюдь не связано с движением Луны и повторением ее фаз.

Однако эта идея о весеннем празднике (не забудем, что пасхальная пасха, прообраз христианской, а именно празднество около весеннего полнолуния, всегда в 15-й день лунного месяца Нисана) идея совершенно бездонной древности, выскла за собой необходимость действительно дер-

жать пасхальное полнолуние около времени года весны, значит, прежде всего, нужно знать, когда наступают эти моменты (постановлением, которое традиционно приписывается Никейскому собору 325 года (до которого фактически на этом соборе вовсе не было сделано, весеннее равноденствие было положено на 21 марта по юлианскому календарю, в этом постановлении кроется, как сейчас увидим, источник всех дальнейших затруднений). Действительно, табл. 2 показывает, что для эпохи 325 г. весеннее равноденствие приходилось приблизительно на 21 марта, но та же таблица обнаруживает, что в даты еще эпохи равноденствие беспрерывно сменялось на более ранние даты, ввиду чего впоследствии с 21 марта только условно можно было считать днем равноденствия. Между тем к эпохе Никейского собора уже имелись определенные длины солнечного года, сделанные великими астрономами древности Гиппархом и Птолемеем, из которых было видно, что она короче 365 1/4 дней, откуда нельзя было не заключить с предстоящим датой равноденствия с даты 21 марта.

Были ли эти данные вообще неизвестны богословам или же они оставили 21 марта, чтобы не усложнять своих правил, — сейчас судить нельзя. Так или иначе, мы видим из той же табл. 2, что приблизительно через каждые 12 1/2 лет равноденствие предвдвигается на один день. Но существу, т.е. для жизненного обихода, этот факт совершенно не интересен и не важен. Земельному, начинающему весенние труды, совершенно безразлично, что 100 лет назад весна начиналась на сутки позже чем сейчас указывает календарь, астрономы же сравниваются со всяким календарем.

К XVI в., когда равноденствие с 21 марта перешло уже приблизительно на 11 марта, у людей церкви, связанных с юлианским календарем, а все тем же постановлением Никейского собора, не могло не возникнуть впечатления, что праздник уходит в году слишком далеко вперед, что он уже на 10 дней в лучшем случае опережает начало весны и таким образом продвигается к лету, теряя всякую связь со своим первоначальным определением.

В этом — первая побудительная причина реформы, вторая — в том, что те особые правила для вычисления полнолуния, о которых упоминалось, тоже не были безгрешны: к XVI в. все эти правила, особенно числа и прочие элементы, которыми сводилась всякой мерой затемнен церковный счет, стали давать полетание с ошибкой от 3 до 5 дней;

«numerus actus tactus est plurimicus», т. е. зломое число стало самым общим, писали, следовательно до реформы папы Григория Разумеется, и это расхождение тоже бросалось в глаза. Итак, оба основания счисления, т. е. и равноденствие и полнолуние, потеряли связь с реальными астрономическими явлениями. Григорианская реформа имела своей задачей исправить положение вещей. Вот что говорится по этому поводу в значительной папской булле «Inter gravissimas»:

«Было заблаговременно не только восстаивать равноденствие на определенном назначенном ему месте от календарного времени. Никейского собора оно отступило на десять дней приблизительно, и XIV луне не вернуть ее место, от которого она в настоящее время на четыре и пять дней отходит. Мы установили также способ и правила, которыми будет достигнуто, чтобы в будущем равноденствие и XIV луна со своих мест никогда не сдвигались».

В этих указаниях ясно виден двойной характер реформы в пределах бесед о солнечном годе показан лишь, каким образом разработавшая ее комиссия астрономов достигла решения первой части своей задачи.

Для этого нужно было исходить из наилучшего для того времени определения длины тропического года. За такое время были приняты данные так называемых Альфонсических астрономических таблиц²⁰, где она положена равной

$$365^{\text{д}} 5^{\text{ч}} 48^{\text{м}}.$$

т. е. всего на 38" больше действительной величины тропического года.

Таким образом, оказывалось, что юлианский год в 365 $\frac{1}{4}$ дней отличается таблично на 10 $\frac{3}{4}$ 36 $\frac{1}{4}$ 0,6. Эта ошибка в 400 лет нарастает до 4240 $\frac{1}{4}$, что составляет приблизительно три дня (в сутках 1440 $\frac{1}{4}$). Отсюда следует, что для того чтобы удерживать равноденствие на определенной дате, нужно за 400 лет продвинуть его вперед на три дня, для чего достаточно из 400 календарных юлианских лет исключить три дня иными словами, три високосных года на протяжении 400 лет сделать простыми. Какие для этого избрать високосные годы, было совершенно безразлично, уже изложенного достаточно, чтобы видеть, что реформа шла не по пути арифметической теории года, а более простым практическим путем. Комиссия решила считать простыми *столетные годы* (т. е. годы, порядковые числа которых делятся

на сто), если в них не было сотни не было кратное четырем. Так, если начать с 2000 года, то из столетних годов 2000, 2100, 2200, 2300, 2400, 2500, 2600, 2700, 2800, 2900 3000 3100 3200, 3300, 3400, 3500

только выделенные крестом суть високосные, остальные простые. В юлианском же календаре все эти годы действительное считаются високосными, таким образом с каждым столетним простым годом григорианский календарь исправляя равноденствие, выбрасывает 29 февраля и, следовательно уходит на один день вперед от юлианского календаря.

В год введения реформированного счисления равноденствие, по совершенно правильным результатам специальных астрономических наблюдений приходилось на 10 дней раньше положенной для него даты, т. е. 2-го марта. Что бы вернуть его «к издревле назначенному месту», надлежало продвинуть календарь на 10 дней вперед, для чего день, следующий за 4 октября 1582 г., был в реформированном календаре обозначен 15 октября. Следовательно, исходная разница была в 10 дней, в дальнейшем она нарастала, как это показано в следующей таблице (дата старого стиля — в числителе, нового — в знаменателе, м — март, ф — февраль).

От 1582 г.	$\frac{5 \text{ окт.}}{15 \text{ окт.}}$	до 1700 г.	$\frac{28 \text{ ф.}}{1 \text{ м.}}$	и прибавля 10 дней
От 1700 г.	$\frac{1 \text{ м.}}{1 \text{ м.}}$	до 1800 г.	$\frac{28 \text{ ф.}}{1 \text{ м.}}$	и 11 "
От 1800 г.	$\frac{1 \text{ м.}}{1 \text{ м.}}$	до 1900 г.	$\frac{28 \text{ ф.}}{1 \text{ м.}}$	и 12 "
От 1900 г.	$\frac{1 \text{ м.}}{1 \text{ м.}}$	до 2100 г.	$\frac{28 \text{ ф.}}{1 \text{ м.}}$	и 13 "
От 2100 г.	$\frac{1 \text{ м.}}{1 \text{ м.}}$	до 2200 г.	$\frac{28 \text{ ф.}}{1 \text{ м.}}$	и 14 "

Таким образом, критические даты суть

1700 г.	$\frac{+9 \text{ ф.}}{1 \text{ м.}}$	1800 г.	$\frac{29 \text{ ф.}}{1 \text{ м.}}$	1900 г.	$\frac{29 \text{ ф.}}{1 \text{ м.}}$
2100 г.	$\frac{29 \text{ ф.}}{1 \text{ м.}}$	2200 г.	$\frac{29 \text{ ф.}}{1 \text{ м.}}$	и т. д.	

Григорианский счет укорачивает юлианское 400-летие на 3 дня, а следовательно, каждый юлианский год на

$3/400 = 0,0075$ дня в столетии, средняя длина года в григорианском четырехсотлетнем будет

$$365^d 25' 0'' 0075'' = 365^d 242'25'' 365^d 45' 49'' 12''$$

Как видно, она превосходит истинную длину тропического года на 0 0003 дня (или 26 секунд), эта ошибка не нарастает до одного целого дня в 3000 лет, так что и с точки зрения точности, и с точки зрения удобства системы високоса григорианский календарь не заставляет желать лучшего.

Но при этом все же интересно проследить ближе арифметическую сторону дела и посмотреть, как именно на григорианском календаре отражается его отступление от арифметической теории.

Мы видели, что его период чрезвычайно длинен — он составляет 400 лет, duration всякого периода в том, что, считая годы по 1 и 365, то по 366 дней, мы все время делаем против принятой для периода средней длины года некоторую ошибку, которая выравнивается к концу периода до нуля, в арифметических периодах можно распределить годы так, что ошибка не превышает половины дня, но легко показать, что внутри григорианского периода ошибка начала года достигает по величине $1\frac{1}{2}$ дня.

Действительно, средняя длина года есть $365^d 242'25''$ когда я считаю год в 365^d ошибка начала следующего года $0^d 4'2425''$, в случае високосного года она составит $365^d 2425' 366^d - 0^d 4'2425''$, ошибка важкого четырехлетия, в котором четвертый год високосный будет $0^d 2125' \times 3 = 0^d 7575'' = 0^d 0300$, ошибка 21-х четырехлетий, т. е. ошибка к концу 96 го года, $-0^d 7200$. Далее имеем:

К концу 96 го года	$0^d 7200$
* * 97	$= 0^d 4775$
* * 98	$= 0^d 2350$
* * 99	$= 0^d 0025$
* * 100 (прост)	$= 0^d 2400$

Таким столетий пройдет три, к концу 300-го года от начала мы приходим с ошибкой в $0^d 7500$; затем получим

К концу 300-го года	$0^d 3025$
* * 302	$= 1^d 1250$
* * 303	$= 1^d 4775$
* * 304 (вис.)	$= 0^d 2400$

за следующие 96 лет, из которых последний 400 й, будет также, придется, как видите, ошибка $0^d 7200$, и к концу 400 го года она, как и следовало, обратится в нуль.

Итак если в начале 400-летнего григорианского периода ошибка календаря есть нуль, то через 303 года от начала она составит приблизительно 0,5 одного дня и к концу 400-го снова обратится в нуль. Это можно непосредственно подтвердить табл. 2, вычисляя, например, моменты весеннего равноденствия для годов 1600, 1903 и 2000 и переводя затем соответствующие моменты на новый стиль, мы получаем таким образом (григорианское время, сутки от полуночи)

1600, III 9,86 ст с	1903, III 11,96 ст с
1903, III 8,30 « »	1903, III 21,30 « »
2000, III 6,82 « »	2000, III 19,82 « »

Даты право столбца действительно подтверждают, что внутри периода равенство стержня сдвинулось вперед на $1^d 5$ потом вернулось обратно к исходной календарной дате, в арифметических календарях такое движение в конце периода есть вещь невозможная.

Кроме того в григорианском календаре чрезвычайно затруднительно составить таблицу, вроде нашей табл. 2. В ней мы пользовались юлианским календарем потому, что все юлианские столетия между собой равны, в каждом из них $365^d 25'$ дней, в григорианском же столетии — $365 524,25$, т. е. дробное число дней. Значит, в таблице во всяком случае можно идти не через 500, а через 400 лет, в которых целое, но весьма неудобное число дней 400 лет григ. = 146 097 дней. К этому присоединяется, и это еще важнее, что внутри 400 летия годы календаря резко различаются в своей длине, так, если начать с года 1600 то до 1696 все годы между собой равны в каждом из них $365^d 4'$ дней; но затем наступает весточка с од ним високосом (1700 год простой), именно года 1699. 1704, следовательно, эти восемь лет не равны прежним, в каждом из них $365^d 4'$ дней. Но мы уже видели, что это совершенный абсурд и астрономически и арифметически. Все эти обстоятельства утяжеляют значение системы для хромолога и для вычислителя. Но, повторим, практически и особенно ввиду простоты високоса, эта система близка к совершенству. Но этой причине все проекты изменения действующего календаря, а не на Западе не мало, кажутся обречены на неудачу.

Отметим в заключение весьма любопытную систему високоса, принятую уже упомянутым Константинопольским собором 1923 года, одновременно с переходом восточных церквей на новый стиль. Правило гласит:

Високосными считаются те столетние годы, у которых число сотен делится на девять с остатком два или шесть. Таким образом, если лачать, как и выше, с 2000 года, то високосными будут лишь столетние годы, разделенные на тридцать.

2000, 2100, 2200, 2400, 2400, 2400, 2600, 2700, 2800,
2900, 3000, 3100, 3200, 3300, 3400, 3500, 3600, 3700.

Отсюда видно: 1) вновь реформированный юлианский календарь до 2799 г. в точности совпадает с григорианским; 2) период юлианской системы составляет 900 лет, а не 400, как у григориан, через каждые два григорианских периода поправка отодвигается еще на 100 лет; 3) в этом периоде $25 \times 7 \times 2 + 24 \times 7 = 218$ високосных и 900 - 218 = 682 простых года, т. е. $366 \times 218 + 365 \times 682 = 328\,718$ дней, поэтому средняя длина года в этой системе составит

$128718 \div 365 = 352,378$ или $365,2422$ и $365,2422 \times 365^2$

следовательно, она только на 2 секунды превышает длину астрономического тропического года, принятую здесь в качестве среднего его определения. Но каков вообще имеет смысл вся эта разработка календаря для эпох 2800 - 3700?

12. ХРИСТИАНСКАЯ ЭРА

Рассмотрев григорианский и юлианский календари с их древним вариантом, александрийским счислением, мы познакомились со всеми системами летоисчисления, которыми пользовались и пользуются народы христианского Востока и Запада. Но всякий действующий календарь связан с какой-либо эрой, под чем подразумевается памятный момент дан того счисления. Что же такое есть христианская эра? Когда и кем начал счет лет от Рождества Христова и имеет ли этот счет под собой какие-либо основания? Этот вопрос относится скорее к области истории и хроно-

логии, чем к описанию календарных систем. Однако ввиду естественного интереса, который с ним связан, коснемся его в коротких словах.

Древний мир счета по эрам практически не знал, египтяне и вавилоняне, римляне и греки считали по годам царствования фараонов и царей, по годам правления консулов и архонтов. Подобные датировки, оставшиеся нам в памятниках древности, могут быть сведены в хронологическую систему лишь тогда, когда научно устанавливается вся последовательность правителей данной страны, восстановление подобных хронологических рядов есть трудная задача историков. Однако среди списков подобного рода один имеет особенное значение: это так называемый Канон царей (Канон том базилейон), составленный знаменитым астрономом Клавдием Птолемеем, он начинается с вавилонского Набонассара, затем перечисляет царей новоавасской монархии, потом ассирийцев, персов и всех остальных повелителей потерявшего свою независимость Египта, т. е. македонских (греческих) династов и римских императоров, вплоть до Антонина Пия (138 - 161 гг. н. э.).

Приводим для примера начало и конец канона

	Годы	Сумма лет	Годы	Сумма лет
Набонассар	1	1	Травм	19
Надий	2	16	Адриг	21
Хинтерос	3	27	Агостия	23
				907

Здесь надо сделать некоторые замечания. 1) канон составлен в системе буждающего счисления года по 365 дней в каждом, без всякого високоса, так что в сущности это непрерывный счет дней. 2) с тех пор, как составлен этот канон, вавилоняне, ассирийцы, персы и все остальные народы считали года по-прежнему с 1-го января, т. е. с 1-го Тота, 3) отправной пункт всего счета, т. е. 1-е Тота 1-го года Набонассара, определяется в нашем календаре абсолютной и несомненной точностью, именно выходит (а) 1-е Тота 1-го года Набонассара - среда 26 февраля 747 г. до Р. Хр.

С этого момента, и притом с 1-го января, Птолемей ведет счет дней на 907 египетских лет. Правильность приведенного соотношения (а) подтверждается прежде всего тем, что Птолемей приводит в своей датировке ряд астрономических

явлений, перевела их на наш счет путем указанного соотношения, мы констатируем, что они приходится на те именно дни, в которые они должны были произойти по данным точных астрономических таблиц²¹.

Описания сейчас система датировок удержалась и в первые века христианства, разумеется, шероховатому делу никакого отношения еще не могла иметь. Хронологи продолжали Кален Протемиса через господствующих римских императоров, вплоть до Диоклетиана, причем получаются:

1-й год Диоклетиана $a = 1032$ год от начал Набониссара (сумма лет), с помощью соотношения (а) легко вычислится (б) 1-е Тот 1-го года Диоклетиана $= 13$ июля 284 г. по Р. Хр.

Если, однако, признать, что в III веке в Египте уже действовал не блуждающий египетский календарь, а ис- правленная его форма, т. е. александрийский счет, то 1-е Тот надо будет считать не по-египетски, а по александрийски, т. е. как 1-й помин год этого календаря, а так как александрийский Новый год совпадает с 29 августа ст. ст. (оба календаря, юлианский и александрийский, друг другу параллельны и начало последнего всегда есть в нашем счете 29 или 30 августа), то соотношение (б) правильно записать в александрийском счете так:

(б) 1-е Тот 1-го года Диоклетиана $= 29$ августа 284 г. по Р. Хр.

Соотношение (с) считается в хронологии столь же прочным, как и соотношение (а).

По не вполне понятным историческим основаниям эра Диоклетиана удержалась и в христианском Египте в сущности и по настоящий день. Прекратив счет по прочим правителям страны, египтяне продолжали считать в годах от Диоклетиана, и их современная датировка переводится на юлианский (или на григорианский) календарь с помощью соотношения (с).

Чрезвычайно любопытно отметить, что никакой эры от Рождества Христова весь христианский Восток не знает вовсе, например, 1923 год до 29 августа старого стиля (11 сентября и ст.) совпал с 1639-м годом Диоклетиана, т. е. 30 августа (12 сентября) для коптов, сирийцев и абиссинцев начался помин, 1640 год, так, что 12 сентября 1923 — 1-е Тот 1640-го года Диоклетиана — это есть т. е. что иное, как соотношение (с) в обратном стиле.

В равенствах (а) и (с) заложены символы «Р. Хр.» (т. е.

от Рождества Христова), хотя очевидно, что это суть некоторые позднейшие хронологические выводы, не говоря о моменте (а), никто и в момент (с) не взялся бы их проверить и написать. Теперь остается сделать последний шаг и посмотреть, когда и как они произошли?

То религиозно-астрономическое дело, которое первоначально христианство восприняло от Иудеи и Востока, именно вычисление пасхи по Луне и рав. оденственно, требовало в те времена солидакй учености, которая была неразрывно связана с научным центром древнего мира — Александрией, столицей эллинизированного Египта. Из Александрии получались первые паскалии, т. е. расписания дней празднования пасхи на известное число лет вперед. Одна из таковых — до нас дошедшая — была составлена александрийским патриархом Кириллом совершенно ясно, что как всякий календарный документ той эпохи она могла быть составлена только в годах «от Диоклетиана», без всякого упоминания символов «Р. Хр.» И действительно, эта паскалия была вычислена на 91 лет, т. е. не на годы 153—247 Диоклетиана. Когда срок этих паскалий их таблиц подошел к концу (около 242 г. Диоклетиана), римский папа, аббат Дионисий, взялся за ее продолжение, таким образом, ему надо было вести вычисление от 248 г. Диоклетиана вперед. И вот в одном письме, составленном по поводу этой работы, Дионисий объясняет, что он не посмел вести счет лет от языческого государя, и перешел к числелению от Рождества Христова «ab incarnatione Domini, postquam Iesus Christus» и в паскалии своих таблиц.

248 г. Диоклетиана = 532 от Р. Хр.

Точнее говоря 1 января римского юлианского года, падавшего внутри 248 г. Диоклетиана, есть то утверждение Дионисия, 1 января 532 г. от Рождества Христова, а так как 248 г. Диоклетиана продолжался и в юлианском счете от 29 августа 531 г. и 29 августа 532 г. (дальнейшие Дионисия сводятся к следующему равенству:

(а) 1-е Тот 248 г. Диоклетиана $= 29$ августа 531 г. от Р. Хр.

Если уменьшим обе стороны на 247, то непосредственно получим равенство (а), а с его уже известным перейдем к (б).

В равенстве (б) римского аббата перестали терять упоминание эры «от Р. Хр.» вообще. До этого момента, т. е.

та первый день видности лунно-гречески именуют с лунные майды Луны она сияет, за несколько минут до своего захода в сумерках вечера зарп

Здесь мы имеем полную аналогию с первым видимым восходом зари, как там после периода невидимости можно отметить первый доявление зари, так и здесь после между луния впервые наблюдается толкий серп заходящей Луны

Итак, помесяя это ее первый видимый заход. И так и этот майк и и римляне у всех народов, считающих дн от Луны к Луке, за начало календарного емесия, за начало сего 1 го числа ²²

Как и на этот момент существенно отличается от момента астрономического новолуния, в рассмотренном случае он наблюдается приблизительно через 26 часов после новолуния, однако для этого промежутка заивнет и от астрономических обстоятельств так, например, от положения Солнца на пути его видимого годичного обращения вокруг Земли и, разумеется, от явления метеорологических, которые могут и вовсе скрыть первый заход. В хронологии этот промежуток принимается в среднем равным 36 часам

Движение Луны чрезвычайно сложно. Чтобы уметь точно предсказать, например, через сколько дней от дня и ой лемениа произойдет лунная десятия, нужен большой запас астрономических сведений. Пока его нет, или пока нет уверенности в его точности, лучше обходиться, или, во всяком случае, проверять наступление нового месяца постоянным наблюдением лемениа и эти наблюдения фактически и составляют первооснову лунных календарных систем. В этом отношении древние евреи, римляне, греки, индусы, вавилоняне и современные турки-арабы идут совершенно одинаковым путем. В некоторых случаях, как в Турции эти наблюдения продолжают даже уживаться и с теоретическим лунным календарем. В древние же эпохи лемениа наблюдалась усердно и тщательно, отчасти подобно тому, как древние египтяне тщательно наблюдали юрмы восход своего Солнца

Мало того как только первый серп пронаблюден, надо известить население, которое еще не пользуется никаким писаным календарем, о начале нового месяца. В Риме, а более отдаленных местах это начиналось, как уже сказано в письмах и в указах, пот между 1 го числа месяца в

римском календаре называется календами, римляне никогда не говорили 1 го мая, но всегда календы мая 1 го

В других культурах формальность, которым сопровождается смена календарного месяца, принимают весьма любопытную и строгую для нас форму. У евреев, еще и Пивашей ара календар держался исключительно на наблюдении несомнений. Обязанность определения начала месяца лежала на иерусалимском синедрионе, который выделял для этой цели особую коллегию, эта последняя должна была производить самостоятельные наблюдения и в случае сомнения извещения свидетелей, очевидцев первого захода Луны, таких свидетелей не могло быть менее двух, и показания их не должны были быть противоречивыми, если являлось более двух свидетелей и надо было выслушать всех, мало того, каждый из них, очевидец первого захода, был обязан при всех условиях и даже в субботу отпраляться в Иерусалим для показаний. Всем ему составлялся доклад и если мнение коллегий совпадало с утверждением свидетелей, старший судья объявлял месяц и месяц мохатю. Затем начиналось оглашение населения, для этого употреблялась система сторожевых огней и три раза зажигались на холмах, потом перешли к посылке гонцов из Иерусалима в другие центры страны, причем и первый и второй способы были разработаны с большим тщательством. Но при всем этом, дабы избежать сомнения относительно наступления основных праздников (которые всегда в еврейском календаре полагаются на определенный день Луны), для них назначалось по два дня (Пасха и Новый год)

Чем вызвана такая осторожность в определении начала месяцев? Нам, живущим по лунно-солнечному, она кажется просто смелой. Но представим себе жизнь достаточно культурной страны, у которой наперед вычисленного, писаного календаря нет, где начало каждого месяца и каждого года нужно непосредственно открывать и определять, регулировка общественной и политической жизни зависит от того, когда и кем был замечен первый серп Луны, тогда будет ясно, что все эти тонкости вовсе не так несложны и оправдываются совершенно инстинктивной боязнью загустеть в счете времени и потерять часть дней

Говорить здесь о такде наблюдения могут быть случайными, не приходя. Погода может играть тут решающую роль. В магометанской «Сунне» сказано, если в определенный месяц не наблюдается, то определить его трудно и

тридцать дней, но это, конечно, очень наивно, ибо в ближайшем пункте может быть ясно, и там месяц выйдет в 29 дней. Мало того, непрерывные наблюдения песенных покажут только, что лунный месяц может содержать либо 29, либо 30 дней (так называемые пустые и полные месяцы). Но одни эти наблюдения не раскроют закона чередования пустых и полных месяцев, следовательно, зная, например, что в месяцах текущего года прошло столько-то дней, никто не может вывести заключения, сколько дней придется на отнюдь не лунные месяцы следующего года. Поэтому календарь, основанный на одних наблюдениях, есть только система хранения протекшего времени; он не допускает более или менее точного подсчета вперёд. Все это показывает, что если счет времени по Луне должен стать календарным, т. е. системой счисления времени в полном смысле этого слова, то его надо развить в арифметическую систему, основанную на точных данных астрономии.

2. ЛУННЫЙ МЕСЯЦ

Задача лунного календаря может быть формулирована следующим образом: установить такую последовательность чередования пустых и полных лунных месяцев (т. е. календарных месяцев в 29 и в 30 дней), при которой начала этих месяцев приходились бы постоянно на определенную фазу Луны, например на новолуние. Если некоторое число календарных месяцев (обычно 12) объединить в одну единицу, которую назовем лунным годом, то очевидно, что начала лунных годов должны приблизительно следовать за действительными астрономическими фазами Луны. Длина лунного года равна приблизительно $29\frac{1}{2} \times 12 = 354$ дня, она на целых 11 дней отличается от длины календарного солнечного года.

Следовательно, лунный календарь может быть хорошо согласован с Луной, но в соответствии календары (т. е. отнюдь не равноденствия) начала лунных годов будут неизбежно блуждать, поэтому такая форма лунного счисления называлась свободной, в этом смысле 12-месячный лунный год называется свободным лунным годом. Если же лунному календарю поставить дополнить точное условие, потребован, чтобы начала лунных лет всегда приходились на определенную пору солнечного года, т. е. на определенные относительно

времен года, то очевидно, что этому условию 12-месячным лунным годом удовлетворить нельзя. В этом случае получается усложненная система лунного счисления, называемая смешанной, соответствующий год, длина которого, как увидим, постоянно колеблется между 12-ю и 13-ю лунными месяцами, носит название связанного, или лунно-солнечного.

Отличительная черта обоих типов этих календарей, коренным образом отличающая их от нашего обычного счета, будет та, что 1-е число каждого календарного месяца в них должно приходится на новолуние, каждое 15-е — приблизительно на полнолуние. От подобных требований европейские календари свободны, как мы знаем, со времен Юлиана Цезаря.

Для арифметического построения высх этих более или менее сложных систем нужно очевидно, точно зная их основную астрономическую единицу, иметь длину лунного синодического месяца.

В астрономических ежегодниках имеются указания, на какие дни месяцев (и на какие часы) приходится в данном году все фазы Луны. Для примера и для дальнейших выводов ниже выписано, когда происходят в 1925 г. полнолуния, часы показаны в таблице по григорианскому времени, считая от полночи.

Январь 1925	Полночь 6 ¹⁴
Февраль 8, 22	20 ⁴⁷
29 16	20 8
Март 10 11	сентябрь 19
29 11	29 9
Апрель 3 1	Октябрь 27
29 11	29 12
Май 8, 11	Октябрь 11 17
29 8	9 15
Июнь 1, 2	Ноябрь 10 8
29 7	29 18
Июль 4, 1	Декабрь 7 2

Числа, поставленные сбоку, показывают, сколько дней и часов проходит между двумя смежными полнолуниями. Из них видно, что 1-е число каждого месяца колеблется в значительных пределах, так, например, от 21¹⁰ до 21¹⁹. Ясно, что такой, как говорят, неустойчивый лунный месяц отнюдь не годится в качестве меры времени. Если применить обычный

способ и образуем среднюю длину месяца для 1925 г., то получим приблизительно $29^d 12^h$. Но мы совершенно не можем быть уверены в том, что в 1926 году средняя длина месяца не получится отличной от только что найденной, очевидно, нужно брать значительно большие промежутки и из них выводить среднее. Если же хотим воспользоваться наблюдениями, то желательнее остановиться на таких полнолуниях, которые могли быть точно пронаблюдены. Здесь нам приходится на помощь лунное затмение при некоторых условиях. Луна во время полнолуния попадает в тень, которую Земля отбрасывает от Солнца в направлении Луны, происходящее тогда явление затмения легко наблюдается, его середина и может быть принята за самый момент астрономич. полнолуния.

Пользуясь этим, мы для вывода средней длины синодического месяца сравним два затмения, отделенные друг от друга весьма значительным интервалом времени в 2440 лет, для этой цели мы выберем за первое одно из древнейших затмений о наблюдении которого до нас дошла сведения.

Птолемей сообщает «В 27 г. Nabonassara, в ночь с 29 на 30 египетского месяца Тот было лунное затмение, оно наблюдалось в Вавилоне больше чем час спустя после восхода Луны и было полное». Перевод дат дает 721 г. до н. э., марта 19. Для определения момента середины затмения, который нам достаточно знать с точностью до часа, замечаем, что до табл. 2 этот день 19 марта был близок к весеннему равноденствию, когда Солнце повсюду заходит в 6 часов вечера (по местному времени) а так как в этот день было полнолуние то Луна взошла около того же времени, следовательно, начало затмения, то Птолемеем, пришлось приблизительно на 7^ч вечера, его середина на 9 часов. Итак, если считать время от полуночи, то момент первого полнолуния будет

$$T_1 = 0^h 12^m 12^s \text{ (или } 0^h 12^m 12^s \text{ по вавилонскому времени)}$$

Если теперь нам сравним другое, середина которого так же известна в Харькове, 1920 мая 3^ч 4^ч 15^с местное время, считая от полуночи. Сличив таблицы декомпозиции, что от первого момента до второго прошло $964291^d 30^h 12^m$ и в это же время 32 634 лунных месяцев.

Делением первого числа на второе получаем из этой пары наблюдений для средней длины синодического месяца

$$29^d 12^m 12^s \text{ или } 29^d 12^m 12^s$$

Это значение весьма близко подходит к точнейшей величине, принимаемой в астрономии ($29^d 53^h 38^m 81^s$). Однако совпадение отчасти случайное из нескольких пар таких затмений никогда не получится в точности одна и та же средняя длина месяца. Поэтому под средней длиной надо понимать среднее из целого ряда определенных указанным способом величин.

В хронологических вычислениях играют большую роль некоторые кратные только что найденной основной величине, а именно

12 лунных месяцев	$354^d 3671^h = 354^d 8^h 48^m 8^s$
13 » » »	$383,8877 = 383^d 1^h 53^m$
90 » » »	$2823,3282 = 2823^d 1^h 2^m 48^s$
235 » » »	$6939,6882 = 6939^d 16^h 31^m$

Кроме того, полезно тут же заметить соотношение между продолжительностью тропического солнечного года и длиной лунного месяца

$$1 \text{ тропический год } \frac{365,2422}{29,5306} = 12,3683 \text{ месяца}$$

Этих данных достаточно, чтобы приступить к изучению лунных календарей. Мы начнем с тропического, а основу которого положим свободный, т. е. не связанный с Солнцем лунный год.

3. МУСУЛЬМАНСКИЙ КАЛЕНДАРЬ

Календарные лунные месяцы могут заключать в себе только целое число дней, длин синодического месяца, $29^d 53^h 38^m$, показывает, что такими числами могут быть либо 29, либо 30, причем 30 должно повториться несколько чаще, чем 29. Если считать попеременно по 30 и по 29, т. е. чередовать пустые и полные месяцы, и 2 таких месяцев объединить в один лунный год, то его длина выйдет равной

$$n \times 6 = 29 \times 6 = 174 \text{ дней}$$

Между тем, 12 лунных месяцев, как мы видели, составляют $354^d 3671^h$, таким образом, считая все годы по 354 дня, мы каждый раз делаем ошибку в $0^d 3671^h$, и в нашем календаре новолуния будут непрерывно сдвигаться на позднейшие даты. Через 10 лет они уйдут от начала месяцев в 4 дня

замечтим с тех пор, что в лунных календарях (в число первого месяца должно совпадать с Новолунием) чтобы вернуть к тому месту, придется их задерживать в среднем на один день каждые три года, а для этого соответственно удлинять один календарь таким образом, прибавляя к нему каждые три года вместо 354 дней попарно также года простыми лунными придется считать в году 355 дней (назовем такие года лунными высокими). Отсюда видно, что задача построения свободной от ереси календаря, во всем с Солнцем и Луной календаря, сделать к следующему году, такой порядок чередования в фактах высоких и лунных лет, соответственно в 354 и 355 дней, при котором начала месяцев не отодвигались бы замето от новолуния.

Очевидно, эта задача будет решена, если удастся найти такое целое число x динных лет, которое бы на целых 100 образом приближалось к целому числу $100x$, т. е. отделилось бы от целого числа $100x$ на возможную малую дробь, ибо это целое число дней всегда можно распределить между отдельными людьми, комбинируя числа 354 и 355 .

Вопрос, который сейчас поставлен, вполне аналогичен задаче построения арифметического солнечного календаря, так как мы и здесь ищем систему вычисления. Однако на этот раз можно поступить и иначе, именно, мысленно $354^{\circ} 367'$ на числа 2, 3 и т. д. и выделять те случаи, когда полученные произведения возможно ближе подойдут к целому числу, т. е. когда их дробные части, начиная с десятичной

Результат этой простой операции следующий

$$a) 754^d, 1871 \times 8 = 2834^d 937$$

Только эти соотношения и имеют практическое значение в действующих календарях, первое ведет к так называемому турецкому, второе — к арабскому периоду високосны, как принято говорить, цикла. Рассмотрим каждый из них

А Трудский шёл Восемью простыми днями лет закали-
чают $354 \times 8 = 2832$ дня, между тем, такое же число астро-
номических дней лет равно и приблизительно 2835 (с ошиб-
кой почти в полученного выше точного числа в 0,063), и
этому на 8 простых лет целесообразно добавить три лишних
дней в годах, востановит три дня високоса по
355 дней, а в действительности $354 \times 5 + 355 \times 3 = 2835$

Распределен с в годовом, а также и с каждым с таким расче-
том, чтобы ошибка зачисления в конце каждого года не
превышала заданных δ д.я., предполагая, конечно, что в
начале года она равна нулю. Для этого применим во внима-
ние, что, считая год в 354 дня, мы отбрасываем 0,367 дня,
потому повсюду δ умножить сред на эту дробь (да, против
его момента в начале первого года δ должна присчитываться
354 в день, то делается ошибка $\delta \cdot 0,633$ и на эту долю
дня повсюду сдвигается назад. Поэтому, начиная с ошибки
 δ , будем с каждым простым годом присчитывать 0,367, и
когда ошибка будет превышать δ д.я., прибавим высо-
тос, отбрасывая при этом 0,633, тогда получим:

$\bar{Q} = 0,65$ в км/ч по годам				$\bar{Q} = 0,97$ в км/ч по годам				$\bar{Q} = 1,65$			
x	y	z	v	x	y	z	v	x	y	z	v
-	-	-	-	0,268	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	0,141	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	1,418	-	-	-	-	-	-	-

Таким образом, високосы оказывались на 2, 5 и 7 м месяцев длиннее, кроме того, мы видим, что к концу периода новолуние сдвигалось назад на 0,0664, что и естественно, так как длина периода (283) дней превосходит соответствующую длину восьми астрономических лунных лет именно на эту величину. Остается заметить, что 2835 дней содержит в себе целое число недель (40,5), поэтому к концу периода новолуние пало, что же, первые числа лунных месяцев) на дают с точю на те же дни недели. Зная это легко составить так называемый восточный календарь, где таблицы показывающие соответствие чисел месяца и дней недели внутри цикла (читать в левом столбце, конечно что сейчас так делают правее) и к юм у мусульман считается день, приходящийся по нашему счёту на пятницу. Языком мы думаем день соединения). Подобные таблицы называются у турок «рузмет», т. е. книга дней.

Б. Арабский целл. Из соотношения (4) вышло, что этот целл должен иметь 40 лет, по $354 \times 30 = 10620$ дней, между тем, дана 30 астрономических лет, т. е. лет приблизительно равна 10631, с погрешкой в 0,003, поэтому, да 40 лет можно поместить 11 вихрь соловей. Действительно

654 1.4 + 3.8 11 14.9

Расположение вершины трех выносов будет, очевидно, такое же, как и в турецком цикле (т. е. 2, 5 и 7 м. от ут.), ибо каждая из этих створных точек — За и Юн — последует второй по числу лет в цикле, в годах которого они в-

ны будут отличаться от ошибок первого на $-0,064$. Таким образом найдем високосы на 13, 15-м месте, заключительная ошибка 16-го года будет $-0,128$, прилагая ее к начальным значениям ошибки по турецкому циклу, увидим, что високосы 2 и 4, теперь 18 и 21, останутся на местах, но после этого распределены ошибки будут следующие:

К цикл.	21-го года	$0,283$	к цикл.	26-го года	$0,458$
" "	22	" $0,371$	" "	27	" $-0,09$
" "	23	" $0,441$	" "	28	" $0,276$
" "	24	" $0,522$	" "	29	" $-0,307$
" "	25	" $0,117$	" "	30	" $0,010$

Таким образом, високосы арабского цикла стоят на местах

2, 9, 11, 13, 15, 16, 18, 21, 24, 26, 29

К концу цикла новолуние сдвигается на $0,010$ вперед и, следовательно, в 100 циклов или 3000 лет уходит на один день, точность периода, таким образом, очень велика. Любопытно заметить, что ошибка к концу 15-го года равна $(-0,431) + (-0,064) = -0,495$. У арабских астрономов эта ошибка выходила равной $\frac{1}{2}$ дня, и они ставили себе коварный для всякого вычислителя вопрос считать ли ее равной нулю или единице? В первом случае 15-й год цикла простой, 16-й високос, во втором наоборот. Этот вопрос, конечно, «решен» быть не может: он требует просто дополнительного условия, в настоящее время обычно считается високосным 16-й год, как и показано в нашем списке.

Изложением исчерпывается арифметическая часть свободного лунного календаря, которым в настоящее время пользуются исключительные народы ислама. Таким образом, их лунный год в среднем на 11 дней короче нашего солнечного и, следовательно, в нашем календаре, как более длинном, начало магометанского года отстает постоянно на 11 дней назад и приблизительно в 33 года обходит весь круг времен года — весну, зиму, осень и лето. Начало счета, или магометанская эдждра, положено на начало того лунного года, в котором Магомет, спасаясь от преследования глечени корейшитов, бежал из Мекки в Медину, 1-й день первого месяца (Мохаррем) этого года есть отправной пункт мусульманской эры. Исторические данные и записи арабских астрономов устанавливают, что 1-е Мохаррем относится к июню 622 года, а так как астрономическое

новолуние произошло в тот год 15 июля, то можно положить

1-е Мохаррем 1-го года эдждры 1 июня 622 (1 эдждра)

Но в народе крепко держится и по сейчас счисление месяцев не от астрономического новолуния, а от неомениа, которая наблюдается в среднем за сутки позже, поэтому чаще применяется соотношение

1-е Мохаррем 1-го года эдждры 16 июня 622 (1 эдждра)

Эти замечания надо всегда иметь в виду, говоря о переводе мусульманских дат на даты солнечных календарей. Не зная, какое из равенств (a) или (b) является в основу датировки и какой год цикла, 15 или 16-й, считается лунновисокосным, можно всегда сделать ошибку в один день. Поэтому для гарантии желательнее, чтобы, кроме магометанской даты, был задан также и соответствующий ей день недели.

Установив, таким образом, отправную точку счета, приведем пример движения начала мусульманского года в нашем календаре (при равенстве (b)) и високосы на 16-м году цикла)

Год эдждры	Дата и год	М е с я ц	Д е н ь	В и с о к о с
1442, 1-е Мохаррем	1921, апр.	1	22	н
1443	"	2	19	н
1444	"	22	16	н
1445	"	1	25	н
1446	"	1	26	н

Нельзя отрицать, что такой календарь производит на европейца довольно странное впечатление. Мусульманский год абсолютно не соответствует коренному трисованию, представляемому нами к году их «год» вовсе не складывается из времен года. Если я скажу, что такое-то событие произошло, например, в 25-й день Сафара (2-й месяц), то это утверждение не сопровождается в моем представлении теми значительными жизненными ассоциациями, с которыми неразрывно связана датировка в солнечном году (вещные климатические условия, годичное распределение работ). «25 Сафара» говорит мне только, что событие произошло за 4 или 5 дней до новолуния, значит, в период безлунных ночей, но это едва ли, вне связи с временами года, имеет большое практическое значение.

Почему же магометане так гордо держались за свой удивительный свободный лунный год? Ответить на это довольно затруднительно, тем более что даже их религиозное учение не содержит никаких обоснований правил Магистета. Замечательно, что доисламское арабское летоисчисление знало системы счета, при которых начала лунных месяцев вновь возвращаются к определенному моменту солнечного года, в чем, как мы уже говорили, состоит основная проблема лунно-солнечного календаря. В VII в. было тем легче развить эту систему, что срейский календарь уже получила свою окончательную формулировку и эта задача была уже решена, руководило ли Магометом, когда он создавал свой догмат о беспрерывном календаре, желание отделить арабов, в смысле счисления времени, от других семитических народов, в частности евреев, или же иные мотивы, — сейчас решить нельзя.

Свободным лунным годом пользуются исключительно народы мусульманского Востока (арабы, турки, персы, индусы-магометане, татары, кавказские горцы и др.) И как трудно отделили их система от примитивного наблюдения первого захода молодой луны! Так, например, в Турции до недавнего времени важнейшие празднества и посты назначались не в день, показанный в календаре, а в день действительной неомении, в Константинополе еще за два месяца до наступления Рамадана (9-й месяц, месяц особо важного поста начинались наблюдения Луны, чтобы по тому возможно точнее «предсказать» эту неомению и не зависеть от погоды). Для этого уже с конца 6-го месяца правительные собирались за городом на холмах, чтобы пронаблюдать явление 7-го месяца, как только это случится, отправлялись к судье, который записывал их показания в протокол и пересылал его придворному столичному (Истамбул эфенди). По же происходило и в последние дни 7-го месяца, установив, таким образом, «астрономически» начало 8-го месяца, Шабана, придворный отчет дал 30 д. ей вперед и назначал день начала Рамадана, и в этот день с заходом Солнца, и уже некая на то, говорящая ли в стороне Мраморного моря толпкой серебристый сирп или же нет, Рамадан считался начавшимся и тысячи огоньков мелькали над минаретами и рухляк нады возмещала о том толпе.

Остается показать, насколько мусульманский календарь соответствует своему назначению, именно насколько близко начала его месяцев совпадают с новолуниями, или,

если исходить из соотношения (6) лунного календаря, с действительными новолуниями. Для этой цели выбран в задачку 1137 г. гаджри составлена таблица, в которой приведены названия месяцев и их длина, перевод дат на юлианский стиль, астрономическое новолуние в Константопольском армени, считая от полуночи, и указав, какого числа нового стиля мог наблюдаться вечером первый серп, это первый вечер после исчезновения 36 часового промежутка от новолуния (табл. 7).

Табл. 7

Гаджри (г.)	Длина месяцев (д.)	Юлианский стиль	Новолуние	
1-е Мохаррем (30)	1726	IX 10	IX 17, 12 ⁰⁰ 17 ⁰⁰	IX 19
1-е Сафар (29)		X 20	X 17, 6 14	X 18
1-е Раби I (30)		XI 18	XI 16, 0 29	XI 17
1-е Раби II (30)		XII 18	XII 16, 19 40	XII 17
1-е Джумада I (30)	1727	I 16	I 14, 3 12	I 16
1-е Джумада II (29)		II 15	II 11, 5 02	II 14
1-е Реджеб (30)		III 16	III 14, 17 17	III 15
1-е Шабан (29)		IV 14	IV 13, 4 19	IV 14
1-е Рамадан (30)		V 14	V 12, 12 29	V 15
1-е Шавваль (30)		VI 13	VI 11, 19 26	VI 12
1-е Дzul-хидже (30)		VII 12	VII 12, 2 10	VII 11
1-е Дzul-хидже * (30)		VIII 11	VIII 8, 9 50	VIII 10

* В этот день астрономы видели в Константинополе 36 дней Лунный год протек

Нас интересует сравнение второго и четвертого столбцов, тут надо вспомнить, что мусульмане начинают свой день с вечера, за шесть часов раньше нас, поэтому даты в четвертом столбце правильно увеличивать на единицу. После этого оба сходятся в общем замечательное согласие обоих рядов, календари, разработанные арабскими астрономами, превосходно выполняют задачу, которую ему поставил ислам.

4. ПЕРВИЧНОЕ ЛУННО СОЛНЕЧНОЕ СЧИСЛЕНИЕ

Мы подошли теперь к интереснейшей проблеме календаря — объединить в одной и той же системе исчисления даты календаря с движением Луны и с движением Солнца. Здесь требуется не переключаться, достигнуть того, чтобы начала календарных месяцев не отходили от новолуний, и, во-вторых, создать из этих лунных месяцев новую единицу — год — с тем, чтобы начало его не отходило от солнечного и от астрономически важных моментов солнечного года, например от равноденствия. Решая эти проблемы, добивались астрономы всего древнего мира, она становилась весьма трудной, и когда, например, она была решена в Греции, то это открытие гриметивалося как очень большое достижение, ввешее порядок в учение о движении светила.

Так как двенадцать лунных месяцев на 11 дней короче солнечного года, то черт к календарю три лунных года его начало отстает в солнечном году больше, чем на месяц, это было показано на примере свободного лунного календаря.

Но если, когда нагуст такая ошибка, вставить в лунный год тринадцатый лунный месяц²⁵, то начало следующего года придется примерно на ту же дату в солнечном календаре, на которую оно приходилось три года тому назад, следовательно оных календарей будет приближаться только достигнута. Конечно, если поступать так через каждые три лунных года, то скоро же опять придет в расстройство, ибо вставке пока числа грубо приближенные. Поэтому народы древних семитических культур, которые считали дни месяцев по Луне, от новолуния к новолунию, но для которых все-таки осмысленно было в их исчислении расстаться совершенно с годом Солнца, годом сей живой природы, прибегают к такой вставке 13-го месяца всякий раз, когда она представлялась необходимой, чтобы вновь привести начало лунного года, например, к началу весны.

Эта система новолунных вставок, древнейшая у человечества, имеет в указе вавилонского царя Хаммураби (2094-2021 гг. до н. э.), данным на имя одного из его вассалов, где сказано «Так как год имеет недостаток, то пусть месяц, который сейчас начинается, получит название второго Элуля, и потому подать Вавилону причитается не на 25-е число Тисри, а на 26-е второго Элуля». Здесь совершенно ясно видно как осознание и последователь-

ность лунных месяцев вавилонского года, что Элуль Тисри, нарушается вставкой второго Элуля между ними, так что данный год, имеющий недостаток, т. е. год, конец которого приходится был по Солнцу длиннее, чем ранее, увеличивается на 13-й добавочный месяц. Такой способ продолжительных вставок удерживался в Вавилоне с древнейших времен вплоть до IV в. до н. э., когда вавилоняне перешли к системе счисления, или шиккайского, счисления.

Сказанное относится и к древним евреям, сейчас довольно трудно установить, начинался ли их год с осеннего или с весны, можно думать, что после вавилонского изменения (397-338 гг. до н. э.) начало официального и церковного года было перенесено на весну, между тем как в народе удержалось древнейшее, именно осеннее начало года (оно сохранилось и по сейчас в сирйском календаре), весенний же год начинался, ко времени весенней жатвы, когда в наиболее жарких областях Палестины созревает ячмень (середина апреля — середина мая). На эту пору должен был приходиться канис, древний месяц «новых плодов». Поэтому, когда, например на 11-м месяце, становилось ясно, что ячмень через два месяца не созреет, то к концу текущего лунного года прибавлялся 13-й месяц, по этой причине начало следующего года задерживалось на 30 дней, а продолжительность текущего года выходила равной приблизительно 384 дням. Возможно, что именно климат Палестины с его резким и постоянным делением года на две части, зноя и дождей, позволял здесь сохранять подобное счисление в течение столетий, без путаницы в календаре. Новый год отчетливо фиксировался тут климатически а климатические периоды сравнительно точно были определять лунный календарь.

Не так дано описано в первоначальном еврейском календаре вызвал значительный интерес археологов в связи с находкой в городе Ассуане в Египте в 1904 г. десяти папирусов, составленных на арамейском языке²⁶. Несмотря на 2300-летний возраст, они до степени сохранности археологически впечатлительны, написанных на днях. Бытовое название их огромно это нечто вроде семейно-инициального архива двух поколений еврейской семьи, прибывшей в Египет, как можно думать, вслед за войсками царя Лерсакского (1500 г.) обосновавшейся около древнего Сина (Ассуана). Период времени, ими охватываемый, составляет 60 лет (с 471 г. до 411 г. до н. э.) для археолога особая важ-

кость этих документов заключалась в их характерных датировках, имеющихся в еврейском и греческом и в арабском календарях.

Приводим для примера первые строки пapyrus Дрисе 8 в Героние Саусе «21-е Кислевые в 1-й год Месори, в 6-й год Артаксеркса царя, сказал Мазия, сын Гедония, иудей, сближающий иерусалимскому царю и крепости Габ» — датировка выделено красной чертой. Эта датировка, конечно, двойственна тем, что в ней Гирсен несомненно сделал ошибку, помня 6-й год Артаксеркса вместо 7-го года.

Действительно, исходя из данных Каюса Птолемея нетрудно вычислить, что 6-й год Артаксеркса закончился 16 декабря 460 г. до н. э. (т.е. Тот) следовательно, 1-е Месори, начало 1-го месяца, приходилось на 11 ноября 459 г. до н. э. Далее, в документе утверждается, что эта



Рис. 8. Армянская палатка, вытравленная в египетском и еврейском календарях.

дата совпадала с 21-м числом еврейского 12-го месяца Кислев. Значит так или иначе 20 дней до 22 октября, была именована, но это неверно. Расчет и закончатся в этот день, означая предшествующий 1-му октября. Ошибка очевидна. Между тем если учесть, что в 1-й год Месори, в 6-й год Артаксеркса, то выйдет 1-е Тот 16 декабря 460 г. 1-е Месори 11 ноября 460 г. 1-е Кислев 22 октября 460 г., а греческое же означавшее 22 октября, совпадение прекрасное. Удовлетворительное соглашение датировки и греческих и еврейских

Правда, там себе телери, что подобные параллельные лунно-солнечные данные имелись. Сказано нас для целого ряда моментов, более или менее равномерно распределенных на продолжительном интервале, можно было бы считать, что порядок чередования коротких еврейских лет (12-месячных) и длинных (13-месячных), иными словами, была бы структура счисления, если бы оно было в то время систематизировано. К сожалению, ассирийские папирусы недостаточны для решения вопроса в ту или другую сторону.

Несмотря на очевидную примитивность и, скажем, системы произвольных вставок, следует помнить, что название с в истории науки очень высоко. Там, там развивалась астрономия, где применялся лунно-солнечный календарь. В вавилонских таблицах заходятся чаши и адрас следующие: «Если в первый день Нисана Луна в соединении с Плеядами, год краток, если на третий день Нисана Луна в соединении с Плеядами, год полный, 13-месячный». Такие указания астрономически правильные обнаруживают уже обширные и систематизированные наблюдениями материал и приближают нас к окончательному решению задачи лунно-солнечного счисления.

5. ОСНОВНЫЕ ЦИКЛЫ

Арифметически законченные лунно-солнечные системы (схемы) на двух астрономических «стоянках» — длине года (365¹/4 2422) и длине лунного месяца (29¹/2 5306). Пользуясь этими точными данными, весьма просто решить основную задачу лунно-солнечного счисления, т.е. установить, сколько месяцев соответствует целому числу солнечных лет, и как наиболее выгодно чередовать короткие 12-месячные лунные годы с 13-месячными, выходящими месяцами, чтобы в течение всего периода держать набежавшие лунные лет возможно ближе к какому-либо моменту астрономического солнечного года, например к равноденствию. Можно было бы воспользоваться для этой цели либо арифметической теорией подходящих дробей, либо быстрой системой приемов, применяемых при вычислении магистральных циклов.

Но необходимо помнить, что древнегреческие рассказы таких периодов не располагали только что приведенными точными данными. Напротив, они скорее всего подходили к этим значениям с тем или иным предположением о последовательности

ного приближения, открывая разрывные симметричности между годом и месяцем, т. е. находя такие кратные от числа лунных месяцев и солнечных годов, которые дадут одно и то же, и притом близкое к целому, число дней, они постепенно улучшали исходные значения обеих искомым величин. Тот процесс, которым они при этом шли, в точности неизвестен. Но ввиду важности вопроса полезно хотя бы предположить, так или иначе, его восстановить.

В этом исследовании будем предполагать, данным только следующее: солнечный год составляет приблизительно 365 $\frac{1}{4}$ дней; лунный месяц равен 29 $\frac{1}{2}$ дням, в календаре можно считать либо пустые, либо полные месяцы.

Самое грубое наблюдение показывает, что 3 года (1095 дней) соответствуют приблизительно 37 лунным месяцам ($12 \times 3 + 1$); действительно, состав из них 19 полных и 18 пустых, получим:

$$19 \times 30 + 18 \times 29 = 1092 \text{ дня}$$

Так, если в данное равенство случилось полноту, то через три года в этот момент Луна снова будет близка к полнолунию.

Более точные наблюдения приводят к составлению восьмилетнего периода; в самом деле, взяв 99 месяцев и сделав из них 51 полный и 48 пустых, найдем:

$$51 \times 30 + 48 \times 29 = 2922 \text{ дня}$$

Но и восемь лет (365 $\frac{1}{4} \times 8$) составляют тоже 2922 дня; поэтому через восемь возращений Солнца к равноденствию Луна должна снова вернуться к исходной фазе.

Попробуем теперь объединить оба периода, 3 и 8 летний, в один общий, 11-летний; затем вновь соединим 8- и 11-летние периоды в новый, 19-летний²². Мы получим вполне определенные совокупности пустых и полных месяцев, равно как и соответствующее им целое число дней. Если это число дней плохо согласуется с кратными действительных астрономических месяцев, то к концу периода новолуния сдвинутся в календаре с 1-го числа и с повторением периодов будут все дальней отходить от этой даты. Ошибку в отношении Солнца, т. е. сдвиг начальных моментов периодов от равноденствия, оставим пока без внимания. Сведем все эти данные в таблицу (табл. 8).

Мы видим, что такое число не периодов, ни к чему не ведет, если оба все время догадывались. Но мы можем четко по-

Таблица 8

Период в годах	Число полных месяцев	Число пустых месяцев	Число дней	Период в лунных месяцах	Число дней (по астрономическим)	Число дней (по календарным)
3	19	18	37	1092	1092 ⁶³	1063
8	51	48	99	2922	2922,53	2922
11	71	64	136	4131	4131,16	4131
19	121	114	235	6936	6936,09	6936

Таблица 9

Период в годах	Число полных месяцев	Число пустых месяцев	Число дней	Период в лунных месяцах	Число дней (по астрономическим)	Число дней (по календарным)
3	19	18	37	1092	1092 ⁶³	365 ⁴ 000
8	51	48	99	2922	2922,53	365,500
11	71	64	136	4131	4131,16	365,091
19	121	114	235	6936	6936,09	365,263

равить дело, вместо полных 8-летний период равным 2924 дням, что, как мы знаем, ближе к истине, чем 2922 дня; для этого достаточно два месяца из числа пустых сделать полными, тогда операция соединения периодов даст уже совершенно иную картину (табл. 9).

Одного взгляда на эту таблицу достаточно, чтобы оценить все превосходства периода, устроенного, как указано в последней строке, в отношении Луны он дает на 235 месяцев довольно слабую ошибку в 0,3. дня. Средний месяц, т. е. $\frac{6490}{235}$ дней или 27 $\frac{1}{2}$ 45^м, выходит только на 2 минуты длиннее астрономического, длина года получается равной 365 $\frac{1}{4}$ дней или 365 $\frac{1}{4}$ 19^м, т. е. приближается к величине 365 $\frac{1}{4}$ дня; а эта величина долгое время считалась у греков неизменной истинной. Все прочие периоды, т. е. 3, 8 и 11-летний слишком сильно расходились либо с Луной, либо с Солнцем.

Итак, естественным образом приходится прийти к знаменитому соотношению Метона (12² + 120 = 235 месяцев), считая в том числе 125 полных и 110 пустых, а всего 6940 дней, соответствует 19 солнечным годам.

Такой цикл осуществляется включением 7 эмболических месяцев на 19 лунных лет (12 × 12 + 13 × 7 = 235 месяцев).

Вышеуказанное сейчас соотношение справедливо считается одним из чудесов, греческой астрономии. Но нужно помнить, что не только греки, но, в различные эпохи, вавилоняне и сарены, индусы и китайцы пользовались им. Познание его составляет как бы часть основного запаса научных сведений человечества. Однако греки дали значительно дальше, внося в полусекундное соотношение две поправки Калиппа (330 г до н.э.) и Гиппарха (.25 г до н.э.)

Поправка Калиппа длила солнечного года введенная из круга Метона, слишком велика. Действительно, мы имеем.

$$\frac{6940}{19} = 365 \frac{5}{19} = 365 \frac{20}{76} \text{ дня}$$

Но, согласно египтянам, солнечный год равен

$$365 \frac{1}{4} = 365 \frac{49}{76} \text{ дня}$$

Итак, солнечный год в кругу Метона на $\frac{1}{76}$ дня длиннее, чем следует, за 76 лет календарь должен уйти от Солнца на 1 день.

Поэтому естественно сократить четыре метоновых периода на 1 день, сделав один пустой месяц там, где полагался полный. Тогда получится

$$76 \text{ лет по } 365 \frac{1}{4} \text{ дней} = 27750 \text{ дней.}$$

с другой стороны,

$$489 \times 30 + 441 \times 29 = 27759$$

Поэтому можно положить:

76 лет (юлианских) = 940 лунных месяцев, при 441 пустых и 499 полных, = 27759 дней.

Эта поправка удачная, она правильно укорачивает длину солнечного года и наряду с тем дает хороший результат

для Луны, лунный месяц выходит равным

$$\frac{27759}{499} \text{ или } 55 \frac{12}{499} \text{ сут.}$$

так что в длине его остается только еще 2 $\frac{1}{2}$ "

Поправка Гиппарха Этот астроном с греческого стремился отделить, что в году 365 $\frac{1}{4}$ дней, в этом оставалось вследствие того, что вольного сокращения превращены разности, которые он давал путем счисления, с тем, что в действительности, в соответствии с тем, что за 147 лет разность стала равна 1 $\frac{1}{2}$ сутка²⁸. Откуда он делал поправку, заключая, что длина солнечного года была, что была 365 $\frac{1}{4}$ сутка, должна быть с тем, что величина, прибавляемая на 20 $\frac{1}{2}$ минут, т.е. на 4 $\frac{1}{2}$ минут, что 4 $\frac{1}{2}$ минут составляет приблизительно 1 $\frac{1}{2}$ сутка, Гиппарх считал, что длина четырех юлианских периодов (4 × 365 $\frac{1}{4}$ = 1461 $\frac{1}{4}$ дней) должна быть укоротить на один день, таким образом, он получил

$$1461 \frac{1}{4} \text{ сол. солнечных года} = 2.759 \frac{1}{4} = 111035 \text{ дней или } 940 \times 4 = 3760 \text{ лунных месяцев}$$

Эта поправка, в свою очередь, улучшала соотношение не только для Солнца, но и для Луны, Луна, тогда делая 1 $\frac{1}{2}$ парха в 3760 дней

$$1 \text{ солнечный год} = 11 \frac{1}{4} \frac{1}{4} \text{ парха} = 55 \frac{1}{4} \frac{1}{4} \text{ сут.}$$

$$1 \text{ лунный месяц} = \frac{111035}{499} \text{ сут.} = 55 \frac{12}{499} \text{ сут.}$$

Таким образом, в длине солнечного года остается, против астрономического определения ошибка всего 4 $\frac{1}{2}$ минут (см. стр. 324), в длине месяца ошибки фактически уже больше нет²⁹ (стр. 374)

Заметим, что разность между «месяцем» Калиппа и «месяцем» Гиппарха составляет

$$\frac{27759}{499} - \frac{111035}{499} = \frac{1}{499} \text{ сут.}$$

Поэтому 3760 «месяцев» Калиппа и 1 день длиннее того же числа «месяцев» Гиппарха. Но 3760 месяцев Калиппа равны

$$3760 \times \frac{76}{499} = 574 \frac{1}{499} \text{ лет по } 365 \frac{1}{4} \text{ сут.}$$

Таким образом, мы приходим к равенству
 $304 \text{ лет} = 76 \text{ месяцев Гиппарха} - 4 \text{ дня}$

Если считать месяцы Гиппарха астрономически окончательно верным, то это приводит к формулировке за 304 лунных года фазы Луны совпадают в юлианском календаре на один день назад.

Этот окончательный и важный результат не получил, однако, применения в календарном деле. Даже и 76-летним периодом Календа пользовались исключительно греческие ученые и хронологи. Так, например, Птолемей в «Альмагесте» датирует годы в калипповых периодах (начало первого периода падает на 28 июля 330 г. до н. э.), а числа месяцев в египетском календаре — любопытное соединение двух совершенно различных систем.

Приведем численную иллюстрацию результата Гиппарха, для этого составим таблицу действительных астрономических новолуний для 284 и 29 (с тем связаны основные вычисления пасхалии) и сравним их с датами соответствующих новолуний для 1500 г. Так как эти годы отделены промежутком в 1216 (304 × 4) лет, то следует ожидать сдвига новолуний в среднем на 4 дня. Вычисления же дают следующую картину (табл. 10).

Таблица 10

284 г.	1500 г.	Сдвиг	284 г.	1500 г.	Сдвиг
I 5,5	I 4,3	+1,2	VII 29,9	VII 26,2	-3,7
II 4,3	II 30,8	-4,5	VIII 28,2	VIII 24,9	-3,3
III 4,9	III 29,3	-4,6	IX 26,6	IX 23,4	-3,2
IV 3,5	IV 29,8	-4,7	X 26,2	X 23,0	-3,2
V 4,1	V 28,4	-4,3	XI 24,8	XI 21,1	-3,7
VI 2,1	VI 28,0	-4,2	XII 24,5	XII 21,0	-3,5
VI 20,6	VI 26,6	-4,0	Среднее для 4 лет сдвиг на		-3,9

Вся оставшаяся здесь невязка падает на счет юлианского календаря, если бы наш солнечный календарь был составлен по циклу Гиппарха, то 4 периода были бы укорочены на 4 дня, и ошибка к концу всего интервала свелась бы практически к нулю. Следовательно, если бы построить

солнечный календарь по Гиппарху и ретроспективно, на какие числа падают в нем новолуния, то они все возобновились бы на тех же датах через 304 608, 912 и т. д. лет, одним словом, было бы достигнуто полное выравнивание календаря с Луной. Однако система осталась бы все-таки несовершенной, так как в календаре Гиппарха астрономическое равноденствие отходило бы от момента, назначенного для него в календаре за каждые 304 года на 5¹/₂ или приблизительно на 149¹/₂.

Устранение этого последнего дефекта означало бы долго ждать, оно было осуществлено, лириком с большим успехом, только в эпоху Возрождения при григорианской реформе церковного календаря.

6. ВОСЬМИДЕТНЫЙ ПЕРИОД И МЕТОНОВ КРУГ

С лунно-солнечными системами, доведенными до бытового для всех, кто пользуется лишь обычным юлианским календарем, лучше всего познакомиться на простом примере. Для этого рассмотрим самый краткий из всех введенных периодов, именно восьмидетный, для упрощения отбросим пока астрономическую невязку цикла и будем исходить из соотношения

8 солнечных лет 2922 дня 99 лунных месяцев

Но 8 лет по 12 месяцев составляют только 96 месяцев, ясно, что на протяжении этих 8 лет надо вставить 3 дополнительных (эмболемических) лунных месяца. Таким образом производят 5 лет по 12 месяцев и 3 года по 13 месяцев, эти длинные годы условно можно назвать «эмболемическими».

Справедливо, прежде всего, как разместить эти длинные годы между всеми 8-ю годами круга? Ответ на этот вопрос всецело зависит от условий, которые мы поставим календарю, в данном случае мы поступим аналогично тому, как поступали при распределении високосных лет в юлианском периоде или лунно-високосных в арабском (зале). Допустим, что в начале цикла начало солнечного года в точности совпадает с началом лунного года. Определим затем последовательность чередования коротких и длинных лет (354 дня) и длинных лет (384 дня) с таким расчетом, чтобы во всех последующих годах круга в начале следующего года не отходило от начала соответствующего лунного года в ту или другую сторону больше, чем на один день. По моему мнению, что

солнечный год равен 12,368 месяцев, поэтому если лунный год (считать ровн) в 12 месяцев (354 дня), то к концу его Солнце придет вперёд на 0,368 месяца, если же прибавить к концу текущего года лунный отсчёт в 13 месяцев (390 дней), то к началу следующего лунного года Сол не отойдет назад на 13 - 12,368 = 0,632 месяца. С этими данными легко вычислить таблицу «всех делений Солнца» к концу каждого лунного года при составлении естественного и размещаясь зодиакальных знаков в круге.

Смале на початку сонячного тижня кінці днів і ночей рівні, а потім починає змінюватися, збільшуючись (в добу місяця).

$K \setminus K'$	1 row	0.368	$K \setminus K'$	1 row	0.160
α	β	0.26	α	β	0.208
α	γ	0.10	α	γ	0.525
α	δ	0.17	α	δ	0.06

Таким образом, чтобы избежать опечаток или сменения буквы, чем в полмесяца, нам пришлось проставить длинные (эмблематические) буквы на 2, 5 и 7-м местах, откуда получается следующая схема разделения дель во всех полных лунных годах лунного круга:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Cayman 2022 349

Теперь читатель должен представить себе, что с некоторого определенного момента текут оба календаря: один солнечный, на восемь лет (причем четвертый и восьмой год будем считать високосными), и другой лунный, тоже на восемь лунных лет, при трех вставных месяцах, как сейчас показано. Посмотрим, сколько от общего отставного момента пройдет дней с одной стороны — в начале 2-, 3-го и следующих солнечных годов, а с другой — в начале 1-го и 2-го из 8 лунных годов. Эти суммы дней в пропущенных годах введем в таблицу.

Из этих таблицы сейчас же станут ясны и все мудреные количества, относящиеся к делу царя. Его последний столб, надо читать так: от объекта спиртного пункта до 18-го года, когда объект прекратит свое существование, чем до

А. Иск. и р.	В. Иск. и р.	С. Иск. и р.	Д. Иск. и р.
2-го	365	375	1
1-го	743	718	8
4-го	1205	1191	
5-го	1181	1150	+15
6-го	1826	1830	5
7-го	201	284	+7
8-го	2556	2368	12
9-го	2922	2922	0

начала 2-го лунного года до начала 8-го солнечного года на 12 дней меньше, чем до начала 8-го лунного года, но до начала 9-го года — одинаковое число дней, ведь в этом и состоит процесс выравнивания календарей в 8-летнем круге!

Каков же будет соотношение между моментами и вращением в одном календаре какой-либо даты, чья-то фиксации в другой?

Тут могут представиться два внутренних донатора, но в сильне совершенно различных случаях

А Некто ведет непрерывный счет в лунном календаре, т. е. от новолуния к новолунию, и замечает, что в первом году круга определенным дням соответствуют валендары, с 15-м апреля, совпала с 15-м числом второго лунного месяца. Сравнивая, на какие дни и второго лунного месяца приходят 17 апреля во всех последующих годах цикла?

Отмет ясно, что не может быть считаться именно указан-
ный момент за объект исходный пункт счета, а так как до
возвращения 17-го числа прибавят 11 дней больше, чем
до возвращения 15-го числа второго лунного месяца, то
во втором году оно укажет, а 26-е число этого месяца, в
третьем на 19 дней раньше, т. е. на 7-е число, в четвертом
на 11 дней позже, т. е. на 18-е число, и т. д. Таким об-
разом, в лунном календаре взятая для примера дата по-
следовательным образом на числа

(a) 15, 26, 7, 18, 30, 11, 22, 3, 15, 20, 7 σ (approx) μ (approx)

Это мы можем формулировать так: любая дата, отмеченная на календаре, в солнечном календаре, будет в лунно-солнечном календаре в течение цикла перескакивать с даты на дату, причем только к началу следующего цикла она впервые вновь вернется к своему исходному месту в лунном счете, если и к моменту, то описанный процесс повторится неопределенное число раз, тогда вообще данный солнечный момент может совпадать только с вполне определенными числами лунного календаря.

В Некто ведет счет в солнечном календаре и замечает, что в первом году круга определенная лунная дата, например новолуние, т. е. 1-е число третьего лунного месяца, совпало с 16 мая. Спрашивается, на какие числа мая придется новолуние третьего месяца в последующих годах круга?

Ответ сразу получится из предыдущего, заменой слов «раньше» на «позже» и наоборот, т. е. плюса на минус, мы установим, что 1-е число третьего лунного месяца последовательно придется на:

(а) 16, 5, 24, 13, 1, 20, 9, 28, 16, 5, 24 ... мая.

Это показывает, что любая дата, фиксированная в лунном календаре, будет перескакивать в течение периода с даты на дату, причем только к началу следующего цикла она впервые вновь вернется к исходному месту, и если избранный цикл точен, то описанный процесс повторится неограниченное число раз, так что вообще заданный лунный момент может совпасть только с раз навсегда определенными же восемью солнечными датами.

Наконец, из чисел рядов (а) и (б) получится и величина последовательных скачков любой даты солнечного календаря в лунном счете (тип А) или же, наоборот, лунной даты в солнечном календаре (тип В).

Мы находим путем вычитания предыдущего из последующего в рядах (а) и (б)

Для типа А: $-11, -19, +11, +12, 19, +11, -19, +12$

Для типа В: $11, +19, 11, -12, 19, 11, +19, -12^{\circ}$

Полученный на последней строке результат можно формулировать и в такой форме. Даты новолуний в солнечном календаре с каждым годом либо сдвигаются на 11 (или 12) дней назад, либо продвигаются на 19 дней вперед, но

к началу нового периода (круга) вновь становятся на свое место в солнечном календаре.

Если теперь вместо восьмилетнего периода взять какой-либо иной, более точный, например 19-летний, круг Метона, то и на нем, разумеется, будет обнаружен тот же характер счисления. В обычном солнечном календаре такая система будет призракой. Но именно этот столь особенный и первый взгляд характер обеспечивает лунно-солнечному году огромное преимущество над свободным лунным годом, последний, как показано в главе о мусульманском календаре, в нашем обычном счислении всегда сползает в одну сторону, и его начало обходит все времена года, тут такая нелепость невозможна именно потому, что к концу каждого периода календарь возвращает начало лунного года к его исходному месту в действительном солнечном году.

7 ДРЕВНЕГРЕЧЕСКИЙ КАЛЕНДАРЬ

Астрономическая мысль древних греков с отдаленных эпох развивалась в схеме лунно-солнечного календаря, счет дней в гражданской жизни шел у них по Луне, от новолуния к новолунию, их календарные числа показывали, таким образом, только возраст Луны. Но с тем научным реализмом, который характеризует греческую культуру, с тем проникновенным удивлением, с которым греки подходили к природе, они бы три указали, что астрономические наблюдения должны раскрыть связь явлений звездного неба с движением Солнца и что календарь должен эту связь отображать. С VIII в. до н. э. им был известен восьмилетний период (октогетерис) — инструмент, как мы знаем, весьма примитивный. Ко времени Солона-законодателя (около VI в. до н. э.) в Атике действовала уже исправленная октогетерида, каждый период удлинялся на 1 $\frac{1}{2}$ дня. Следовательно, из двух таких периодов получалось

$$2022 \times 2 + \frac{1}{2} = 5047 \text{ дней} = 138 \text{ лунных месяцев} = 16 \text{ солнечных лет.}$$

Такое соотношение дает для Луны вполне приемлемый результат; но солнечный год выходит равным 365 $\frac{1}{4}$ дня, т. е. на $\frac{1}{4}$ дня больше юлианского года. Следовательно, на каждые 16 лет сходились бы год у древних греков начинался с летнего солнцестояния — сходились в кален-

Мы видим, что это отлично сохранившаяся зодиакальная таблица на I месяце, именно на время прохождения Солнцем знака Водолея. В нашем современном календаре Солнце вступает в этот знак (300° долготы) около 22 января, отсюда легко было бы, с помощью чисел, поставленных перед строками, определить календарные даты всех остальных предсказанных явлений. Но сейчас надо совершенно забыть эту солнечную датировку, грех ее не забыть. В любом календаре вступление Солнца в любой из знаков перескакивало с даты на дату по годам круга, как показано на стр. 393, тип А. Но тут приходят на помощь отверстия в камне: если известно, в какое число лунного календаря Солнце в заданном году вступает в первый знак, то достаточно проставить во все отверстия как у строк, так и между строками, штифты с последовательными датами, чередуя месяцы по 29 и 30 дней по правилам лунного календаря, тогда каждая из строк таблицы, где каждое явление придется на вполне определенную дату лунного года; всякий сразу увидит, на какие числа упадут важные и интересные явления природы. Так высчитали, например загадочный раннее время слова паракета и его связь с глаголом, означающим «принимать», «включать». Это был всеядный переставной календарь.

Вопрос о внутренней структуре метонического круга у греков хронологами еще окончательно не разрешен, но 19 лет надо вставить 7 эмболических месяцев ($12 \times 12 + 7 \times 3 = 235$), древние не отдавали сколько-нибудь точного описания устройства цикла в отношении порядка их размещения. Теперь обычно считается, что эмболическими были 3, 6, 9, 12, 15, 17 и 19-й годы круга. Приняв во внимание, что средним солнечный год в этой системе выходит равным $12\frac{1}{19}$ месяца, читатель легко построит таблицу распределения ошибок к началу каждого из лунных лет, как это было сделано для 8-летнего периода или для свободного лунного календаря.

Введение метонического круга связано с известным астрономическим наблюдением, о котором сообщает Птолемей «Летнее солнцестояние, которое наблюдали Метон и Эуктемон, приведено в записях при афинском архонте Апсейде, в 21-й день египетского месяца Фаменот утром». Перевод датировки и исторические данные весьма точно определяют день наблюдения: это 27 июля 432 г. до н. э. Но по таблице равноденствий легко проверить, что солнцестояние было

432 г., 28 июня, и 2 часа считая суть от полуночи по афинскому времени (фигура на I-й таблице из книги Г. Грингмаса). Следовательно, наблюдение Метона с абсолютной погрешностью на 1^ю сутку, а это вполне хороший результат. Первый день первого метонического круга положен на первую лунную после этого солнцестояния, что дает 16 июля 432 до н. э., следуя большому числу хронологов.

8 СРЕДНЕВЕКОВОЕ (АЛЕКСАНДРИЙСКОЕ) ЧИСЛЕНИЕ

От первоначальных построений греческих астрономов V века, через Гиппарха и великую школу Александрийских ученых (II в. до н. э.) греческая наука прошла путь огромного развития. Птолемей, во II в. н. э., пытался интегрировать астрономическому и географическому знанию древности, обнаружив замечательное математическое дарование, на 1300 лет, вплоть до эпохи Возрождения, остался единственным и непревзойденным авторитетом. В Европе в эти века царил узкая схоластика одухотворенная культура греков сошла на нет. Через Александрийские общины церковь восприняла элементы хронологического знания, оно заимствовалось в монастыри, где разрабатывалась абстрактная систематизация хронологического знания (computus) с помощью вычислительного аппарата доступного немногим высшим монахам. Дионисий Малый в Риме, этот «каждого рода философский муж VI века», который установил христианское летоисчисление, Беда в Англии (VIII в.) разрабатывали числение знаменитое для нужд церковного календаря на основе того же 19-летнего круга «Монах из Ярмута, Беда достоянием, был в жизни клadem премудрости. Он писал по теологии и хронологии, он говорил о дне и о ночи, о неделе и месяце, о знаках Зодиака, об эфемерах, о лунном круге, о подвижных и неподвижных, — так повествует А. Франс, о нем одному свойственной проницательности».

И правда, сколько же всего есть, — и все для того, чтобы разместить 235 лунных месяцев по 19 годам круга! Имя гадать всю эту технику здесь было бы затруднительно. И все же нужно. Но следует ясно видеть, что задача этих хронологов была обратной задаче греческих астрономов, эти последние, взяв для канвы лунный год, вписали в него явления солнечного года, первые же, приняв в основу солнечный ка-

тепдар, который был, вместе с восточными и египетскими, одним из трех календарей, существовавших в древности. До сих пор не установлена ни одна из этих систем, но какое-то число месяцев каждого из 12-ти кругов приходится на новолуние, тогда технически возможно свести эти календари в таблицу, т. е. построить, как и в египетском, вечный календарь.

Здесь прежде всего нужно распределить все годы по кругам. Так, например, пусть 1900 и год будет первым, 1901 вторым, 1909 слова первым и т. д., вперед и назад неограниченное число раз. Затем построим таблицу месяцев, от 1 января до 31 декабря, и поместим под каждой датой порядковый номер того года в круге, в котором на эту дату новолуние приходится по новолунию $\approx 29,5$.

Для примера выпишем вечный календарь на один месяц, числа, разумеется, в старом стиле.

Апрель	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Золотое число	11	19	8	16	5	13	2	10	18	7	15	4	12	1	9

Апрель	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Золотое число	10	4	12	1	9	17	6	14	3	11	19	8	16	5	13

По этой таблице для 1915 г., или, как говорят, под золотым числом 16, апрельское новолуние должно быть 6, 19-го, для 1918 г. — 4, 17-го, для 1917 — 14, 27-го. Очевидно, что если такую таблицу продолжать на 12 месяцев, то все золотые числа повторятся в ней по 12 раз, золотые числа годов эмболических, т. е. о 13 месяцах — 13 раз. Дальше имея такую таблицу в полном объеме, мы сразу можем сказать, на какие числападают все новолуния года, зная только его золотое число. Ясно, что вечный календарь относится к параллельным древним греческим, как негатив к позитиву (тип В к типу А).

Однако и вечный календарь не равен его табличке, весьма ценные в V-VI вв., сейчас не имеют астрономического значения. Так, например, апрельские новолуния были в 1915 г. 31 марта, а не 6 апреля, в 1917 — 8-го, а не 14 апреля, в 1918 г. — 28 марта, а не 4 апреля (все в столб). Следовательно, средневековый календарь разошелся с Луной к нашей эпохе в среднем на 6 дней. Причина этого явления кроется в самих принципах рассматриваемого счисления, начала которого разработаны еще в Александрии, в первые века нашей эры.

а) Исходя из счисления в 365,25 суток, в 1-м столбце год имеет 365 $\frac{1}{4}$ дня, т. е. 365 целых и 1/4 часть суток. Если считать, что 1/4 часть суток равна 365 дн., 29 февраля, введя этот день, мы получим 365 $\frac{1}{4}$ дн. В 12 месяцев устроим по 30 и 31-дневным 364 эмболических года, один стоит на 3, 6, 8, 11, 14, 17 и 19-м местах круга. б) В определенных таким образом 19 лунных годах 6336 дней, но на 19 лет случается встед, т. е. откуда бы ни начинали счет, 19 4 = 4 $\frac{1}{4}$ високоса, поэтому фактически даны 235 лунных месяцев, разнесенных в календаре есть 6940 $\frac{3}{4}$ дн., для 4) С другой стороны, 19 солнечных лет, по 365 $\frac{1}{4}$ дня, составляют 6939 $\frac{3}{4}$ дн., поэтому, достаточно из 235 месяцев круга один укоротить на 1 день, т. е. сделать пустой месяц там, где нормально выходит полный. Тогда получится равенство

19 солнечных лет = 235 лунных месяцев = 6939 $\frac{3}{4}$ дн.

Умножим всю строку на 4

76 солнечных лет = 940 лунных месяцев = 27 730 дн.

Что же мы нашли? В точности равенство Калиппа, таким образом, александрийское счисление и календарь круг сущи системы совершенно тождественные, этим и объясняется беспрерывный сдвиг новолуний в отношении к вечному календарю.

Расхождение вычисленных фаз Луны с наблюдаемыми до очевидным для всех к XVI в., оно составляло тогда в среднем 4 дня. Поэтому хронологи от даты вхождения календаря отступали на 4 дня назад с начала счисления, а календарь, т. е. юболоу, сдвигался в соответствии с требованиями астрономических таблиц.

9 ЕВРЕЙСКИЙ КАЛЕНДАРЬ

Как уже отмечено, у евреев система вращающихся кругов сохранялась значительно дольше, чем у других народов древности. Когда Иудея потеряла последние следы политической независимости, Персидским, разрушенным Вавилоном и Гити (70 г. н. э.), из духовного центра страны была превращена в римскую. Эллино-Каллипповское триумфальное владычество в Сирии (130 г.), только тогда, и, вероятно, под влиянием значительных еврейских колоний Вавилона и Александрии, началось сознательное систематизирование счисления рассеянных уже в те времена евреев. Реформа готовилась весьма долго, обычно годом введения действующего календаря считается 499-й г. н. э.

Влияние авлабской астрономии в этом календаре (с тем или иным ее отклонением) имеет место для 12 месяцев, принята в нем равной $29^{\circ}12'44''31''$, что и вполне соответствует данным вавилонян, в которых подолжен впоследствии и Гиппарх (как видно, это значение чрезвычайно точное, поэтому еврейский календарь практически не может расходиться со средними астрономическими фазами Луны). Любопытно, что и самые названия месяцев здесь явно вавилонского происхождения.¹² Однако, система вставки символических лет в том месте соответствует александрийскому кругу (3, 6, 8, 11, 14, 17 и 19 г.), она получается из условия, чтобы моменты солнц. о.о. года не уходили в будущий году более чем на месяц, в среднем от средневекового календаря только в том, что еврейский круг начинается на три года позже александрийского. Вообще, система разработана очень тщательно и глубоко, но стольким пережитком тех древних эпох, когда неомениии объявлялись в Иудее послы-кой годов и заажением кистров, осталось в календаре правило, по которому на новолуние (рош-ходеш), в тех случаях, когда календарный месяц полный, полагается два дня: именно 30 и день текущего и 1-й день следующего месяца.

Характерное отличие еврейского календаря от древнереческого и александрийских состоит в том, что «четыре» других не должны постоянно заключать в себе одно и то же число дней, их длина варьируется и составляет те 6 489, те 6 340, те 6 344. Если последовательность их чередования не может быть формулирована какою-либо правилом, она определяется рядом довольно сложных, частью астрономических, частью обрядовых пред-саней, фиксирующих начало отдельных годов (дл. та их рав. а либо 354, 355, 356 дням - простая года, либо 384, 385, 386 дням - эмболосические годы).

Замечательно также, что теория солнечного года развита в этой системе весьма слабо, моменты равноденствия и солнцестояний (текущи) вычисляются здесь формально и астрономически неправильно.

Для сравнения с солнечным календарем особенно интересны два момента еврейского года: новый год, начинающийся после осеннего равноденствия (молад-тишри) и веселье полнолуния (15 Нисана).

Обе даты, конечно, из года в год перескакивают в среднем календаре, колеблясь в течение 19-летнего периода

Table 12

Table 1.7 summarizes the data for the two cases.

[illegible]

* At = atom, A = anion, C = cation, Q = quaternary cation, n = a sup-100 quaternary cation

проблема, то для нас очевидно, что для же-
лих экстраполируется иррегулярный табличный перевод дат
для эпох 1920-1940 гг. (табл. 12). Показанный в ней счет в
эре Грегориан связан с библейскими мотивами, и имеет условный
характер.

По этой же таблице можно чисто эмпирически устано-
вить некоторые важные свойства сферического круга, кото-
рым, конечно, нетрудно было бы подтвердить и расчетом.

а) По таблице 1 м Гр. и 1-м Н. с. а. уходит дальше
всего в солнечном календаре 1 м и 4 т. годах круга, т. е.
от 1-го Н. с. а. до конца года по знакам передовых мест
в 19 и 8 м. годах круга, т. е. ближе всего к полному солнечному
буклету на 6, 14 и 17 м, вторых — на 5, 13 и 16 м годах круга.

б) Внутренние круговые промежутки пересекаются в со-
ответствии календарей 16, 17, 11, 12 и т. д. раз, либо на 18,
19, 20 и т. д. в. г. р. д.

в) В 8, 11 и 19 м. годах круга 1-й Н. с. а. обязательно па-
дают на второе, четвертое, шестое астрономического равно-
денствия (т. е. равнод. делю, первое же может случиться южнее
21° 30' широты = 20 апреля), в нашей таблице — 20, 25
21, 23 апреля).

Это последнее обстоятельство греческий историк, что в
еврейском круге средняя длина года, получается из равен-
ства

$$29^{\circ}12'44'' \times 12 = 354^{\circ}14'48''$$

табл. 6 39 — длине астрономического тропического года.

По этому же началу кругов еврейского календаря
исчисляются, хотя и весьма неточно, продолжались вперед
в солнечном календаре, разбитом на сутки, за-
ключенные 2-ю ст. выше, чтобы, что через 1 200 лет на нем не
было никаких годовых круговых и календарь будет на-
стоящим календарем фактически второе полугодие
после равноденствия. Но это не составляет особого дефек-
та, так как система годовых промежутков не имеет
никакой возможности отстояния от действительного календаря.
Точность этой системы годов согласна с египетскими

ДОПОЛНЕНИЕ I

ТРОПИЧЕСКИЙ И ЗВЕЗДНЫЙ ГОД

Мы пользовались в тексте выражением предположение, что-
бы обозначить смещение момента равноденствия в юлиан-
ском календаре. Такое обозначение принято в хронологии
(*antipatho aequinoctiorum*). В астрономии же год термин
этим предвременно не разумеется смещение, а лишь равно-
денствий и солнцестояний — явление первостепенной важ-
ности, открытое, как уже сказано, асчитанным астро-
ном древности Гиппархом (в Александрии, III в. до н. э.).
Мы выясним сейчас, в чем это явление заключается, и по-
ложим, каким путем оно было обнаружено.

Для объяснения неравномерного годовичного движения
Солнца вокруг Земли (это видимое движение древние, конечно,
считали реальным), Гиппарх развил замечательную тео-
рию, полагая, что Солнце движется с равномерной скоро-
стью по кругу, но Земля не в тропических или средних
кругах эклиптики, а находится внутри этого круга, т. е. имеет
эксцентрическое место, которого определяется из усло-
вия, чтобы весна, лето, осень и зима продолжались соот-
ветственно 94^д, 92^д, 88^д, и 90^д и дней. Круг эклиптики
разделен на 360^д точку которую Солнце проходит в момент
равноденствия. Гиппарх принимает за начало счета долготы,
т. е. угловых расстояний в эклиптике, долготы точек
летнего солнцестояния, осеннего равноденствия и зимнего
солнцестояния будут очевидно 90^д, 180^д и 270^д. Гиппарх
же построил первую таблицу движения Солнца, т. е.
таблица позволяющая вычислить его долготу на каждый
день.

Теперь, далее, если принять эклиптику за основную
круг на небесной сфере, то можно будет определить вели-
чину любой звезды, зная ее расстояние до эклиптики по
вертикальному к ней кругу широты, и зная
расстояние между точкой ее всего равноденствия и точ-
кой, в которой упомянутый круг пересекает эклиптику
(долгота).

Но как определить долготу и широту хотя бы некоторых
основных звезд? Как связать их с движением с точкой равно-
денствия, которая вышеназванная обозначена? Греки за-
метили, что на южном небе можно указать, при некоторых

условиях, точку, долгота которой на 180° отличается от долготы Солнца в этот момент, а широта равна нулю (т. е. которая находится в эклиптике, в направлении, прямо противоположном направлению на Солнце), и притом независимо от места наблюдения (а на земле эта точка — центр Луны в момент середины ее затмения). Не будем останавливаться на показателе этого положения. Но из него вытекало, что, измерив расстояние от звезды до Луны при ее затмении, и, внося некоторые поправки, требующие самой техники подобного наблюдения, можно определять широту звезды непосредственно (ибо широта Луны при затмении близка к нулю), долгота же звезды в отношении Солнца получится, прибавив 180° к наблюдаемой долготе ее в отношении Луны, а так как долгота Солнца в этот момент известна из таблицы его движения, то будет найдена и абсолютная долгота звезды в отношении точки равноденствия.

Гиппарх, сравнивая свои наблюдения, произведенные этим способом (эпоха их — 130), с наблюдениями Тимохариса (эпоха — 280), нашел, что звезда α Девы (Колос), приблизилась за это время по долготе к осеннему равноденствию (т. е. к долготе 180°) на 2° , а широта ее осталась без изменения.

Чтобы показать, насколько это было удовлетворительный результат, приводим долготы (L) и широты (B) α Девы, как они получаются по современным точным таблицам для интересующих нас эпох:

Эпоха	L	B	Эпоха	L	B
— 300	$171^\circ 12'$	$+1^\circ 01'$	— 100	$174^\circ 06'$	$+1^\circ 02'$
— 200	$173^\circ 29'$	$+1^\circ 01'$	0	$176^\circ 05'$	$+1^\circ 03'$

Заметим тут же, что для эпохи +2000 будет $L = 203^\circ 86'$, $B = 2^\circ 05'$, чрезвычайно слабое изменение широты в данном случае, $-0^\circ 13'$ на 2000 лет! подтверждает аchenе эклиптики для определения положений небесных тел, предугаданное греками.

По этой таблице находим
для Гиппарха, эпоха — 280
 $L = 172^\circ 05'$, $B = +1^\circ 01'$

при Гиппархе, эпоха — 130:
 $L = 174^\circ 25'$, $B = +1^\circ 02'$

Таким образом, в пределах точности древних наблюдений, Гиппарх мог утверждать, что долгота Колоса Девы за 150 лет увеличилась на 2° , а широта ее осталась прежней. Но этот великий трудолюбец и поклонник истины, как называет его Птолемей, пошел дальше: сравнил подобным же образом положение других звезд, и для всех konstатировал то же явление, именно одинаковое изменение в долготах и отсутствие заметных изменений в широтах. Отсюда он сделал — со всякою осторожностью и некоторыми оговорками — такой вывод: результаты всех этих наблюдений могут быть объяснены тем, что основные точки равноденствий и солнцестояний сами сместились в эклиптике в направлении обратном счету долгот, иными словами в направлении, обратном видимому движению Солнца между звездами, т. е. от востока к западу, иначе не объяснить, действительно, одинакового увеличения долгот при неизменности широт. Это смещение и есть так называемое прецессия, или, лучше, прецессия равноденствий, или прецессия ϵ .

С данными Гиппарха годичная прецессия составляет приблизительно $7200''$ ($150 \cdot 48''$), точная величина для этой эпохи есть $49''.8$

В чем важность явления прецессии для хронологии? В том, что наряду с понятием тропического года, т. е. года природы, или промежутка между возвращением Солнца к действительно (номинальному) равноденствию или солнцестоянию³⁹, создается понятие звездного года, где движение точки равноденствия не учитывается и где в сущности идет речь о ежегодном возвращении Солнца к одной и той же неподвижной звезде. Ясно, что звездный год длиннее тропического приблизительно на тот промежуток времени, в течение которого Солнце проходит дугу, равную годичному смещению точки равноденствия (здесь эпоха $30^\circ 24'$), по современным данным тропический год короче звездного на $20'' 24'$, и длина звездного года составляет $365^\circ 46'' 10'$. Гиппарх, комбинируя найденные им значения прецессии и длины тропического года, получил $365^\circ 46'' 10''$.

По звездный год в календарных системах — время их большого мела. Если считать, например, с началом века, то есть, когда Солнце вернется в точку равноденствия, одна целая раз звезда для какой-то судь исходной эпохи, то в дальнейшем Сол не будет проходить через эту точку все позже и позже, чем оно проходит подымаю, точку равноденствия, т. е. чем наступает астрономическое равноденствие на Земле. Отсюда видна тесная связь между календарным понятием предвечия и явлением прецессии, в звездном году равноденствие будет отступать, и притом даже быстрее чем в юлианском году, ибо звездный год длиннее юлианского приблизительно на 10^6 .

Ошибки вавилонян в предвычислении равнодействий объяснялись именно тем, что в основе их солнечного счисления лежал звездный год, длину которого в результате 2000-летней наблюдательной работы они определяли достаточно точно ($365^{\circ}46'13''43''$), они подошли к нему со стороны очень своеобразной лунной теории. Но понятие прецессии и различие между обоими формами солнечного года остались тут неизвестными.

Аналогичные условия мы находим и в действующем юдусском календаре. Точка весеннего равноденствия фиксирована юдусскими астрономами в том месте эклиптики, где она находилась приблизительно в эпоху 500 (около) звезд ξ и созвездия Рыб! Работая дальше со звездным годом, мы видим, что в юдусском календаре, в отличие от астрономического равноденствия, в нашем календаре Солнце проходит указанную точку в дни 11–12 апреля (только ступая и, следовательно, когда видны на этот момент толгаты на чало весны), которая наступала уже 21 марта — и, следовательно, расходится с природой приблизительно на 20 дней.

ДОПОЛНЕНИЕ II

ПРАВИЛА ПОЛЬЗОВАНИЯ ТАБЛИЦЕЙ
РАВНОДЕНСТВИЙ И СОЛНЦЕСТОЯНИЙ

Таблица (см. стр. 321) построена для високосных годов. При переходе к другому году определяется его положение в отношении високоса делением на 4.

Годы после начала эры (со знаком +), если при делении года на 4, остаток 1 — год первый на високосе, остаток 2 — второй, остаток 3 — третий, остаток 0 — високос.

Годы по началу змеи считаются астрономически, т. е. M до $n \equiv - (N - 1)$. Если при делении $N - 1$ на 4 остаток 1 — третий (но високосе, остаток 2 — второй, остаток 3 — первый, остаток 0 — високос).

Для присчисления моментов равноденствий и солнцестояний в любом году исходим из бланковой табличной эпохи и находим пропорциональное изменение искомого момента, пользуясь помещенными в таблице разностями

К найденному результату прилагается еще поправка на календарь, а именно 0,00, 0,25, 0,50; 0,75 дня, в зависимости от положения года в отношении високоса

Все числа таблицы показаны в старом стиле, в среднем гринвичском времени и при астрономическом счете суток, т. е. с начала их в полдень, как это принято было со времен Птолемея. Но с 1925 г. астрономы, по международному соглашению, переходят на гражданский счет, в нем суткам считаются от предыдущей полуночи, и, следовательно, все числа нашей таблицы надлежит увеличить на 0,5. Эту поправку можно соединить с поправкой на календарь.

суд		судья		судья	
Всего дел	Всего дел	Всего дел	Всего дел	Всего дел	Всего дел
1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6

К полученным датам, с XVI столетия, придается поправка на новый стиль. Переход на часы производится умножением дробной части суток на 24, с округлением до часа.

ДОПОЛНЕНИЕ III

ТАБЛИЦА НОВОЛУНИЙ ДЛЯ ЭПОХ
ОТ -3000 ДО +3000

	Умноже- ния		Столетий	Десятиле- тия	Годы
-3000	17				
-1000	156	9	197	50	94
0	00	8	243	112	280
+1000	139	7	288	235	171
+2000	977				
		—6	34	33	62
		5	78	126	349
		4	121	219	140
Март	239				
Апрель	220	—3	165	16	31
Май	220	2	208	109	218
Июнь	206	1	252	211	109
Июль	200	0	00	00	00
Август	184	1	44	93	186
Сентябрь	170	2	87	186	78
Октябрь	166	3	130	279	264
Ноябрь	154	4	174	76	155
Декабрь	148	5	217	169	46
		6	260	262	233
Январь	134	7	303	00	114
		8	346	153	1
Февраль	119	0	389	246	212

Правила пользования. Дату новолуния в данном году и месяце, с точностью до 0,5 дня, в гражданском гринвичском времени, найдем, сложив числа, стоящие в столбцах тысячелетия, столетия, десятилетия, года и месяца, и прибавив поправку на календарь.

Поправка на календарь определяется в годах положительных и отрицательных (считаемых астрономически), как для таблицы равноденствий, и будет равна здесь 0,0, 0,2, 0,5, 0,8 дня в зависимости от того, будет ли остаток от

деления года на 4 равен 0, 1, 2 и 3 (в годах положительных), — 1, —2, —3, —4 (в годах отрицательных).

Январь и февраль считаются за месяцы предыдущего года. Например, январь 1925 г. вычислять для 1924 г., январь (поправка 0,0), 505 г. до н. э., февраль, вычислять для 506 (предшествующий 504-му), февраль (поправка 0,8).

От полученной суммы вычитать 29,5 или 39,1, или 88,6, если сумма превышает одно из этих чисел, остаток и покажет дату первого новолуния в данном месяце (если их может быть два).

После 1582 г. прилагать поправку на новый стиль.

Дату полнолуния, с точностью до 0,5 дня, найдем, прибавив к полученной сумме 14,68.

Посвящается памяти
Льва Борисовича
МОДЗАВИСКОГО

ЛОБАЧЕВСКИЙ — АСТРОНОМ *

В Казани, в двух зданиях Ул'яшевского университета, лежит отблеск имени Лобачевского в истории Казанского университета называемого Лобачевского его «великим строителем»¹, современники и авторы исключительный отмечают, что в университетах для них и учреждений, устройством Лобачевским здесь был виден, ум обдуманности и даже роскошь². К числу этих зданий относится и обсерватория Казанского университета, так называемая «овальная», сменявшая ту крошечную пристройку, которая действовала с самого основания университета, т. е. с 1806 г. Новая обсерватория была закончена пристройкой в 1836 г. и начала действовать в 1838 г. — тогда года для Пулковской

В наше дни, восточной Казани, входя в это здание сразу же испытывает изумление: обсерватория стоит на дворе, она выходит фасадом на улицу Чернышевского, но ось здания, перпендикулярная к этой улице, не совпадает с меридианом места, а наклонена к нему приблизительно на 45°, поэтому основные меридианные инструменты — в меридиане и в первом вертикале — поставлены не по оси здания, как всегда, а как-то совершили необычно в прорезях под углом 45° к главному входу и вести буюлю (рис. 1).

Кто это придумал такую хитроумную и единственную в мире планировку здания? — спрашивает посетитель. Ему отвечают: «Это Лобачевский»³.

Разве Лобачевскому, — спрашивает опять посетитель, — были так близки и понятны интересы астронома, что он взял на себя расстановку основных меридианных инструментов?

И ему снова отвечают: «Конечно. Он в лекции читал о астрономии и временами заведовал старой обсерваторией, он наблюдал значительную комету 1811 г. и комету Энке в 1832 г., он сидел в Казани в Пензу, вместе со сво-

им учеником. Для Улюховича следовало бы составить о нем материалы 7 Ул'яшевского 1842 г.»⁴.

И тогда посетитель Казани, если он когда-либо бывал в сочинения Лобачевского, — начавает размышлять, что в одном месте он отходит от общего места с другой стороны сложной работы 1829 г. (в) начатах геометрии — и действительно говорится о расхождении неподвижных звезд с бесконечной Вселенной. Из этих казанских впечатлений и из этих воспоминаний составлялось настоящее мое сообщение.

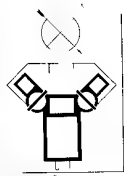


Рис. 1

I

Учителем Лобачевского по математике была Мартин Бартельс⁵, прибывший в далекую Казань из Германии в 1808 г., через год после приезда в Казанский университет студента Николая Лобачевского.

Учительница и неповторима судьба этого Бартельса! В молодости он у себя на родине, в Брауншвейге, был помощником учителя в начальной школе как раз в те годы, когда среди поступивших мальчиков был один, говоривший с сильным нижне-немецким акцентом и носивший фамилию Гаусс. Бартельс читал лекции для мальчиков и проверял их тетради, он был всего на восемь лет старше Гаусса. К тому же сам Бартельс увлекался математикой, и на его глазах этот мальчик развивался в направлении изумляющей математической одаренностью. Спустя десятилетие, в 1802 г., один научно образованный русский посетитель Брауншвейга, Д. А. Голлицин, обратил на Гаусса внимание президента Петербургской академии наук А. Л. Николана, подчеркивая желательность привлечения в состав Петербургской Академии этого мальчика, который, как писал Голлицин, «делает из того же дерева, из которого природа создала Николана и Эйлера»⁶. И. де-

* Из книги Петровича Желвацкого «Исследования о нем» (Госиздат, 1934 г.).

твительно, через год, в 1812 г., в Брауншвейге появились после окончания университета, в числе учеников Ариадтеиского университета 24-х летний Гаусс. За эти же годы и сам Бартельс, преуспев в математических науках, от получил звание доктора наук Пенского университета, а в 1805 г., в г. Касселе, на Кассельском университете, был избран в Кассельский университет профессором по кафедре чистой математики. Но только через три года, а 1808 г., после отъезда его из университета, Бартельс появился в Кассель, и тогда учитель восьмилетнего Гаусса стал учителем в елизаветинского Лобачевского.

Способности Лобачевского поразит и восхищала Бартельса в начале 1811 г. Он сообщал почтительно Казанского округа Степану Яковлевичу Румовскому «Об искусстве Лобачевского предложить хотя один пример лекции свои распространяю и так, что студенты мой в одно и то же время бываю слушателями и преподавателями. По сему правилу поручил я перед окончанием курса Лобачевскому предложить под моим руководством пространную и трудную задачу о вращении (Rotation), которая мною для себя уже была по Лагранжу в удобопонятном виде обработана и в то же время Симону приложено было заниматься тем же преподаванием. Но Лобачевский не довольствуясь сию задачу, при окончании последней лекции подавал мне решение столь заманчивой задачи на нескольких листочках, в четверку написанных 1-м академиком Вальдескием, бывший тогда здесь, неожиданно восхищен был сие небольшим опытом знаний наших студентов»².

И Бартельсу, этому восторженному учителю, удалось развить те грозные тучи, которые как раз к тому времени нависали на себя Лобачевский своим шумным и непокорным поведением. 15 сентября 1811 г. девятнадцатилетний Лобачевский был утвержден математическим физико-математических наук. Через месяц после этого решающего в жизни Лобачевского события Бартельс сообщал совету:

«С Лобачевским будет он особенно на дому у себя заниматься четыре часа в неделю, по четвергам и субботам, от 9 до 11 часов пополудни, арифметикой Гаусса и изысканием первого тома «Небесной механики» Лапласа, и сверх того Лобачевский будет объяснять слушателям его то, что он сам разумеет»³.

Как бы мы ни оценивали историческое значение Бартельса как математика, оно, несомненно, велико,

но объясняя, мы должны признаться, что в своем восторженном подходе к Лобачевскому он оказался на большой высоте. Он дал в руки своего ученика передовые работы того времени — работы по той большой программе математического знания XIX в., которое начиналось в глубинах теории чисел и завершалось наукой о движении земных океанов, Луны и планет. Ибо надлежит нам помнить, что к ту эпоху, когда не существовало ни звездной астрономии, ни теории о физике небесных тел астрономия фактически начала свой обзор космоса в пределах Солнечной системы. И Лаплас был здесь не только своими открытиями самым его подход к злом космосу был важен и значителен. Лаплас неоднократно подчеркивал⁴, что этот мир познаваем до конца, что перед человеческим интеллектом, вооруженным аппаратом математического анализа, никакие границы не поставлены, что трудности движений в планетной системе, как бы они не казались сложными, будут до конца раскрыты наукой на основе только одного, единственного, закона закона Ньютона «закона природы», как его называл Лаплас. И как бы иллюстрируя эту познавательную мощь человеческого интеллекта, которую он считал беспрельстной, Лаплас ссылаясь на свои собственные открытия в небесной механике, на открытие вековых ускорений в движении Луны, на его действительно изумительные законы в системе первых трех спутников Юпитера, на данное им объяснение великого неравенства Юпитера и Сатурна. Про эту установку Лапласа, столь характерную для его эпохи, можно сказать, что она была как бы песнью торжествующего разума.

С нее и началось большое астрономическое образование Лобачевского. В июне 1812 г. Лобачевский представил Бартельсу, а этот последний совету университета, сочинение на тему «Об аналитическом движении небесных тел». Спустя месяц его изумительный учитель рапортовал совету Казанского университета⁵, что «труды его увенчались успехом и что на приятных занятиях с Симоновым и Лобачевским изыскал он большую часть всего 1-го и некоторую часть 2-го тома и ретроспективного труда, сочиненного знаменитым Лапласом». И Бартельс добавлял «Хотя Симонов хорошо осведомлен в математических науках, однако Лобачевский превосходит его, особенно в вопросах тонких. Из его сочинения составлен от него без всякой помощи, если не считать сам с трудом Лапласа, видно, что он не

только прожекты, о чем в этом труде говорится, но и сумел обогатить свои общественными соображениями. Многие места его кратко и с юмором содержат признаки выдающегося математического дарования, которое в будущем непременно и по ставкой обнаружит его. Я говорю же о них здесь не зря»¹⁸.

Но следовало бы, судя, от 1812 до 1820-го (когда Бартельс покинул Казань), мог бы сам нам ответить, в какой области области общераспространенных наук, о числах, о пространстве, о природе, заслужил себе славу его ученика. Ибо за эти годы Лобачевский, быстро и как бы одолевая других юнцов, начал адъюнкта (1814) и экстраординарного профессора (1816), приступает к преподавательской деятельности в Казанском университете и ведет ее по весьма обширному кругу. Он читает с курсов теории чисел (по Гауссу и Лежандру) (1814)¹⁹. К этому курсу прибавилась и лекция о сферической тригонометрии, «принимая в рассмотрение более практическую часть оной, руководствуясь сочинением Калькули»²⁰, а потом дифференциальное и интегральное исчисление по Лакруа (1818 - 1819)²¹. Затем, когда Симонов, утвержденный уже профессором астрономии, уезжает в 1819 г. в дальнее путешествие плавание на шлюпе «Восток» в знаменитой экспедиции Лазарева и Вилькинса²², Лобачевский подает в совет университета заявление.

«Не угодно ли будет совету возложить на меня преподавание лекций астрономии на время отсутствия профессора Симонова, которые лекции я вынужден продолжать даже и тогда, когда бы какие-нибудь обстоятельства задержали на это проф. Симонова в отъезде. Если совет согласится на мое предложение, то прошу его доверить мне понежее, об обсерватории и поддержке сумм, на нее назначенной»²³.

Совет принимает предложение, и Лобачевский с жаром берется за эту работу. В доказательство приведем то место из его рапорта совету от 26 VI 1819 г., где он отказывается от порученной ему литературы о преферативной работы. Он пишет:

«Позвольте, прошу совет принять и то и уважение, что я занимаю 1-ю меру две кафедры, что летнее время только и способом для наблюдения, которым я иногда посвящаю и дни и ночи»²⁴.

Но в то же время общественная складывается так, что совет вынужден просить Лобачевского и преподавать

физику, оптикой и теоретической, и тогда, как сказано в рапорте ректора «о преферативной, отлучившись трудолюбием и успехами». «Лобачевский пишет свои лекции как физики, так и астрономии, отдавая на студентам работы могли с меньшим трудом познать на другом той науки»²⁵.

К тому же Лобачевский и вводит время расширять и углублять свои курсы так, в 1820 г.²⁶ он проводит по Даламбру и Лаланду средство разделять на каковы-то и количества различные пути, также об изменении эксцентриситета солнечного пути, иными словами, о предположении деления земной орбиты на их великих изменений.

Далее, в 1821 г. «из астрономии будет он, Лобачевский, читать теорию спутников и комет, руководствуясь сочинением Лаланды «Небесная механика», и потом об обращении Земли, о наступании равноденственных точек, о приливе и отливе моря, руководствуясь тем же сочинением»²⁷. В 1821 г. он объявляет полный курс астрономии теоретической и практической²⁸. Он хотел бы даже вести и высшую геодезию и теорию фигуры Земли, опираясь на книгу Бугера и на «Основания метрической системы» Деламбра²⁹, но в этот раз курс состояться не мог, потому что совет отделил и далее следующее изумительное постановление:

«Проговаривание студентам о фигуре Земли допустить затруднительно, во-первых, потому, что точная фигура Земли ни посредством умозрительной ни на наблюдений доныне с математической достаточностью не решается, во-вторых, потому что число лекций для студентов третьих и четвертых было бы слишком велико»³⁰.

Так и не удалось Лобачевскому прочесть этот последний предложенный им курс астрономо-геодезического цикла, но думаю, нам, что уже тот значительный труд, который он вложил в постановку преподавания и практической астрономии и небесной механики в Казанском университете, дает основание всем преподавателям астрономии систематически университетов гордиться тем обстоятельством, что некогда Лобачевский стоял в их рядах.

Доклад Лазаря Бартоломея в Казани все предположение о точности измерения перешло к Лобачевскому. Со следующим годом на берега реки Симонья из его плавания 1821 г. для Лобачевского открылась необходимость а может быть и необходимость чтения курсов по астрономии, в 1821 г. он и как бы обрывается. В ближайшие следующие годы нам приходится с точности как и прежде слезаться его восток и все саво его система евклидовой геометрии²¹. При оселении о ней было сказано Лобачевским Казанскому университету 11 23 февраля 1826 г. Рукопись этого доклада Лобачевского утеряна, но через три года в «Казанском вестнике» публикуется его основополагающая работа «О началах геометрии»²². Здесь новая часть, посвященная случаю, признаю, Лобачевского, к работе 1826 г., начинается со слов: «О значительных следствиях из теории параллельных предположений о параллельности линий в такой замкнутой, которая, как после увидим, находится или нет в природе, доказать никто не в состоянии».

Но почему же тогда же был оставлен вопрос о том, читатель «Казанского вестника» если бы таковой читатель тогда являлся, мы должны отказаться от возможности проверки геометрии в свете и в наблюдении? Разве мы потеряли веру и для нас установилась всеобщая истина? Или разве сам Лобачевский в те же годы точно же в 1828 г. не говорил об этом в своей «Речи о важнейших предметах воспитания»:

«Чему, странники, должны своими блистательными трудами в области математики и физики, а также в области искусства торжества ума человеческого?»²³

Так почему же как раз на вопросе о действительности геометрии кончается это торжество?

Чтобы обосновать свое утверждение, Лобачевский обращается к историческим геометрическим образам — к плоским, к треугольным, к сферическим суммам углов. Наименее что касается год до появления в печати работы Лобачевского Гаусс в своих исторических исследованиях тоже обращался к измерению сумм углов в треугольниках, но только в треугольниках земных его знаменитые «Общие исследования о кривых поверхностях» (1828)²⁴ как то не-

ожиданно заканчивается примером, взятым из той триангуляции, в обработке которой сам Гаусс участвовал. Этот пример относится, как говорит Гаусс к самому большому треугольнику, который был измерен в предшествующие годы. Уравнивая и вычисляя углы этого треугольника с исключительной точностью до 0.8 сек дуги, Гаусс показывает, что сумма их, после надлежащих гауссовых поправок к плоскости, приводится с этой точностью равно к 180° . Таким образом, в земных треугольниках угловый от обычной геометрии не наблюдается²⁵.

Но Лобачевский идет теперь дальше, и мы могли бы сказать словами Галилея — «оставив в стороне земное, обращается к небесному». Однако и тут Гаусс о себе оставалась еще в годной неизвестности по основному вопросу мироздания: о расстоянии Солнца до ближайших звезд. Идет ли свет от них месяца, или года, или десятилетия, — никто не мог не сказать. Но это важнейший вопрос для Лобачевского. Он пишет: «Кажется, более всего можно полагаться в способ, придуманный Дассе — Мондье, — и ссылаясь на статью этого никому не известного автора, помещенную во французском «Астрономическом ежегоднике» за 1831 г.»²⁶

Необходимо прежде всего обратить внимание на ту тщательность, с которой Лобачевский изучал современную ему астрономическую литературу. Ежегодно, о котором идет речь, был опубликован в Париже в 1828 г. и, очевидно сразу дошел в Казанскую библиотеку, но уже в 1829 г. Лобачевский публикует свои «Начала геометрии» в которых даны французскому астроному план, а также основу проверки действительности евклидовой геометрии в космических пространствах. И именно для того, хороша или плоха был способ определения звездных параллаксов, придуманный оставшим французским миряком, который в течение четырех лет неустанно летел абсолютизм права примитивные по технике, для определения параллаксов трех звезд 29-й Эриданна, Ригеля и Сириуса. Для нас существенно здесь то, что в первый раз за историю человеческой культуры, единственный геометр и мыслитель в далекой Казани делает попытку измерить эти углы, абсолютизм вывести свойства пространства в геометрии мира! Для углов трех звезд французский миряком получил параллаксы²⁷: $1''.00$ для 29-й Эриданна, $0''.72$ для Ригеля и $0''.62$ для Сириуса.

Как мы теперь знаем, все определения завышены и не реальны. Впервые первый из этих звезд не определен до постоянной величины, для Ригель, он оказался равным $0^{\circ}06$, то с вероятной ошибкой $+0^{\circ}007$, для Сирнуса — сдвиг с самых близких звезд он равен $0^{\circ}37 \pm 0^{\circ}004$. Но вместе с тем мы знаем, что наибольшая измеренная параллакс равен $0^{\circ}76$ для α Ориона, в случае горняка величина наибольшей параллаксы результаты Лассе можно считать приемлемыми. Но Лобачевский опирается на них, чтобы вывести, какова наименьшая величина измеренных параллаксов, так как ему требуется знать расстояние до самой далекой звезды. И тут, со всей строгостью естественного критерия, который принимает лишь то, что получено в опыте, Лобачевский считает что $0^{\circ}62$ — предельным Лассе, это и есть наименьший параллакс, который принимает, что составляет к Земле от самой далекой звезды 3° лет, затем он приступает к своему выводу.

Здесь, на наш взгляд, заметно подчеркнуть особенность его постановки задачи. По множеству курсов астрономии параллаксы определяются как «угол при звезде» в том треугольнике, основанием которого служат радиус земной орбиты, а вершина является третьей вершиной. Но угла при звезде никто не может наблюдать не будет он выводиться, конечно, через сумму обоих других углов. Лобачевский составляет 1-й радиус радиуса — он определяет параллаксы как полурадиус и параллельно на звезду из двух противоположных точек земной орбиты. Угол при звезде остается радиусом истинным, если сумма трех углов треугольника меньше двух прямых и равна $\pi - 2\omega$, то дефект 2ω является углом при звезде, следовательно найдем измерению. Таким образом, у Лобачевского схема всегда такая как показано на рис. 2.

Здесь a — диаметр земной орбиты T и T' — два диаметра противоположных положения Земли, S — положение звезды. Солнце, не показанное на рисунке, лежит в середине отрезка TT' , угол при звезде равен $2\theta - 2\omega$. Заметим что комментаторы Лобачевского не всегда отмечали, что описывают эту схему. Один из них²¹ говорит, что она изображает треугольник между Солнцем, звездой и Землей, что неверно, так как основанием треугольника — диаметр, а не радиус земной орбиты, и в другом месте²² мы читаем, что угол при T — предполагается прямым для простоты рассу-

ждений, это тоже неверно, так как схема Лобачевского кристична, а ко всякой звезде в тот момент, когда она находится в квадратуре²³ с Солнцем, как это и поясняет затем Лобачевский.

Установив эти определения, Лобачевский доказывает три теоремы. Три определения из его геометрической системы. Первая и важнейшая из них гласит: как бы ни было велико расстояние звезды от Солнца, ее параллаксы остается больше некоторой абсолютной постоянной.

Эта основная теорема создает впечатление, что астрономы, получая параллаксы все более далеких звезд, будут приближаться к познанию этой абсолютной величины, а следовательно, и к выяснению метрических свойств пространства. На самом деле это не так. На этом пути структура пространства ускользает от астрономов, и вот почему та постоянная, о которой идет речь, есть отношение радиуса определенной длины, именно диаметра земной орбиты, к той единице длины, которой в геометрии Лобачевского измеряются все длины вообще, так же как в обычной геометрии все углы измеряются в долях окружности радиуса.

Пусть k — это абсолютная единица длины, p — параллаксы звезды, выраженный в секундах дуги; a — диаметр земной орбиты. Тогда теорема Лобачевского имеет только тот смысл, что²⁴

$$k > 206\,265 \frac{a}{2p}. \quad (1)$$

Следовательно, если наши дни астрономы определяют у какой-либо звезды параллаксы в $0^{\circ}05$, то они могут только сказать, что абсолютная единица длины у Лобачевского в 2×10^6 раз больше диаметра земной орбиты, а так как никакие пределы для постоянной k не могут быть назначены и она ни с какими другими постоянными, нам известными из опыта, не связана, то к познанию истинного предела всех параллаксов астрономические определения никогда не приведут²⁵.

Едва ли можно было бы в форме более глубокой и отчет-

вой считать две истины, казалось бы друг другу совершенно противоречащие: три стороны треугольника больше, чем две стороны. И все же, что бы ни случилось, как бы они ни были заданы, не могут быть меньше некоторой определенной величины.

Лобачевский подчеркивает это существенное положение мысли в следующих словах:

«Между тем нельзя не указать на то, чем Лапласа, что видимые звезды и Млечный путь принадлежат к одному только собранию небесных светил подобиях тем, которые рассматриваем как слабо мерцающие пятна в созвездиях Орiona, Андромеды, Кассиопеи и т.п. Итак, не говоря о том, что в воображении пространство может быть продолжено неограниченно, сама природа указывает нам такие расстояния и сравнения, с которыми исчезают за малостью также расстояния нашей Земли до ближайших звезд»³⁸.

Эти громадные расстояния нам так же природы, но они еще не измеряли, поскольку измерения расстояний остаются для Лобачевского тем, которое соответствует звездам параллакса $p = 0^{\circ},62$. Но вот именно потому, что сама природа раскрывает нам такие расстояния, перед которыми ни что, ни расстояния, ни разделяемые только что указанными звездами параллаксами, человечество не в состоянии найти никакой симметрии, облик которой для симметрии Лобачевского аттестован в природе космоса. Астрономы не могут определить расстояний звезд, решив этого доказать. Но такое утверждение в устах Лобачевского отнюдь не есть признание принципиальной невозможности геометрии мира. Нет, Лобачевский далек от этого. Здесь известно, как измерить длину А. М. Тихонов, который был римским, а не стоическим П. Л. Чебышевым.

«Великий геометр подобно П. Л. Чебышеву, оставался всегда на реалистической почве и в этих изысканиях трагически таял того»³⁹. Характера слова не могут дать развитие своим идеям⁴⁰. Разумеется, реальная первопринципальная невозможность решения вопроса о космической геометрии состоит в том, что астрономы не имеют способов измерить угол при вершине в треугольнике, основанием которого есть диаметр земной орбиты. Но дальше Лобачевский в известной мере обходит это роковое затруднение, доказывая свою вторую, весьма замечательную теорему, если определены параллакс двух звезд, находящихся на различных расстояниях от Солнца, то можно определить верхнюю границу дефекта

2 ω в том треугольнике, у которого основанием диаметр земной орбиты, а вершиной ближайшей звезды.

Пусть p' параллакс более далекой, p параллакс более близкой звезды, тогда, по теореме Лобачевского³⁹,

$$\omega < 2p \sin^2 \frac{\pi}{4} \quad (2)$$

или

$$\sin \omega = \frac{p}{p'}$$

Для численной иллюстрации возьмем

$$\frac{p'}{p} = 1,2 \sin^2 \frac{\pi}{4} \approx 0,9,$$

так что в силу формулы (2)

$$\omega < p\beta$$

Значения β по формуле (1) приведены в следующей таблице

π	ω	β	ω
0,1	0,000	1,5	0,14
1	0,20	4	0,20
3	0,36	7	0,28
10	0,83	8	0,30
0,5	0,53	10,5	0,31

Лобачевский, отбрасывая все так же далекие звезды, дает $p' = 0^{\circ},62$, $p = 1^{\circ},00$ тогда $\beta = 0,217$. Следовательно в треугольнике, который строится до второй из этих звезд, с параллаксами в 1° ,

$$2\omega < 0^{\circ},43$$

как и дано у Лобачевского.

Но если мы возьмем за меньший параллакс $p' = 0^{\circ},05$, а за на больший $p = 0^{\circ},75$, то по формуле (2) получим, что

$$2\omega < 0^{\circ},0033.$$

Таким образом с теми данными, которыми мы теперь располагаем, можно утверждать, что дефект космических

треугольников с вершиной у звезды не превышает нескольких тысячечных долей секунды дуги.

Замечательно здесь то, что вторая, далекая звезда действует как бы как некоторый светоч, освещающий геометрию малого треугольника, простирающегося до ближней звезды. Чем эта вторая звезда дальше, тем меньше будет дефект малого треугольника, вот почему для Лобачевского имеет столь большое значение самый малый известный параллакс для земного диаметра, чем он меньше, тем меньше дефекты в треугольниках с вершиной в любой более близкой звезде.

Третья теорема Лобачевского относится к тому воображаемому случаю, когда звезда находилась бы от Земли на расстоянии диаметра земной орбиты (именно TS на рис. 2) т. е. к треугольнику, оба катета которого были бы равны $2 \cdot 10^8$ км. Эта теорема есть следствие общей формулы Лобачевского для дефекта ω в той оценке, которая содержится в теореме 1. Лобачевский получает из них неравенство

$$\omega < p'^2 \sin 1^\circ \quad (3)$$

Здесь p' есть снова наименьший измеренный с Земли параллакс, т. е. наименьший параллакс для диаметра земной орбиты a , за таковой Лобачевский принимает опять $p' = 0'',62$ и получает

$$2\omega < 3^\circ,72 \cdot 10^{-6}.$$

К несчастью, Лобачевский совершил численную ошибку или допустил опечатку, у него написано в «Началах геометрии»⁴⁰

$$2\omega < 3^\circ,72 \cdot 10^{-4}$$

Но и при этой численной ошибке Лобачевский убеждался, что в пределах Солнечной системы отклонения от usualной геометрии могут быть лишь чрезвычайно малы.

3

Три приведенные здесь теоремы 1 содержат в сущности основные результаты Лобачевского по космической геометрии. После статьи «О началах геометрии» в 1829 г. он к ней почти не возвращался, и, по-видимому, основные работы по

клетным параллаксам в следующее десятилетие (именно работы В. Я. Струве в Дерпте и Х. А. Петерса в Пльзене) оставили на себе его влияние.

Равным образом не воспроизводил он своих трех выведенных теорем в последующих работах, он ограничился только тем, что несколько раз повторил, без всякого обоснования, тот ослепительный пример, о котором мы сейчас говорили и в котором он ошибся в два раза⁴¹. Но как раз одна из этих его губликаций вызвала отзыв, о котором сам он — уж! — никогда не читал и не знал.

Об этом эпизоде скажем здесь несколько слов.

В 1835 г. Лобачевский опубликовал в «Ученых записках Казанского университета» статью под названием «Воображаемая геометрия». Этим термином он назвал 12-членную свою геометрическую систему, после того как «ложные» лишь соображения убедили его в невозможности доказать, что она необходимо имеет место в космических условиях. В 1837 г. эта работа, в несколько сокращенном и исправленном французском языке, была опубликована в 17-м томе известной «Журнала Крелля» по чистой, архаичной математике. Здесь Лобачевский, имея в виду свою работу 1824 г., «без прямой ссылки на нее, писал следующее: «В другом месте, опираясь на некоторые астрономические наблюдения, я доказал, что в треугольнике, все стороны которого равны приблизительно расстоянию от Земли до Солнца, сумма углов никогда не может отличаться от двух прямых на величину, превосходящую $0'',0003$. К тому же эта величина должна быть тем меньшей, чем меньше стороны треугольника»⁴².

Разумеется, ни один читатель в мире, даже если бы он владел формулами геометрии Лобачевского, не мог бы понять, как получил Лобачевский эту оценку, ибо он не говорит здесь даже того, что она основана на допущении, что наименьший измеренный параллакс принят равным $0'',62$. К тому же читатель не мог знать, что Лобачевский сделал здесь в арифметике ошибку в 100 раз.

Но все же у этой статьи нашелся читатель, который не прошел мимо этого загадочного места и, по-видимому, о нем много размышлял. Это был Гаусс. В 1844 г., т. е. через семь лет после появления упомянутой работы Лобачевского, Гаусс говорил о ней в письме к Герлингу, одному из своих учеников. Гаусс, который, как известно, владел русским языком с основной целью изучать работы Лоба-

чевского в начале своего письма совершенно правильно указывает, что работа Лобачевского в 17-м томе «Журнала Крелля» есть полный перевод его «Воображаемой геометрии» изданных в «Атласах науки». Затем он говорит, что основой обеих работ является мемуар Лобачевского от 1829 г., который, по словам Гаусса, не легко было бы достать в Германии.⁴²

Также Гаусс продолжает: «В отношении тем основания, из опыта науки, которая приведена на стр. 303-17 го тома «Крелля»⁴³, я не нашел ничего и в работе от 1840 г.⁴⁴, поэтому я не жалею буду, по-видимому, когда-нибудь вернуться написать самому Лобачевскому, который год тому назад не только предложил, был избран корреспондентом Гейсского общества и членом ученого общества. Быть может он придет мне «казакские записки»».

Нет, этого не произошло! После указанного письма к Герлингу Гаусс продолжил еще одиннадцать лет, Лобачевский двенадцать, но никакого обмена письмами между ними не состоялось. Об этом должен скорбеть биограф Лобачевского, ибо Гаусс, который, как нам теперь доводило, был известен, восхищаясь творчеством Лобачевского, был ответственным человеком, который мог разбить то действительно легкая для понимания, в котором Лобачевский, по мнению его математического творчества, прожил всю свою жизнь. Но здесь же об этом должна идти речь.

4

Среди работ Лобачевского, не относящихся к геометрии, имеется одна весьма интересная, близкая по своему содержанию к общей астрономической проблематике. Назвав ее «О вероятности средних результатов, полученных из повторных наблюдений» Статья была издана в 1842 г. в 42-м томе «Журнала Крелля» рядом со статьями корифеи математики той эпохи: Дарвина, Якоби, Штейнера. В ней рассматривается вопрос о том, с какой вероятностью можно ожидать, что при суммировании нескольких величин, из которых каждая отягчена случайной погрешностью, в сумме произойдет та или иная компенсация этих погрешностей.⁴⁵ Таким образом, Лобачевский рассуждал о классическую задачу о вероятности отклонения суммы случайных переменных от ее среднего значения. Та-

кая, посвящая этой проблеме важнейшие части своей «Аналитической теории вероятностей» (1812). Но он сделал здесь отход к случаю бесконечного числа наблюдений, откуда, в силу закона, вытекающего из закона о равномерном распределении, Лобачевский так же поступает с выводом формулы для вероятности данного результата при отклонения для суммы конечного числа случайных переменных.

«Таблица», — говорит он, — в своей «Аналитической теории вероятностей» занимается в сущности только случаем очень большого числа наблюдений. При помощи чрезвычайно сложных соображений и пытаясь не для определенных интегралов, он пришел к выражениям, выходящим совпадением с теми, которые мы здесь только что вывели»⁴⁶. Сюю формулу для любого конечного числа наблюдений Лобачевский иллюстрирует таблицей для случая, когда отклонение от 10 его численные результаты представлено в котором столбец, а в другой таблица

Рис. 1

n	$P(n) =$ Лобачевский	$P(n) =$ Гаусс	n	$P(n) =$ Лобачевский	$P(n) =$ Гаусс
1,4	1,00	1,00	1,5	0,991	0,991
1,9	1,00	1,000	1,6	0,97	0,97
1,8	1,00	1,000	1,7	0,94	0,94
1,7	1,000	1,000	1,8	0,91	0,91
1,6	1,00	1,00	1,9	0,87	0,87

Значения $P(n)$ представляют вероятность, что в результате среднее из 10 наблюдений не выйдет за пределы $\pm n$ от наибольшей погрешности каждого наблюдения, заданной в пределах ± 1 . Отсюда Лобачевский заключает, что вероятность компенсации погрешностей в малом количестве можно поставить 18 строк, — говорит он, — что он едва ли, среднее не превысит один из пяти той наибольшей ошибки, которой может быть подвержен каждый отдельный наблюдение.⁴⁸

К этим работам, как и все исследования Лобачевского добавляет в «Новых началах» (1855) несколько замечаний по

тически о характере, из них вытекает, что, говоря о погрешностях наблюдений, он имел в виду красные восходящие и нисходящие астрономические (он останавливается здесь на «кочеворителных кругах» и на вылете из «двух орудий малой величины»). Не была ли поэтому рассматриваемая нами работа только частью некоего более обширного замысла назначить вероятные ошибки тех определений и тех выводов, которыми он пользовался в работе 1829 г. в своих построениях космической геометрии? Или, быть может, Лобачевский только вновь позирался на эту задачу в том же направлении, с практической астрономической целью наблюдений и их обработки, к которым он был столь близок в ставшиеся уже далеко позади годы преподавания астрономии?

5

В 1842 г. астрономы европейских стран могли с удобством наблюдать солнечное затмение утром 8 июля полуденной фазы, прошла через множество населенных пунктов в Италии, Франции, Австрии, России, в том числе и через места расположения обсерваторий, как, например, в Милане и в Вене. Пулковская обсерватория, начавшая свою деятельность всего три года раньше этого события, выслала небольшую экспедицию в Ливенк⁴⁹, директор ее В. Я. Струве выразил пожелание об организации наблюдений в Пензе, где продолжительность полной фазы была значительная — около трех минут. Для этих наблюдений в Пензу отправился из Казани профессор Лобачевский и Кюлер вместе с 22 летним астрономом наблюдателем Казанской обсерватории М. В. Ляпуновым⁵⁰.

В те времена еще не были раскрыты основные физические функции Солнца. Наблюдая затмение, астрономы не понимали, уж не так ли считать «протуберанцы эти «красные горы» как-нибудь образованными приращением Струве⁵¹. Из этого далеко не ясно, что представляет собой «теперь дорога» как истолковать происхождение «двух орудий малой величины». Составляется ли вещь этот объект «из шаров, солнц и вихрей луны, или гораздо ближе к нам в нашей атмосфере?» — такими главными вопросами, которые ставит Лобачевский в его весьма подробном и разнородном «Счетче о полном солнечном затмении в Пензе 26 июля 1842 г.»⁵² Лобачевский начинает этот

счет с определениями, стоявшим в начале исследования наблюдений. Погода им не благоприятствовала, во время полной фазы Солнце было покрыто легкой завесой облаков. Тем не менее впечатление осталось грандиозное. «На месте дневного светила, когда последний его луч исчез, явился темный круг, как бы само Солнце, но теперь уже черное, стояло на небе. В трепетном ожидании чего-то неизвестного, в торжественном желании все видеть, с опасением чего-нибудь не заметить, стояли мы, зрители среди зрителей во мраке, с обращенным взором к потухшему Солнцу как обвороженные, почти чуждые страхом и беспокойством вдохновенные чувством возвышенным и торжественным»⁵³.

От этих непосредственных впечатлений, для которых мы нашли здесь прописанные слова, Лобачевский приступает к изложению описаний старинных наблюдений, начиная с затмения 1567 г.⁵⁴ Он сообщает различные попытки объяснить наблюдаемые явления и высказывает собственные соображения, полные глубоких мыслей о сущности физических теорий и, в частности, о трудностях, с которыми сталкивается теория света.

Одно из этих мест мы приведем здесь⁵⁵. «Систему волновой теории волновой теории справедливо называть теорией и только выражением тех явлений, которые желают объяснить. Истинная теория должна заключаться в одном простом, единственном начале, откуда движение берет как необходимое следствие, со всем своим разнообразием. И де Пуассон в письме к Фредерико «*Ann de Ch et de Ph*», 1823 стр. 170» заметил яснообразно, как «коротким путем» так же, как в случае, в котором теория волновой теории пришло бы сказать о том, как можно считать основывать все суждение на том, что в строгим смысле не существует, подобно тому, как мы говорим о течениях и поперечных, тогда как в природе находится только вода»⁵⁶. Теория волновой представляет верно некоторые законы в явлениях света, но не дает еще понятия, в чем сущность заключается. Не сколько ни строками дался в Лобачевского содержательная попытка, — правда, выраженная в очень общей формулировке, — попытка объяснить эмпирическую и потоную теорию света, которую отметил академик С. И. Вавилон в своей книге о Ньютоном⁵⁷.

Однако все это относится уже к истории физики и не подлежит развитию в настоящем сообщении.

На последней странице последней работы Лобачевского это была «На геометрия», которую совершенно ослеплый геометр в 1854 г. диктовал своему ученику Больцану, мы опять сталкиваемся с вопросом геометрии мира, с проблемой о возможности ее проверки при помощи астрономических наблюдений. Эти были, таким образом, его последние мысли. Но то, что мы читаем на этой странице, далеко не ясно и не продвигает нас дальше того, что было сказано Лобачевским за четверть века перед этим, в его первой работе, опубликованной в 1829 г.³⁷

Продолжая утверждать с известной осторожностью говорить о лобачевском астролизме. Так, в одной недавно вышедшей и вообще крошечной работе³⁸ встречается и такое указание: «В целях этого оправдания [оправдания его геометрической системы] Лобачевский производит астрономические наблюдения, которые не могли, однако, дать решающего результата, как он считал вероятным, из-за недостаточной точности инструментов». С такими соображениями не может согласиться астроном.

Чтобы вести систематические наблюдения для определения звездных параллаксов, Лобачевскому надо было бы вести наблюдения с помощью специальных приборов и годами не отходить от инструментов. Никаких звезд такой его деятельности нет и быть не может. А если бы он отложил решение этой задачи и начал бы работать до того момента, когда бы структуры звездных парallaxов создадут более совершенные инструменты, то позиция его, из той высокой и безупречной на которую его поставили три открытия из теорема, стала бы случайной и неуверенной, но на нее он никак не становится. И ведь всего через 7-8 лет после работы Лобачевского, опубликованной в 1829 г., три астронома — Бессель, Струве и Геншерон дали уже более точные значения четырех звездных параллаксов, полученных без каких-либо методов, зная об их открытии новую страницу в звездной астрономии. Но их результаты не имели уже существенного значения для Лобачевского.

Так в чем же, наконец, важность и ценность этих линии тех построений Лобачевского, о которых мы писали в самом начале?

Та геометрия, которая существует между структурами и системами, которые фактически имеют место в наблюдаемом мире, в космосе те или иные, которые нечетвертью тысячелетия мы усваивали в общепринятой геоцентрической системе? Вот вопрос, которого Лобачевскому не удалось решить пока что, даже и не ставит. А то единственное, что сыграло в этом пагубную роль — это исследование треугольника, взятого из геодезических триангуляций, — привело, как мы видели, к каким результатам.

Лобачевский вывел геометрию на неевклидовы, первый сформулировал эту проблему во всей ее общности: совпадает ли обычная геометрия с той, которая действует на бесконечных расстояниях космоса? И мы нашли ответ в виде двух положений. Первое — это совпадение отнюдь не обязательно, потому что даже с обычной геометрией имеет такое же право на космическую значимость и та система геометрии, которую мы расширяем до четвертичного. Второе — даже в градиентных критериях Вселенной, в пределах звездной системы и на расстояниях ближайших звезд, обычная геометрия почти сливается с особенностями геометрической системы. Дефекты треугольника, как он показывал, еще очень малы, поэтому мысленным измерением звездных параллаксов их можно не заметить. Это стало для него очевидным, и в этом смысле о слов находится в природе построенная им система геометрии и может, конечно, доказать не существование. Но, к сожалению, что решение нельзя будет найти никакими путями и в других своих работах высказал даже убеждение в том, что в нашем уме не может быть никакого противоречия, когда мы допускаем, что некоторые силы в природе действуют одной, другие своей особой геометрией³⁹. Поэтому мы можем лишь утверждать, что после Лобачевского вопрос об истинной геометрии физического мира остался открытым, он только вошел в мысли о нечетвертью законные сомнения по этой фундаментальной проблеме.⁴⁰

Но с этого момента в истории человеческой мысли — такая новая эпоха и эти астрономы, кто создал, кто может думать, могут и сказать свое слово и участвовать в

реше ни этих фундаментальных вопросов человеческого знания. Вот почему Лобачевский астроном И семена сомина, любящие ЛМ, и так же уже исключал из астрономии. Не останавливаясь здесь на многих интересных моментах⁶¹ я хочу только напомнить о том волнении охватывавшем нашу страну в 20-х годах прошлого века, когда от результатов астрономических экспедиций, посланных в Собратье из Бразилию для наблюдений полного солнечного затмения 29 мая 1919 г., ожидали ответа на вопрос: какова геометрия в поле тяготения вокруг Солнца — обыкновенная или иная? и когда, по-видимому, было окончательно решено, что иная.

Кто же первый провозвестник этой новой доктрины, первый глашатай того высокого и всеобщего учения, которое показало нам, что материя — отнюдь не гость в бесконечных пустынях пространства, но что ею творится и самая геометрия мира⁶². Мне думается, мы вправе признать, что этим провозвестником был Лобачевский несмотря на то, что он шел другими, существенно более простыми и скромными путями, и иначе не мог идти в свое эпоху. Вот почему я решаюсь повторить Лобачевский великий астроном. Вот почему из бездонных глубин его мысли человечество еще долго будет черпать силы к построению науки о мире и о природе. Для нас же, в нашем служении советской науке, он ведь остается воплотившим в том призыве, который он привнес в своей «Речи о воспитании»⁶³ и который повторил слагды Вячеслав Андреевич Сидоров⁶⁴ — все на ту же тему о конечном триумфе человеческого разума. Ибо Лобачевский писал 120 лет назад:

«Справедливо ирриабз она хранит все истины и на вопросы наши будет отвечать нам непременно и удовлетворительно».

ПРИЛОЖЕНИЯ

Наум Ильич Идельсон родился 13 марта 1885 г. в Петербурге. Его отец, хотя сам был по образованию математик, хотел, чтобы сын избрал карьеру юриста. Уставая желанием отца, И. И. Идельсон окончил гимназию и поступил на юридический факультет Петербургского университета. Но его типичные склонности были направлены совсем в другую сторону: его интересовала математика, и он решил пройти курсы двух факультетов — юридического и физико-математического. Благодаря блестящим способностям ему это удалось, и в 1906 г. он окончил университет по двум специальностям.

По окончании университета И. И. Идельсон был некоторое время помощником присяжного поверенного. Но, несмотря на то, что его первые шаги на этом поприще были очень удачны, юриспруденция и, прежде всего, увлекала Наума Ильича. Ему хотелось работать в области, так или иначе связанной с математикой, и он воспользовался предоставленной ему возможностью стать преподавателем математики в среднем учебном заведении. Преподавание всегда привлекало И. И. Идельсона, и к тому же, работая в гимназии, много сил и устанавливал достаточное свободное время для самостоятельных занятий.

Астрономией Наум Ильич стал заниматься довольно поздно. В бытность студентом он слушал некоторые необязательные для математика астрономические курсы (которые читал А. А. Иваница). Его особенно заинтересовала теоретическая астрономия и небесная механика. И хотя И. И. Идельсон окончил университет как математик, зашедший в то время в интерес к астрономии не угас. Свободное от работы время он отдавал занятиям астрономией. Он посещает заседания Русского астрономического общества и Общества любителей народного просвещения, занимается членом обоих обществ. Общество любителей народного просвещения вело в то время очень энергичную деятельность, объединяло любителей астрономии самых различных специальностей. Здесь Идельсон познакомился с Г. А. Тихоновым, М. А. Вальевым, Н. А. Морозовым, вошел в активное участие в его деятельности.

Преобразование И. И. Идельсона из человека, интересующегося астрономией в активного участника началось в 1918 г., когда он поступил в институт на службу в сотрудничестве тогдашнего директора Астрономической обсерватории Наумовской обсерватории П. Ф. Лисафта. В этом отношении, во главе которого стоял Н. А. Мо-



И. И. ИДЕЛЬСОН

розов, было создано специальное вычислительное бюро в составе М. А. Вальева, И. И. Идельсона и Н. М. Штаде. В задачи бюро входило составление таблиц для вычисления положений Солнца, Луны и планет с целью быстрого и легкого определения датировки исторических памятников, содержащих указания астрономического характера: продолжение цикла затмений Осизнера, вычисления орбит падающих звезд и т. д.

Это было время, когда после Великой Октябрьской социалистической революции перед революционными организациями стояло много задач. Одной из таких задач было создание собственных астрономических ежегодников. Ежегодная астрономия составляла не изданные ежегодников и весь круг интересов с этим связанный — совершенно не развивался в Пулковской обсерватории, и в других учреждениях дореволюционной России. Выпускались только два любительских календаря: «Русский астрономический календарь» издававшийся Нижегородским кружком любителей физики и астрономии, и «Ежегодник Русского астрономического общества». При составлении этих кратких календарей пользовались данными из изданных астрономических ежегодников. Для астрономических обсерваторий для удовлетворения нужд флота для

[illegible]

се являют «запасными» требованиями, предъявляемым к такому роду изданиям. В остальных случаях достаточно иметь в виду, что, если не учитывать эти требования, издается некачественная продукция. При этом не следует забывать, что в настоящее время в СССР не существует единого государственного стандарта на качество продукции, поэтому при выборе издания необходимо руководствоваться требованиями, предъявляемыми к изданию, и учитывать, что в настоящее время в СССР не существует единого государственного стандарта на качество продукции, поэтому при выборе издания необходимо руководствоваться требованиями, предъявляемыми к изданию, и учитывать, что в настоящее время в СССР не существует единого государственного стандарта на качество продукции.

то он читал специальный курс геоэвристики в отделе в Астрономическом институте в 1930-1931 гг. и уже влился в теорию о редких фигурных формах в геоэвристике и геоэвристике.

В Астрономическом институте образовалась группа теоретиков геоэвристики Н. И. Идельсона, Д. Н. Храмова, П. Р. Мазина, и именно последние к ним примкнул Д. В. Захаров. Особый интерес Науна Ильича так называемая проблема Стокса. Появляется ряд его заметок по геоэвристике этому вопросу.

На седьмой Балтийской геоэвристике на конференции проводился в 1934 г. в Москве, Н. И. Идельсон сделал доклад «Об определении фигуры Земли по наблюдениям силы тяжести» (печатать в отчетах конференции 1935 г.).

В то же время Н. И. Идельсон читает курс теории гравитации и теории фигур Земли в Ленинградском университете. В результате появляется «Курс теории гравитации» (выдержкой из издания (первое издание — литографированное, изд. ЛГУ, 1931 г.). В 1936 г. вышло последнее издание значительно переработанное и дополненное. Центральную часть книги составляет глава о гравитации. Проблемы физической гравитации здесь также связываются с общими проблемами теории потенциала с общими задачами математической физики. Эту главу можно рассматривать как небольшую монографию по теории фигур Земли и теоретической гравитации.

В этот же период под редакцией Н. И. Идельсона выходит перевод книги П. Аппеля «Фигуры равновесия приращиваемой однородной жидкости». В качестве дополнения к книге приложены две статьи Науна Ильича: подробное изложение теории фигур равновесия А. М. Липкина и статья об эволюционном геодезии.

Большая Отечественная война застала Н. И. Идельсона в Ленинграде. В условиях суровой зимы 1941 г., в условиях блокады он не прекращал работы. В учреждениях работа заперта, занятий в университете не было. В холодной уютной комнате на в бомбоубежище Науна Ильича штудировал «Курс небесной механики» Пуанкаре, для чего, как он говорил, никогда раньше этого не находилось времени. В декабре 1941 г. он был эвакуирован в Казань и там в Казанском университете проведет для студентов старших курсов и аспирантов специальный курс небесной механики, построенный на основе курса Пуанкаре.

В Казань Н. И. Идельсон приехал, когда Астрономический институт оказался еще в Ленинграде и известность была, будет те же знания. Поэтому Науна Ильича был назначен в Институт теоретической геоэвристики Академии наук СССР, а впоследствии он же сошел в Казанский университет, где заведовал кафедрой геоэвристики.

По возвращении из эвакуации в 1944 г. Н. И. Идельсон переехал в Казань в Ленинградском университете, а в 1946 г. в Пулковскую об-

серваторию, где заведовал астрометрическим отделом. Здесь он продолжал свои занятия теоретической астрометрией, производил обработку старых рядов пулковских наблюдений. Сделав вывоз обработкой первый ряд наблюдений за пассажом индустрии в первом вертикале проводил их А. С. Власовичем в 1925 по 1941 г. с целю о сечении постоянной кутации. Обработаны были 2160 наблюдений трех звезд. Сопоставляя полученные значения постоянной кутации со значениями выведенными из других наблюдений, Науна Ильич пришел к неоспорительному выводу, что при малом числе звёзд, результаты могут быть наблюдены на этом инструменте, получить результаты большей точности принципиально невозможно: уверенные результаты могут получиться только путем вывода поправки из наблюдений большого числа объектов. Таким образом, работа на пассаж индустрии на первом вертикале в Пулковской в течение почти столетия не могла дать и не дала существенных результатов для определения постоянной кутации.

На протяжении всей своей жизни Н. И. Идельсон много сил и труда отдавал преподаванию. Он был прекрасным педагогом, блестящим лектором и преподавателем. Его работа очень любил. В начале с 1918 по 1926 г. Науна Ильич был преподавателем Военно-топографического училища. Здесь ему пришлось читать курс о способе наименьших квадратов. Изданный в 1920 г. литографским способом краткий курс «Различные вычисления по способу наименьших квадратов» явился тем зерном, из которого вырос впоследствии обстоятельный курс «Способ наименьших квадратов и теория математической обработки наблюдений» (три издания, 1927, 1932, 1947) У нас, и стране было издано много руководств по способу наименьших квадратов, но ни в одном из них мы не найдем такой солидности теоретического изложения, как в курсе Н. И. Идельсона. Изложение способа наименьших квадратов в этом курсе примыкает к классическому изложению академика А. А. Маркова. Последние две главы посвящены теории ошибок и эмпирическим вопросам, связанным с законом распределения случайных погрешностей. Большие место отведено описанию практики применения способа наименьших квадратов.

В 1926 г. Н. И. Идельсон ослушил предложение преподавать в Ленинградском университете с большим удовольствием отдался этой работе с большим перерывом, вызванным эвакуацией, проработал и университет до конца своей жизни. Начал он с роли ассистента, а в 1931 г. утверждается доцентом, а в 1933 г. профессором по кафедре астрономии. В 1936 г. ему присуждается без защиты диссертации звание доктора физико-математических наук. Он преподавал не только на кафедре астрономии, но и на кафедрах механики, геоэвристики, геоэвристики. Курсы читались Н. И. Идельсоном, выда-

разнобразия. В разное время он читал лекции в университете и его собственными квадратами, теория гравитации, теория фигур, а также общепринятая механика, теоретическая астрономия, история астрономии и история чехословакии.

С 1930 по 1937 г. он в сотрудничестве с Юлием Паулем предложил также и Лепидарскому и другим теориям механики и с тем же временем кафедра теоретической механики и астрономии в Карловом университете.

Очень любил П. И. Идельсон заниматься историей науки. Здесь сказывалось и желать быть, влияние его истинно-научной специальности. Общественно-научное сотрудничество с Лепидарским обязало его для каждого из них в работе часто встречаться с характером исторического мышления и он стал постепенно ассимилировать историческое мышление астрономии и механики. Так, например, занимаясь составлением ежегодников и календарей, Пауль Ильич уделял большое внимание календарю и гитлер в 1925 г. издал книгу «История календарей» позже стал и для Большой советской энциклопедии на ту же тему. За эти годы в фигуре Земли заставил его обратиться к старым измерениям Клеро, Стокса, Бресса и Пуанкаре, являющимся основным знанием для этой проблемы у него ожидалось издать эти измерения на русском языке с соответствующими комментариями. Перевод всех четырех измерений был выполнен частично самим Паулем Ильичом частично под его редакцией, но только первый из них увидел свет. Межар. А. Клеро «Теория фигур Земли» оставил напечатать в простатике был издан в 1947 г. под редакцией П. И. Идельсона с его комментариями и очерком о жизни и научной деятельности Клеро. Тогда же появились его небольшие статьи «Адольф Клеро и Петербургская академия наук» (1947). Курсы истории астрономии и истории механики читались П. И. Идельсоном в университете всегда вызвали большой интерес студентов.

4 июля 1947 г. Пауль Ильич скончался, скончался в больнице, расцвете своих творческих сил. Смерть заставила его за работой над курсом «Теоретической астрономии», который он читал в университете. К сожалению, написанной им работе не удалось издать, она осталась только черновиком, написанная им.

Поразительная глубина зрелости П. И. Идельсона, его глубокие знания не только в узкой области астрономии, но и в истории науки, но также в широкой области, в математической механике. В памяти всех ученых Пауль Ильич и его работы, его умение видеть человека, широко и глубоко образованный человек, высокий культуры.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

РАБОТЫ П. И. ИДЕЛЬСОНА

1936 г.

Уильямс, М. А. Вильямс, Марондеде. т. 9 № 1 (38), стр. 2-16.

1921 г.

Comete 1921. Глава Росс. Астроном. обсерватория, Циркуляр № 1, совместно с Г. Иланов.

Эфемериды кометы 1921 (Дубаго) Г. А. вычислит. изд. Циркуляр № 6.

Neuer Komet 1921 (Dubago) Elemente Ephemeride Beob. Zirk., Bd. 3, № 17, S. 29.

Эфемериды перигелической кометы 1916 (Vesta) Г. А. вычислит. изд. Циркуляр № 7.

Эфемериды (4) Vesta Г. А. вычислит. изд. Циркуляр № 8 (совместно с Е. Рубинштейн).

К вопросу об определении орбиты кометы 1921 (Reid) Г. А. вычислит. изд. Циркуляр № 10.

Эфемериды планеты (2) Pallas Г. А. вычислит. изд. Циркуляр № 13. Основные понятия сферической астрономии. В кн. «Астроном. ежегодник на 1922 г.», Pt. 1, стр. 158-177.

Tableaux astronomiques pour le calcul des quantités des Bessels ennes A, B, C, D, E, pour les temps 1920, 1921, 1922, 1923, 1924, 1925, 1926, 1927, 1928, 1929, 1930, 1931, 1932, 1933, 1934, 1935, 1936, 1937, 1938, 1939, 1940, 1941, 1942, 1943, 1944, 1945, 1946, 1947, 1948, 1949, 1950, 1951, 1952, 1953, 1954, 1955, 1956, 1957, 1958, 1959, 1960, 1961, 1962, 1963, 1964, 1965, 1966, 1967, 1968, 1969, 1970, 1971, 1972, 1973, 1974, 1975, 1976, 1977, 1978, 1979, 1980, 1981, 1982, 1983, 1984, 1985, 1986, 1987, 1988, 1989, 1990, 1991, 1992, 1993, 1994, 1995, 1996, 1997, 1998, 1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023, 2024, 2025, 2026, 2027, 2028, 2029, 2030, 2031, 2032, 2033, 2034, 2035, 2036, 2037, 2038, 2039, 2040, 2041, 2042, 2043, 2044, 2045, 2046, 2047, 2048, 2049, 2050, 2051, 2052, 2053, 2054, 2055, 2056, 2057, 2058, 2059, 2060, 2061, 2062, 2063, 2064, 2065, 2066, 2067, 2068, 2069, 2070, 2071, 2072, 2073, 2074, 2075, 2076, 2077, 2078, 2079, 2080, 2081, 2082, 2083, 2084, 2085, 2086, 2087, 2088, 2089, 2090, 2091, 2092, 2093, 2094, 2095, 2096, 2097, 2098, 2099, 2100, 2101, 2102, 2103, 2104, 2105, 2106, 2107, 2108, 2109, 2110, 2111, 2112, 2113, 2114, 2115, 2116, 2117, 2118, 2119, 2120, 2121, 2122, 2123, 2124, 2125, 2126, 2127, 2128, 2129, 2130, 2131, 2132, 2133, 2134, 2135, 2136, 2137, 2138, 2139, 2140, 2141, 2142, 2143, 2144, 2145, 2146, 2147, 2148, 2149, 2150, 2151, 2152, 2153, 2154, 2155, 2156, 2157, 2158, 2159, 2160, 2161, 2162, 2163, 2164, 2165, 2166, 2167, 2168, 2169, 2170, 2171, 2172, 2173, 2174, 2175, 2176, 2177, 2178, 2179, 2180, 2181, 2182, 2183, 2184, 2185, 2186, 2187, 2188, 2189, 2190, 2191, 2192, 2193, 2194, 2195, 2196, 2197, 2198, 2199, 2200, 2201, 2202, 2203, 2204, 2205, 2206, 2207, 2208, 2209, 2210, 2211, 2212, 2213, 2214, 2215, 2216, 2217, 2218, 2219, 2220, 2221, 2222, 2223, 2224, 2225, 2226, 2227, 2228, 2229, 2230, 2231, 2232, 2233, 2234, 2235, 2236, 2237, 2238, 2239, 2240, 2241, 2242, 2243, 2244, 2245, 2246, 2247, 2248, 2249, 2250, 2251, 2252, 2253, 2254, 2255, 2256, 2257, 2258, 2259, 2260, 2261, 2262, 2263, 2264, 2265, 2266, 2267, 2268, 2269, 2270, 2271, 2272, 2273, 2274, 2275, 2276, 2277, 2278, 2279, 2280, 2281, 2282, 2283, 2284, 2285, 2286, 2287, 2288, 2289, 2290, 2291, 2292, 2293, 2294, 2295, 2296, 2297, 2298, 2299, 2300, 2301, 2302, 2303, 2304, 2305, 2306, 2307, 2308, 2309, 2310, 2311, 2312, 2313, 2314, 2315, 2316, 2317, 2318, 2319, 2320, 2321, 2322, 2323, 2324, 2325, 2326, 2327, 2328, 2329, 2330, 2331, 2332, 2333, 2334, 2335, 2336, 2337, 2338, 2339, 2340, 2341, 2342, 2343, 2344, 2345, 2346, 2347, 2348, 2349, 2350, 2351, 2352, 2353, 2354, 2355, 2356, 2357, 2358, 2359, 2360, 2361, 2362, 2363, 2364, 2365, 2366, 2367, 2368, 2369, 2370, 2371, 2372, 2373, 2374, 2375, 2376, 2377, 2378, 2379, 2380, 2381, 2382, 2383, 2384, 2385, 2386, 2387, 2388, 2389, 2390, 2391, 2392, 2393, 2394, 2395, 2396, 2397, 2398, 2399, 2400, 2401, 2402, 2403, 2404, 2405, 2406, 2407, 2408, 2409, 2410, 2411, 2412, 2413, 2414, 2415, 2416, 2417, 2418, 2419, 2420, 2421, 2422, 2423, 2424, 2425, 2426, 2427, 2428, 2429, 2430, 2431, 2432, 2433, 2434, 2435, 2436, 2437, 2438, 2439, 2440, 2441, 2442, 2443, 2444, 2445, 2446, 2447, 2448, 2449, 2450, 2451, 2452, 2453, 2454, 2455, 2456, 2457, 2458, 2459, 2460, 2461, 2462, 2463, 2464, 2465, 2466, 2467, 2468, 2469, 2470, 2471, 2472, 2473, 2474, 2475, 2476, 2477, 2478, 2479, 2480, 2481, 2482, 2483, 2484, 2485, 2486, 2487, 2488, 2489, 2490, 2491, 2492, 2493, 2494, 2495, 2496, 2497, 2498, 2499, 2500, 2501, 2502, 2503, 2504, 2505, 2506, 2507, 2508, 2509, 2510, 2511, 2512, 2513, 2514, 2515, 2516, 2517, 2518, 2519, 2520, 2521, 2522, 2523, 2524, 2525, 2526, 2527, 2528, 2529, 2530, 2531, 2532, 2533, 2534, 2535, 2536, 2537, 2538, 2539, 2540, 2541, 2542, 2543, 2544, 2545, 2546, 2547, 2548, 2549, 2550, 2551, 2552, 2553, 2554, 2555, 2556, 2557, 2558, 2559, 2560, 2561, 2562, 2563, 2564, 2565, 2566, 2567, 2568, 2569, 2570, 2571, 2572, 2573, 2574, 2575, 2576, 2577, 2578, 2579, 2580, 2581, 2582, 2583, 2584, 2585, 2586, 2587, 2588, 2589, 2590, 2591, 2592, 2593, 2594, 2595, 2596, 2597, 2598, 2599, 2600, 2601, 2602, 2603, 2604, 2605, 2606, 2607, 2608, 2609, 2610, 2611, 2612, 2613, 2614, 2615, 2616, 2617, 2618, 2619, 2620, 2621, 2622, 2623, 2624, 2625, 2626, 2627, 2628, 2629, 2630, 2631, 2632, 2633, 2634, 2635, 2636, 2637, 2638, 2639, 2640, 2641, 2642, 2643, 2644, 2645, 2646, 2647, 2648, 2649, 2650, 2651, 2652, 2653, 2654, 2655, 2656, 2657, 2658, 2659, 2660, 2661, 2662, 2663, 2664, 2665, 2666, 2667, 2668, 2669, 2670, 2671, 2672, 2673, 2674, 2675, 2676, 2677, 2678, 2679, 2680, 2681, 2682, 2683, 2684, 2685, 2686, 2687, 2688, 2689, 2690, 2691, 2692, 2693, 2694, 2695, 2696, 2697, 2698, 2699, 2700, 2701, 2702, 2703, 2704, 2705, 2706, 2707, 2708, 2709, 2710, 2711, 2712, 2713, 2714, 2715, 2716, 2717, 2718, 2719, 2720, 2721, 2722, 2723, 2724, 2725, 2726, 2727, 2728, 2729, 2730, 2731, 2732, 2733, 2734, 2735, 2736, 2737, 2738, 2739, 2740, 2741, 2742, 2743, 2744, 2745, 2746, 2747, 2748, 2749, 2750, 2751, 2752, 2753, 2754, 2755, 2756, 2757, 2758, 2759, 2760, 2761, 2762, 2763, 2764, 2765, 2766, 2767, 2768, 2769, 2770, 2771, 2772, 2773, 2774, 2775, 2776, 2777, 2778, 2779, 2780, 2781, 2782, 2783, 2784, 2785, 2786, 2787, 2788, 2789, 2790, 2791, 2792, 2793, 2794, 2795, 2796, 2797, 2798, 2799, 2800, 2801, 2802, 2803, 2804, 2805, 2806, 2807, 2808, 2809, 2810, 2811, 2812, 2813, 2814, 2815, 2816, 2817, 2818, 2819, 2820, 2821, 2822, 2823, 2824, 2825, 2826, 2827, 2828, 2829, 2830, 2831, 2832, 2833, 2834, 2835, 2836, 2837, 2838, 2839, 2840, 2841, 2842, 2843, 2844, 2845, 2846, 2847, 2848, 2849, 2850, 2851, 2852, 2853, 2854, 2855, 2856, 2857, 2858, 2859, 2860, 2861, 2862, 2863, 2864, 2865, 2866, 2867, 2868, 2869, 2870, 2871, 2872, 2873, 2874, 2875, 2876, 2877, 2878, 2879, 2880, 2881, 2882, 2883, 2884, 2885, 2886, 2887, 2888, 2889, 2890, 2891, 2892, 2893, 2894, 2895, 2896, 2897, 2898, 2899, 2900, 2901, 2902, 2903, 2904, 2905, 2906, 2907, 2908, 2909, 2910, 2911, 2912, 2913, 2914, 2915, 2916, 2917, 2918, 2919, 2920, 2921, 2922, 2923, 2924, 2925, 2926, 2927, 2928, 2929, 2930, 2931, 2932, 2933, 2934, 2935, 2936, 2937, 2938, 2939, 2940, 2941, 2942, 2943, 2944, 2945, 2946, 2947, 2948, 2949, 2950, 2951, 2952, 2953, 2954, 2955, 2956, 2957, 2958, 2959, 2960, 2961, 2962, 2963, 2964, 2965, 2966, 2967, 2968, 2969, 2970, 2971, 2972, 2973, 2974, 2975, 2976, 2977, 2978, 2979, 2980, 2981, 2982, 2983, 2984, 2985, 2986, 2987, 2988, 2989, 2990, 2991, 2992, 2993, 2994, 2995, 2996, 2997, 2998, 2999, 3000, 3001, 3002, 3003, 3004, 3005, 3006, 3007, 3008, 3009, 3010, 3011, 3012, 3013, 3014, 3015, 3016, 3017, 3018, 3019, 3020, 3021, 3022, 3023, 3024, 3025, 3026, 3027, 3028, 3029, 3030, 3031, 3032, 3033, 3034, 3035, 3036, 3037, 3038, 3039, 3040, 3041, 3042, 3043, 3044, 3045, 3046, 3047, 3048, 3049, 3050, 3051, 3052, 3053, 3054, 3055, 3056, 3057, 3058, 3059, 3060, 3061, 3062, 3063, 3064, 3065, 3066, 3067, 3068, 3069, 3070, 3071, 3072, 3073, 3074, 3075, 3076, 3077, 3078, 3079, 3080, 3081, 3082, 3083, 3084, 3085, 3086, 3087, 3088, 3089, 3090, 3091, 3092, 3093, 3094, 3095, 3096, 3097, 3098, 3099, 3100, 3101, 3102, 3103, 3104, 3105, 3106, 3107, 3108, 3109, 3110, 3111, 3112, 3113, 3114, 3115, 3116, 3117, 3118, 3119, 3120, 3121, 3122, 3123, 3124, 3125, 3126, 3127, 3128, 3129, 3130, 3131, 3132, 3133, 3134, 3135, 3136, 3137, 3138, 3139, 3140, 3141, 3142, 3143, 3144, 3145, 3146, 3147, 3148, 3149, 3150, 3151, 3152, 3153, 3154, 3155, 3156, 3157, 3158, 3159, 3160, 3161, 3162, 3163, 3164, 3165, 3166, 3167, 3168, 3169, 3170, 3171, 3172, 3173, 3174, 3175, 3176, 3177, 3178, 3179, 3180, 3181, 3182, 3183, 3184, 3185, 3186, 3187, 3188, 3189, 3190, 3191, 3192, 3193, 3194, 3195, 3196, 3197, 3198, 3199, 3200, 3201, 3202, 3203, 3204, 3205, 3206, 3207, 3208, 3209, 3210, 3211, 3212, 3213, 3214, 3215, 3216, 3217, 3218, 3219, 3220, 3221, 3222, 3223, 3224, 3225, 3226, 3227, 3228, 3229, 3230, 3231, 3232, 3233, 3234, 3235, 3236, 3237, 3238, 3239, 3240, 3241, 3242, 3243, 3244, 3245, 3246, 3247, 3248, 3249, 3250, 3251, 3252, 3253, 3254, 3255, 3256, 3257, 3258, 3259, 3260, 3261, 3262, 3263, 3264, 3265, 3266, 3267, 3268, 3269, 3270, 3271, 3272, 3273, 3274, 3275, 3276, 3277, 3278, 3279, 3280, 3281, 3282, 3283, 3284, 3285, 3286, 3287, 3288, 3289, 3290, 3291, 3292, 3293, 3294, 3295, 3296, 3297, 3298, 3299, 3300, 3301, 3302, 3303, 3304, 3305, 3306, 3307, 3308, 3309, 3310, 3311, 3312, 3313, 3314, 3315, 3316, 3317, 3318, 3319, 3320, 3321, 3322, 3323, 3324, 3325, 3326, 3327, 3328, 3329, 3330, 3331, 3332, 3333, 3334, 3335, 3336, 3337, 3338, 3339, 3340, 3341, 3342, 3343, 3344, 3345, 3346, 3347, 3348, 3349, 3350, 3351, 3352, 3353, 3354, 3355, 3356, 3357, 3358, 3359, 3360, 3361, 3362, 3363, 3364, 3365, 3366, 3367, 3368, 3369, 3370, 3371, 3372, 3373, 3374, 3375, 3376, 3377, 3378, 3379, 3380, 3381, 3382, 3383, 3384, 3385, 3386, 3387, 3388, 3389, 3390, 3391, 3392, 3393, 3394, 3395, 3396, 3397, 3398, 3399, 3400, 3401, 3402, 3403, 3404, 3405, 3406, 3407, 3408, 3409, 3410, 3411, 3412, 3413, 3414, 3415, 3416, 3417, 3418, 3419, 3420, 3421, 3422, 3423, 3424, 3425, 3426, 3427, 3428, 3429, 3430, 3431, 3432, 3433, 3434, 3435, 3436, 3437, 3438, 3439, 3440, 3441, 3442, 3443, 3444, 3445, 3446, 3447, 3448, 3449, 3450, 3451, 3452, 3453, 3454, 3455, 3456, 3457, 3458, 3459, 3460, 3461, 3462, 3463, 3464, 3465, 3466, 3467, 3468, 3469, 3470, 3471, 3472, 3473, 3474, 3475, 3476, 3477, 3478, 3479, 3480, 3481, 3482, 3483, 3484, 3485, 3486, 3487, 3488, 3489, 3490, 3491, 3492, 3493, 3494, 3495, 3496, 3497, 3498, 3499, 3500, 3501, 3502, 3503, 3504, 3505, 3506, 3507, 3508, 3509, 3510, 3511, 3512, 3513, 3514, 3515, 3516, 3517, 3518, 3519, 3520, 3521, 3522, 3523, 3524, 3525, 3526, 3527, 3528, 3529, 3530, 3531, 3532, 3533, 3534, 3535, 3536, 3537, 3538, 3539, 3540, 3541, 3542, 3543, 3544, 3545, 3546, 3547, 3548, 3549, 3550, 3551, 3552, 3553, 3554, 3555, 3556, 3557, 3558, 3559, 3560, 3561, 3562, 3563, 3564, 3565, 3566, 3567, 3568, 3569, 3570, 3571, 3572, 3573, 3574, 3575, 3576, 3577, 3578, 3579, 3580, 3581, 3582, 3583, 3584, 3585, 3586, 3587, 3588, 3589, 3590, 3591, 3592, 3593, 3594, 3595, 3596, 3597, 3598, 3599, 3600, 3601, 3602, 3603, 3604, 3605, 3606, 3607, 3608, 3609, 3610, 3611, 3612, 3613, 3614, 3615, 3616, 3617, 3618, 3619, 3620, 3621, 3622, 3623, 3624, 3625, 3626, 3627, 3628, 3629, 3630, 3631, 3632, 3633, 3634, 3635, 3636, 3637, 3638, 3639, 3640, 3641, 3642, 3643, 3644, 3645, 3646, 3647, 3648, 3649, 3650, 3651, 3652, 3653, 3654, 3655, 3656, 3657, 3658, 3659, 3660, 3661, 3662, 3663, 3664, 3665, 3666, 3667, 3668, 3669, 3670, 3671, 3672, 3673, 3674, 3675, 3676, 3677, 3678, 3679, 3680, 3681, 3682, 3683, 3684, 3685, 3686, 3687, 3688, 3689, 3690, 3691, 3692, 3693, 369

1921 г.

- Sur le retour la comète Melan. L'ult. — Вост. Астрон. и т.
№ 7 стр. 41—45
Tuttescher Komet — Beob. Zirk. Bd 7 N 48 S 91 (совместно с
М. М. Мусселиусом)
Le retour prochain de la comète Melan. L'ult. — Вост. Астрон.
и т. № 10 стр. 74—77
История астрономии. М., издание т. 16, № 2, 1933
История календаря. Л., Научное книгоиздательство. 176 с.

1926 г.

- Tuttescher Komet (1926a), Ephemeride — Beob. Zirk. Bd 8,
№ 2 S. 3.
Ephemeride des Tutteschen Kometen (1926b) — Beob. Zirk., Bd 8,
№ 4, S. 9 (совместно с М. М. Мусселиусом)
Tuttescher Komet (1926a) — Beob. Zirk., Bd 8, № 5, S. 11 (сов-
местно с М. М. Мусселиусом)
Sur l'interpolation par la méthode de Tchebyscheff — Вост. Астрон.
и т. № 14, стр. 153—157
Уравнительные вычисления по способу наименьших квадратов
Л. Изд. Военно-топограф. школы, 148 с.

1927 г.

- Уравнительные вычисления по способу наименьших квадратов.
Гос. изд. во, 192 с.
Remarks on the calculation of the elliptic integral. Astr. Nachr.
230, № 5506, p. 225—228
Die Acquinkalkalkorrektion des Paikowat Katalogs 1915,0 und
Vergleichung desselben mit Eichelberger's System und dem Greenwich
First Catalogue for 1925,0. Труды ГРАО, серия 2, 33, стр. LXXV—
XCIV
Три годовых календаря (Ньютоном, Лалаке, Леверье) В кн. «Русский
астрономический календарь на 1933 г.», стр. 192—229

1928 г.

- Вращение Земли — Природа № 1, стр. 3—22.

1929 г.

- Спектры туманностей — Человек и природа № 5
Проблемы теоретической астрономии. Природа, № 10, стр.
836—846

1930 г.

- Проблемы теоретической астрономии. В кн. «Труды II, III и IV
астрономических съездов, 1920—1928» Л., стр. 59—74
Механизмы света. Гос. изд. во, 126 с. (изд. 1-е и 2-е)
Джордж Дарвин. В кн. «Теория науки о звездах» Л., стр. 59
74

1931 г.

- Sur la limite de la distance en relogio de et el ip-
de. Вост. Астрон. и т., № 26, стр. 68—70 (совместно с Н. Р.
Малковичем)
Die Stokessche Formel in der Geodäsie als Lösung einer Randwer-
aufgabe. Geogr. Beitr. z. Geophys. № 29, H. 2 S. 155—160 (сов-
местно с Н. Р. Малковичем)
То же (реф.) Phys. Ber., № 2, S. 1858
То же (реф.) — Zbl. Mathem. u. Grenzgebiete, № 1, S. 380
Теория потенциала и ее приложения к геофизике, часть I. Изд.
ЛГУ, 176 с.

1932 г.

- Теория потенциала и ее приложения к вопросам геофизики
ГТИИ, 348 с.
Способ наименьших квадратов. Второе издание, пересмотренное и
дополненное. Л., Изд. во Кудач. 200 с.
Кинематика Л., Изд. во Кудач. 198 с. с илл.
Die Integralgleichung der Gravitationsanomalie. Geogr. u. Geogr. d. s.
Beitr. z. Geophys. № 40, H. 1, S. 24—28
То же (реф.) Zbl. Mathem. u. Grenzgebiete, № 7, S. 286
То же (реф.) Phys. Ber. № 15, S. 67

1934 г.

- Eigenbewegungen von 85 Sterne in Deklination. Труды ГАО,
46, с. 50—66 (совместно с Б. И. Раком)
Encke's Comet in 1934. Elements and Ephemerides. Poulkovo obs.
Circ. № 10. Append. 3

1935 г.

- Über die Bestimmung der Figur der Erde aus Schwerkraftmes-
sungen. Comptes Rendus 7^e session Comm. Geod. Balt., 1934, N 2,
S. 9—23. Helsinki
То же (реф.) Zbl. Mathem. u. Grenzgebiete, № 11, S. 92
То же (реф.) Phys. Ber., № 17, S. 472
La comète d'Encke en 1924—1934 — Изв. ГАО 15, № 24, стр. 1—18
La comète d'Encke en 1924—1934. J. d. Observateurs 18, № 8,
p. 133—141
Суждения по поводу статьи А. Клозе. Основы измерения времени —
Мировое издание № 24, стр. 2

1936 г.

- Теория потенциала с приложениями к теории фигуры Земли и
геофизике. Издание 2-е дополненное и переработанное. ОНТИ, 424 с.
Постановка проблемы фигур равновесия и теории Ляпунова.
Краткое изложение. «К переводу книги П. Аппеля «Фигуры равновесия вра-
щающихся однородной жидкости» ОНТИ, стр. 316—357

Эллипсоидальный геоид. Дополнение 2-е к переводу книги П. А. Янеля «Фигуры равновесия вращающейся однородной жидкости» ОНТИ, стр. 158—166.

Erweiterung auf die vorstehenden Kritiken — Gerlands Beitr. z. Geophys., № 47, H. 4, S. 411—412.

То же (реф.) Phys. Ber., № 17, S. 2263.

То же (реф.) — Zb. Mathem. und Grenzgebiete, N 14, S. 240.

Комета Энке. Природа, № 6, стр. 5—13.

От Протезия к Копернику. Вестник знания, № 12.

1937 г.

О механике Лагранжа. В кн.: «А. Л. Лагранжи (1736—1936)». Сборник статей к 200-летию со дня рождения. Изд-во АН СССР, стр. 17—46.

Календари. В кн.: «БСЭ», т. 30, стр. 691—693.

1936 г.

Редукционные вычисления в астрономии. Приложение к Астрономическому СССР на 1941 г. Изд-во АН СССР, стр. 379—432.

Замечания по поводу теории Ломоносова о кометных хвостах и связанной с ней дискуссии. В кн.: «Ломоносов. Сборник статей и материалов». М.—Л., стр. 66—116.

1941 г.

Фундаментальные постоянные астрономии и геодезии. Приложение к Астрономическому СССР на 1942 г. Изд-во АН СССР, стр. 409—476.

Cosmetographical (194 g) (Elements) (A.) Circularis № 853.

1942 г.

Галилей в истории астрономии. (к трехсотлетию со дня смерти). Природа, № 5—6, стр. 96—107, № 7—8, стр. 166—117.

Ф. Ф. Ренд (некролог). Астроном. журнал, № 18, вып. 4, стр. 3—4. В. Р. Берг (некролог). Астроном. журнал, № 9, вып. 4, стр. 5—6.

1943 г.

Галилей в истории астрономии. В кн.: «Галилео Галилей 1564—1642. Сборник статей к 300-летию со дня смерти». Изд-во АН СССР, стр. 68—111.

Галилей и Ньютон. Наука и жизнь, № 3, стр. 17—23, № 4—5, стр. 5—11.

Законы всемирного тяготения и теория движения Луны. В кн.: «Исаак Ньютон, 1643—1727. Сборник статей к 300-летию со дня рождения». Изд-во АН СССР, стр. 61—210.

О вычислениях весов неизвестных в способе наименьших квадратов — Астроном. журнал, № 20, вып. 3, стр. 11—13.

1947 г.

Каталог 2907 звезд с координатами от 10° до 90° В кн.: «Сводный каталог звезд с координатами тридцатилетия Великой Октябрьской социалистической революции». Изд-во АН СССР, стр. 463—470 (совместно с А. А. Чернышом).

Способ наименьших квадратов и теория математической обработки наблюдений. Геоиздат, 1946 г.

К методике изложения в теоретической геодезии. Сборник статей, вып. 1. Приборостроение, стр. 127—135.

А. Клеро и его «Теория фигуры Земли». В кн.: «Алексис Клод Клеро. Теория фигуры Земли», основанная на началах гидростатики. М., стр. 221—259.

Алексис Клод Клеро и Петербургская академия наук — Вестник АН СССР, № 8, стр. 128—131.

Жизнь и творчество Коперника. В кн.: «Николай Коперник. Сборник статей к 400-летию со дня смерти». Изд-во АН СССР, стр. 5—42.

Этюды по истории планетных теорий. В кн.: «Николай Коперник. Сборник статей к 400-летию со дня смерти». Изд-во АН СССР, стр. 84—172.

Исследования звездных пространств. Всесоюзное общество по распространению политических и научных знаний, Ленинградское отделение. Стенограф. лекция, прочитанная 11 октября 1948 г. Наимено Грингорья Николаевича Неудина. В кн.: «Астрономический календарь из Горьковского отделения ВАО», стр. 148—147.

1949 г.

Уклонение отвеса. В кн.: «Геодезия. Справочное руководство», т. 1, стр. 36—72.

Лобачевский-астроном. В кн.: «Историко-математические исследования», вып. 2, Гостехиздат, стр. 137—167.

А. М. Давыдов. Избранные труды (рецензия). Вестник АН СССР, № 4, стр. 120—123.

1960 г.

О редукции звездных каталогов на наблюдения А. С. Вавилова на ассальм и конформные и Г. М. Вертикале в Пулковской обсерватории. Всесоюзный симпозиум «Астрономия», Киев, Изд-во АН УССР, стр. 193.

1961 г.

Вводная статья и комментарии к статье Н. И. Лобачевского «Звездные расстояния для звезд с известными координатами осей в твердых телах». В кн.: «Н. И. Лобачевский. Полн. собр. соч. т. 2. Гостехиздат, стр. 361—356 и 366—378.

1952 г.

Определение постоянной изгибания из двух рядов наблюдений на планетном инструменте и первом вертикале в Пулковской обсерватории.

Известия ГАО, 19, вып. 1, с. р. 122-127 (вместе с А. И. Петров).

ПЕРЕВОДЫ И РЕДАКТИРОВАНИЕ

ПРИМЕЧАНИЯ

453

[illegible]⁶⁴ Ed. Naz., VII, 90.[illegible]

⁶⁰ Письмо Галлея к Кассини от 1-го III 1697 г. (Ed. Naz., X, 422).

⁸⁴ Из неон-балки в γ -излучении Ган-И. сечением $\sigma_{\text{Ган-И}}$ и той же энергии E_γ .[illegible]

Другой документ — в Гатчин, куда царь выехал 1-го сентября 1825 г. — в Гатчин, от 31 X 1812 г. что по существу является самым поздним из документов, в которых упоминается о существовании в Гатчине [в Гатчинском] доме «на покое» «некоего князя» (Гатчинский II № 1, XI, 127). Гатчин, сообщая об этом человеке, не сообщает, кем именно он был. Но, основываясь на предположении А. В. Гуреева, что князь в Гатчине — князь Гессен-Гаттингер, мы можем думать, что упомянутый в документах князь, вероятно, был именно князем Гессен-Гаттингером (Гатчинский II № 1, XI, 127).

Результаты в этих случаях можно считать достаточно близкими к истинным, если учесть, что в силу сложности ситуации, а также из-за малости в Риме числа флорентинцев, живущих в Италии. Гипотеза о существовании в Риме флорентинцев, живущих в Италии, была предложена Г. Гримальди [14].

[illegible]

⁵⁰ На самом деле в романе «Благи» не имеет здесь знакомства с «Питомником», а с «Питомником» — не знает. В романе (с. 113).

on F 3 N₂ and Al

[illegible]

Ld Naz, VII 960

^a Γ_0 Na₂ V K₂ 126.

³² Иероним при, по повелению Афанасия, Quartusius и его казнил папа Александрийский в 416 г. — *Epist. ad Romanos*, c. 103, 104. В 1940 г. в Лейпциге вышла книга, в которой описаны подробности казни, а также описаны некоторые подробности жизни и деятельности Иеронима. См. *Die Leiden des Hieronymus*, ed. H. G. Lohmann, Leipzig, 1940.

¹³ По-късно Гитлер в *Mein Kampf* пише, че армията може да се развие само ако е подготвена за война. Той пише: "Войната е единственото средство за постигане на истинския мир" (цитирано в *Le Nouvel Observateur*, 1970 г.).

1980-1981, 1982-1983, 1984-1985, 1986-1987, 1988-1989, 1990-1991, 1992-1993, 1994-1995, 1996-1997, 1998-1999, 2000-2001, 2002-2003, 2004-2005, 2006-2007, 2008-2009, 2010-2011, 2012-2013, 2014-2015, 2016-2017, 2018-2019, 2020-2021, 2022-2023, 2024-2025, 2026-2027, 2028-2029, 2030-2031, 2032-2033, 2034-2035, 2036-2037, 2038-2039, 2040-2041, 2042-2043, 2044-2045, 2046-2047, 2048-2049, 2050-2051, 2052-2053, 2054-2055, 2056-2057, 2058-2059, 2060-2061, 2062-2063, 2064-2065, 2066-2067, 2068-2069, 2070-2071, 2072-2073, 2074-2075, 2076-2077, 2078-2079, 2080-2081, 2082-2083, 2084-2085, 2086-2087, 2088-2089, 2090-2091, 2092-2093, 2094-2095, 2096-2097, 2098-2099, 2100-2101, 2102-2103, 2104-2105, 2106-2107, 2108-2109, 2110-2111, 2112-2113, 2114-2115, 2116-2117, 2118-2119, 2120-2121, 2122-2123, 2124-2125, 2126-2127, 2128-2129, 2130-2131, 2132-2133, 2134-2135, 2136-2137, 2138-2139, 2140-2141, 2142-2143, 2144-2145, 2146-2147, 2148-2149, 2150-2151, 2152-2153, 2154-2155, 2156-2157, 2158-2159, 2160-2161, 2162-2163, 2164-2165, 2166-2167, 2168-2169, 2170-2171, 2172-2173, 2174-2175, 2176-2177, 2178-2179, 2180-2181, 2182-2183, 2184-2185, 2186-2187, 2188-2189, 2190-2191, 2192-2193, 2194-2195, 2196-2197, 2198-2199, 2200-2201, 2202-2203, 2204-2205, 2206-2207, 2208-2209, 2210-2211, 2212-2213, 2214-2215, 2216-2217, 2218-2219, 2220-2221, 2222-2223, 2224-2225, 2226-2227, 2228-2229, 2230-2231, 2232-2233, 2234-2235, 2236-2237, 2238-2239, 2240-2241, 2242-2243, 2244-2245, 2246-2247, 2248-2249, 2250-2251, 2252-2253, 2254-2255, 2256-2257, 2258-2259, 2260-2261, 2262-2263, 2264-2265, 2266-2267, 2268-2269, 2270-2271, 2272-2273, 2274-2275, 2276-2277, 2278-2279, 2280-2281, 2282-2283, 2284-2285, 2286-2287, 2288-2289, 2290-2291, 2292-2293, 2294-2295, 2296-2297, 2298-2299, 2300-2301, 2302-2303, 2304-2305, 2306-2307, 2308-2309, 2310-2311, 2312-2313, 2314-2315, 2316-2317, 2318-2319, 2320-2321, 2322-2323, 2324-2325, 2326-2327, 2328-2329, 2330-2331, 2332-2333, 2334-2335, 2336-2337, 2338-2339, 2340-2341, 2342-2343, 2344-2345, 2346-2347, 2348-2349, 2350-2351, 2352-2353, 2354-2355, 2356-2357, 2358-2359, 2360-2361, 2362-2363, 2364-2365, 2366-2367, 2368-2369, 2370-2371, 2372-2373, 2374-2375, 2376-2377, 2378-2379, 2380-2381, 2382-2383, 2384-2385, 2386-2387, 2388-2389, 2390-2391, 2392-2393, 2394-2395, 2396-2397, 2398-2399, 2400-2401, 2402-2403, 2404-2405, 2406-2407, 2408-2409, 2410-2411, 2412-2413, 2414-2415, 2416-2417, 2418-2419, 2420-2421, 2422-2423, 2424-2425, 2426-2427, 2428-2429, 2430-2431, 2432-2433, 2434-2435, 2436-2437, 2438-2439, 2440-2441, 2442-2443, 2444-2445, 2446-2447, 2448-2449, 2450-2451, 2452-2453, 2454-2455, 2456-2457, 2458-2459, 2460-2461, 2462-2463, 2464-2465, 2466-2467, 2468-2469, 2470-2471, 2472-2473, 2474-2475, 2476-2477, 2478-2479, 2480-2481, 2482-2483, 2484-2485, 2486-2487, 2488-2489, 2490-2491, 2492-2493, 2494-2495, 2496-2497, 2498-2499, 2500-2501, 2502-2503, 2504-2505, 2506-2507, 2508-2509, 2510-2511, 2512-2513, 2514-2515, 2516-2517, 2518-2519, 2520-2521, 2522-2523, 2524-2525, 2526-2527, 2528-2529, 2530-2531, 2532-2533, 2534-2535, 2536-2537, 2538-2539, 2540-2541, 2542-2543, 2544-2545, 2546-2547, 2548-2549, 2550-2551, 2552-2553, 2554-2555, 2556-2557, 2558-2559, 2560-2561, 2562-2563, 2564-2565, 2566-2567, 2568-2569, 2570-2571, 2572-2573, 2574-2575, 2576-2577, 2578-2579, 2580-2581, 2582-2583, 2584-2585, 2586-2587, 2588-2589, 2590-2591, 2592-2593, 2594-2595, 2596-2597, 2598-2599, 2600-2601, 2602-2603, 2604-2605, 2606-2607, 2608-2609, 2610-2611, 2612-2613, 2614-2615, 2616-2617, 2618-2619, 2620-2621, 2622-2623, 2624-2625, 2626-2627, 2628-2629, 2630-2631, 2632-2633, 2634-2635, 2636-2637, 2638-2639, 2640-2641, 2642-2643, 2644-2645, 2646-2647, 2648-2649, 2650-2651, 2652-2653, 2654-2655, 2656-2657, 2658-2659, 2660-2661, 2662-2663, 2664-2665, 2666-2667, 2668-2669, 2670-2671, 2672-2673, 2674-2675, 2676-2677, 2678-2679, 2680-2681, 2682-2683, 2684-2685, 2686-2687, 2688-2689, 2690-2691, 2692-2693, 2694-2695, 2696-2697, 2698-2699, 2700-2701, 2702-2703, 2704-2705, 2706-2707, 2708-2709, 2710-2711, 2712-2713, 2714-2715, 2716-2717, 2718-2719, 2720-2721, 2722-2723, 27

[illegible]

[illegible]

В то же время и печатники в александрийских Клеверах с помощью утомленных людей низина Джорджю Бруно изложил в 1540 году эти прощания в Галилеи быть острожными, говоря о копировании подобного рода. По некоторым случаям Галилеи никогда не удавалось фантазиями об обилии мысли других миров, так, в отношении Луны он писал астрологу С. Минти 28 II 1545 г. «и если бы я дошел энциклопедического знания в кардинал, то я бы доказал, что Луна имеет горы и долины, и что на ней существуют горы, но только эти горы и долины не такие, как на нашей Земле, а другие, более тонкие, которые имеются на Земле» (Ed. Naz. XI 242). о том же самом в «Диалог» (Ed. Naz. VII, 86), «на Луна и на Земле и на водах» (Ed. Naz., VII, 125).

¹⁵ Ed. Naz., VI, 561.
¹⁶ Знаменитое письмо из Парижа от 7 I 16, 0 т. где Гальштейн воодушевлен вопрос о переходе на (сау)бу и Медичи в. И. занимается обширную программу своих будущих работ (Ed. Naz., V, 438—433).
¹⁷ Письмо Гальштейн к Cesare Mariti от 7 XII 1624 г. «Пока что я и родственники впервые мы «обитали» о при. нелег и отла. чина, а с тех, вместо продолжения соответствующим и копировка всяна системы» (Ed. Naz., XII, 246).

* Письмо Галилея к князю Федерико Сеси от 24 XII 1620 г., где говорится: «Я думаю почти до густоты мои «Диалоги» и раскрыл весьма институты многие, что мне казалось почти новыми, новыми» (Ed. Naz., XIV, 60) а уже в 1630 г. в Саэроле в письме из Рима поздравляет Галилея со счастливым окончанием «Диалогов» (Ed. Naz., XIV, 64).

[illegible]

88 Шпаковский А. С. *Письма*. Сочинения М., 1936, стр. 376.
Разумеется, Пуркине имел в виду легенду с бунтом 1644 года. Галки
не едят мяса, а только рыбу, которую привозит 22 VI 1633 г. — значит,
они не могли есть мясо 1644 года. Опубликования этого процесса,
как и его же, не в том, который в Галисии превосходил характеризует
и, следовательно, в борьбе за колониальную доктрину.

¹⁰⁸ Фигура издана в «Галереи» с необычайным блеском в «Послании к Ангелам» (Ed. Naz., VI, 5.1-5.2) и весьма кратко повторена в предисловии к «Царству» (Ed. Naz., VII, 306).

¹⁰ Впрочем, эта форма была популярна и в эпоху Ренессанса после появления переводов «Диалогов» Платона, в форме диалогов писал Джордано Бруно, отец Галилео Виначенцо (Giuseppe Galilei) составил, в том же жанре трактат по речевым музыкальным об этом Л. Оливейра, см. об этом [1] и [11].

[illegible]

¹⁶⁴ Ю. Арсений в аходе в свет «Диалога» (1632) ипр зке сильно онъ, стел воку; Гал-сли кардинал Бсалаарно, он которого тегерь з мислю бы зависеть очерь мислю зипр и .62. г покровитель и друг Гал-атем.

князь Feder co Cea - p. 1630 г., донтер в пил де, 1630 г.
 100 all н.з. D a ogo stonatos — на гирма Галлен к р. Iscei
 от к царя 164. i Ed \ z XVIII 244)

¹⁰⁸ Проговор — с. 4 Гр. Кодекса XIX, 406, 3 А. Цейманн Гамбург, стр. 223.

16 Эта объективность выделена в «Лекциях о том, что такое искусство».

Николай Корсаков расследовал инцидент в 1632 г., заявил, что единичный теленок пропавший из овец здесь и был в Дурбане и при этом в таком месте явилось, что оно не было там никогда. См. Naz. XIX, 326.

[illegible]

[illegible][illegible]

² Такое вращение мы будем называть прямым, противоположное ему — обратным.

¹⁰ Мы знаем здесь, в силу как Платона, так и те таблицы, которые были составлены в послесловии XIII в. из 50 арабских, индийских и христианских чисел, содержащих корень Альгенсом X в Тибете (так называемые Альфонсинские) теории плазмониде в их основе, для которых детали описаны в послесловии.

* Если ли связь между тем, что человек не имеет достаточного представления о том, как правильно вести себя в обществе, и тем, что он не имеет достаточного представления о том, как правильно вести себя в семье?

* 300-400000 руб. ИИ, и т.д.

¹ This paper is

Второй этап — проверка гипотезы о том, что теория не имеет смысла, и если она имеет смысл, то она верна.

Вспомогательная таблица

* $\Delta H_{\text{ф}} = 100 - 10 \cdot \Delta T$ это соотношение — для стандартного хлор-Итак мен. зало. ед. и для каждого раствора в 60 раз меньше единиц: 0,02-0,03.

1. $T = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = 0\}$ is a linear subspace of $\mathbb{R}^n$.
2. $T = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = 1\}$ is not a linear subspace of $\mathbb{R}^n$.
3. $T = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = 0, x_2 = 0\}$ is a linear subspace of $\mathbb{R}^n$.
4. $T = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = 0, x_2 = 1\}$ is not a linear subspace of $\mathbb{R}^n$.
5. $T = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0\}$ is a linear subspace of $\mathbb{R}^n$.
6. $T = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1\}$ is not a linear subspace of $\mathbb{R}^n$.
7. $T = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0\}$ is a linear subspace of $\mathbb{R}^n$.
8. $T = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1\}$ is not a linear subspace of $\mathbb{R}^n$.
9. $T = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 0\}$ is a linear subspace of $\mathbb{R}^n$.
10. $T = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 1\}$ is not a linear subspace of $\mathbb{R}^n$.

1. *Abstracts*, 811-12, 1971

¹¹ As indicated, the use of ω and ω' in the above formulae is not to be confused with the ω and ω' of § 2.

[illegible]

3 Следует отметить, что, как и раньше, все здание изувачено, оползает, в некоторых местах разрушено, а в 2^{ой} и 3^{ей} этажах, где раньше были комнаты, в настоящее время нет окон, а в 1^{ом} этаже, где раньше были комнаты, в настоящее время нет окон, а в 1^{ом} этаже, где раньше были комнаты, в настоящее время нет окон.

3. Предлагаем рассмотреть задачу, близкую к предыдущей, но с некоторыми изменениями. Пусть AB — отрезок, $AB = 1$, $AC = 1$, $BC = 1$, $AD = 1$, $AE = 1$, $AF = 1$, $AG = 1$, $AH = 1$, $AI = 1$, $AJ = 1$, $AK = 1$, $AL = 1$, $AM = 1$, $AN = 1$, $AO = 1$, $AP = 1$, $AQ = 1$, $AR = 1$, $AS = 1$, $AT = 1$, $AV = 1$, $AW = 1$, $AX = 1$, $AY = 1$, $AZ = 1$. Найти площадь треугольника ABC .

² См., например: 1. Коп. В. Адонис и обзоры на него в кн. М. ... 1935, стр. 158.

[illegible]

люди, а для них в календаре есть особая дата — День знаний, 1 сентября.

Το ΕΚΕΠΕΠ, σύμφωνα με το άρθρο 49 του Ν. 2709/1999, αποτελείται από 12 μέλη, 6 εκλεγμένα από τον ΕΠΕΑΕΚ και 6 από τον ΕΠΕΑΕΚ II (Ν. 2709/1999, άρθρο 49, παράγραφος 2).

19 $\epsilon_{\text{A}} \mu_{\text{B}} \mu_{\text{C}} \mu_{\text{D}} \mu_{\text{E}} \mu_{\text{F}} \mu_{\text{G}} \mu_{\text{H}} \mu_{\text{I}} \mu_{\text{J}} \mu_{\text{K}} \mu_{\text{L}} \mu_{\text{M}} \mu_{\text{N}} \mu_{\text{O}} \mu_{\text{P}} \mu_{\text{Q}} \mu_{\text{R}} \mu_{\text{S}} \mu_{\text{T}} \mu_{\text{U}} \mu_{\text{V}} \mu_{\text{W}} \mu_{\text{X}} \mu_{\text{Y}} \mu_{\text{Z}}$

4. Эта таблица является продолжением табл. 1, в которой $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $\gamma = 1$.

дан α , иной точки $x_0 \in G$ от 0 до 180° через каждые 1° .

Важно в своем противостоянии («Master der cosmographica») 1966) Веллер назвал главными, что если Земля — действительно планета, как тогда? И Коперник, который и ждал, что теория Галилея, а не Грота, выдвинула тезис Птолемеев, а не в работе Дарвина («См. примеч. к 1606»). Веллер определяет орбиту Земли и Луны, а также, что в 1606, теория Галилея была сдвинута на 1606.

³² ch'en a Coq... de hyt... a mduq... coe ex... a sef' cost la

з компетентност и с цел да се осигури добри резултати. По-нататък, в допълнение на извършените проверки, ще бъдат извършени проверки на място, които ще бъдат извършени в съответствие с изискванията на законодателството.

Та, об'єднані як і в інших екологічних мережах, де лісництво і прилеглий до нього ліс є частиною єдиного лісового господарства, лісництво і ліс мають бути об'єднані в єдиний об'єкт управління лісовим господарством.

мы текстов. Цитируем: «...и в дальнейшем своему изданию *Г. Ро*

¹⁴ De Bevoise, *supra* note 1, at 100-101.

²³ Tarkenton and *Boyle*, pp. 2.²⁰ *Religion in the New South*, p. 17. For a more detailed discussion of the role of religion in the New South, see the same author, *Religion in the New South*, pp. 17–18.

Т е тоді чкр пом (бачиш) здрт) Кок і (бачиш) (бачиш) на (бачиш)

20. При $\epsilon = 0,01$ и $\alpha = 0,05$ с помощью критерия Дункана в паре сравнений $\mu_1 - \mu_2$ обнаружено различие между средними значениями μ_1 и μ_2 для $\alpha = 0,01$ и $\alpha = 0,05$. Следовательно, различия между средними значениями μ_1 и μ_2 для $\alpha = 0,01$ и $\alpha = 0,05$ являются значимыми. Следовательно, различия между средними значениями μ_1 и μ_2 для $\alpha = 0,01$ и $\alpha = 0,05$ являются значимыми.

[illegible]

³⁰ Это три толпы. Их не было видно в 1941 г. Ратиков в Ветрен
быстро определил, так что их появление опереждало на 20 лет начало
троянства в этом ч. Фактически в этот период возникли черны. К. Ки-
рилло указывает, что когда он летал по сфере бела, получил ис-
черпывающие объяснения, что происходило в этот период. Ратиков в 1940-
1941 г. с авиатором Козлом исследовали

[illegible][illegible]

Идеология и политика в СССР в 1920-е годы. В. И. Ленин. Изд. 1-е. М.: Политгиз, 1920. 104 с. 100 экз.

из [2] и [3] было показано, что в этих случаях $\Delta \mu_{\text{в}} = \mu_{\text{в}} - \mu_{\text{н}} = 1$ моль, для Be $\Delta \mu_{\text{в}} = 0,5$ моль, для Ca $\Delta \mu_{\text{в}} = 0,3$ моль, для Ba $\Delta \mu_{\text{в}} = 0,2$ моль. Поэтому в Кольчугинском бассейне $\Delta \mu_{\text{в}} = 0,2$ моль, что соответствует $\Delta \mu_{\text{в}} = 0,2$ моль, что соответствует $\Delta \mu_{\text{в}} = 0,2$ моль.

3.6.21. раскисляющие и другие специальные добавки;

1. Fe^{2+} и Fe^{3+} образуют комплексы с H_2O и OH^- . Комплексы Fe^{2+} с H_2O имеют формулу $[\text{Fe}(\text{H}_2\text{O})_6]^{2+}$, а комплексы Fe^{3+} с H_2O — $[\text{Fe}(\text{H}_2\text{O})_6]^{3+}$. Комплексы Fe^{2+} с OH^- имеют формулу $[\text{Fe}(\text{OH})_6]^{4-}$, а комплексы Fe^{3+} с OH^- — $[\text{Fe}(\text{OH})_6]^{3-}$. Комплексы Fe^{2+} с H_2O и OH^- являются октаэдрическими, а комплексы Fe^{3+} с H_2O и OH^- — октаэдрическими.

1. $\mathcal{H} = \{H_1, H_2, \dots, H_n\}$ is a family of subsets of X .
2. $\mathcal{H}$ is closed under finite intersections.

— 7,48 0° и 4,20% соответственно, а разность не имеет практического значения по сравнению с тем, что наблюдается в конечном счете (4,20%) между этими числами с точностью до нескольких десятых одной доли по таблице Коуна для 0 и 100°С.

ЗАКОН ВСІ МИРНОГО ТЯГОТНІЯ
И ТЮРНЯ ЗВІЖЕНІЯ ДУШ

Thoreau Newtonville s-a născut în 1817 și a murit în 1849. El a fost un mare scriitor și un mare gânditor. El a scris multe cărți și a fost un mare gânditor. El a fost un mare scriitor și un mare gânditor.

² Так называемый «диск Метона» (предположительно в 433 до н.э.) основан на основании не только древнегреческого, но и древнеиндийского и китайского, а также арабского и еврейского календарей, см. Дементьев, *Delementy Hst de 'astronomicheskijm znanijm I P. 18.*, р. 350; этот диск был «изготовлен в Китае за 26 веков до н.э.», — отмечает автор книги. Однако, как мы уже видели, для 2753 года — 26 лет от 430 до н.э. — не было никаких оснований считать, что в это время в Китае уже существовал календарь, позволяющий подсчитывать разность 29,5306 и 30,0698 в 33,44 года.

³ Среднепензенская астрономическая обсерватория в годах Д. с. и по числу часов дня на часах и в секундах часов по московскому времени. Д. с. и по числу часов дня на часах и в секундах часов по московскому времени.

[illegible]

⁶ J. Reichenbach and H. Reichenbach, *Treatise on the Linear Theory* (1906), p. 118.

[illegible]

⁸ Tannery, Rech sur l'histoire de l'astronomie ancienne 1893 стр 186
187, наибольшее значение Σ средневеков в 77, по ривалинский астр.

«... de Newton et de la vérité» (обаявший и могущий ум, Минерва Фрэнклин, бессмертная Эпигения Уинчелла и истинный Прокладасе ственный кодекс). Вильером я считаю, что изданный Фрэнклином жеманью в предисловии к переводу тому же переводу выходящих в свет, этот перевод с примечаниями Клеро был задан через десять лет после смерти д-ра Шатле. Почти одновременно (в 1760 г.) появились и другие переводы «Начал», изданный в издательстве Le Blanc'om и Jacques'om Ежен к этому прибавить, что в 1741 г. в Париже начало выходить для тайного издателя математический сочинения Ньютона, то все это ясно показывает, как велик был интерес к Ньютону во Франции и первую половину XVIII в.

⁹² Христиан Гюйгенс (1629—1695), великий голландский механик и физик, был одним из первых иностранных членов Парижской академии, основанной в 1666 г. Гюйгенс достиг только приращение части к Земле к ее центру, но не друг к другу. Он создал, таким образом, модель планеты, вся масса которой сосредоточена в точечном ядре. Считая такой планеты год действия центростремительной силы и центрального притяжения было определено Гюйгенсом еще в 1669 г., т. е. задолго до появления «Начал» (1687). Оно получалось в 2½ раза меньше, чем то значение, которое было получено Ньютоном для притяжения из модели жидкой и в однородной притягивающей сферической планеты. Ньютоновой теорией тяготения Гюйгенс не ориентировал и в объяснении тяжести сложился с декартскими выводами Гюльора о Буге, мы имеем здесь в виду его книгу «La Figure de la Terre, déterminée par les observations de Bouguer et le Comptant, envoyées par ordre de Roi au Pérou, pour observer aux environs de l'Equateur» Paris, 1749. Некоторые главы этой книги и понятие сохраняют свое значение для геоидов и гравиметрии. Здесь дана та формула Бугера, который и является притяжение крупных наземных масс на материальную часть из их поверхности. Формула, постоянно применяемая при обработке наблюдений силы тяжести. О книге Клеро см. прим. 92.

⁹³ Алексис Клод Клеро (Alexis Claude Clairaut, 1713—1765) был избран членом Парижской академии в возрасте 18 лет за работу по теории пространственных кривых. В мемуарах Парижской академии за 1728 г. имеется указание, что первая его работа допущена Академией его отцом. Была на исходе Клеро в возрасте 12 лет и 8 месяцев.

⁹⁴ Первая из упомянутых работ была опубликована в Hist. de l'Académie, année 1743, ed. 1746, p. 1732; вторая — там же, année 1745, id. 1749, p. 329—364. Тогда мемуары объединяли материал на несколько лет, и Академия могла постоянно выключать в два тайла том работы, написанные после его издательской даты. Следует помнить, что между этими работами и теорией Луны появилась замечательная книга Клеро о его теории фигуры Земли (Clairaut, Théorie de la Figure de la Terre, trois Lettres, par lesquelles on voit qu'il est tel que Paris, 1743, второе издание дано в Пюассон в 1806 г. без дополнений или примечаний). Содержание этой классической книги, в которой впервые рассмотрен вопрос о равновесии жидкой и вращающейся неоднородной притягивающей жидкой, является отправным пунктом исследований многих великих математиков Лапласа, Пуанкаре, А. М. Ляпунова.

⁹⁵ «Начал», стр. 184—199. Тот факт, что при действиях закона Ньютона гравитации и сила притяжения и возмущение, чем медленнее движимый объект, тем сильнее становится нежелательная точность в задаче учета тех. Необходимо отметить, что в теории гравитационности при объяснении той части движения орбиты Меркурия, которая не могла быть

объяснена классическим небесным механизмом (1929) в столетие действия закона притяжения, использовались значения радиуса Земли, например Л. Д. Landau Теория поля, 1911 стр. 247. Однако, как только это было установлено экспериментально, результаты, дающие величину смещения перигелия за один оборот планеты, немедленно изменяются по формуле Ньютона («Начал», стр. 185), которая в ней $b = 1 + \epsilon^2$,

$$m = 1, \epsilon = 1, \text{ так что } b_0 = \frac{2\pi}{\mu} \left(1 - \frac{1}{1 - \epsilon^2} \right) = \frac{2\pi}{\mu}, \text{ где } \mu \text{ — па}$$

раметр орбиты.

⁹⁶ D'Alembert Mémoires de l'Académie pour déterminer les orbites et les mouvements de tous les planètes en ayant égard à leur attraction mutuelle. Hist. de l'Académie, année 1747, p. 365—392, особенно 384 и 389, и также там же вышло и недостаточное объяснение Ньютона притяжения, то же объяснение и объяснение некоторой ошибки, допущенной Ньютоном в исследовании таинственных вращений Юпитера и Сатурна. Mémoires de l'Académie de Brém., année 1747, и в работе, прекращенной Парижской академией в 1749 г. 1.

⁹⁷ «Начал», стр. 679 (примечание).

⁹⁸ Buffon Reflexions sur la cause de l'attraction. Hist. de l'Académie, année 1745, p. 493, 501.

⁹⁹ Laplace, op. cit. V, p. 423.

¹⁰⁰ Hist. de l'Académie, année 1745, p. 529, 578.

¹⁰¹ Avertissement de Clairaut au sujet des Mémoires de l'Académie de 1747 et 1748 sur le Système du Monde et les principes de l'attraction, le 17 Mars 1749. Hist. de l'Académie, année 1745, ed. 1749, p. 577.

¹⁰² D'Alembert Recherches géométriques sur les propriétés du Système du Monde et de l'III (1754) et 1756. Впоследствии между Клеро и Даламбером произошла довольно острая полемика по поводу, как бы теории Луны, так и комет, особенно же с ее пределами «Traité des Comètes» (Paris, 1760, p. 714, 75, 81, 126, p. 837 и др.).

¹⁰³ См. «Начал», стр. 681. Это не является действительной орбитой этой кометы — говорит Ньютон, — потому что, если комета, в то время действительно существовала, не была этой кометой.

¹⁰⁴ Clairaut Mémoires sur la comète de 1759. Hist. de l'Académie, année 1759, ed. 1765, p. 111—121. Sur la théorie du mouvement des comètes et des Savants, 1760, p. 7, 11. Реальное значение полетения кометы Галлея было известно Клеро и Ньютону, вместе с кометой тогда не существовала, и в то время, что комета сообщала Парижской академии, в 1758 г. 1758 г. — в то время, когда комета кометы истинность предположения, как комета оказалась, не превысила одного месяца. Это было действительно замечательным результатом для той эпохи.

¹⁰⁵ Clairaut Mémoires sur les comètes apparentes. Hist. de l'Académie, année 1744, ed. 1750, p. 521, особенно 57, 59. Действительная длительность этого движения составляет 181 ч, больше, чем в его определении, данное в XVIII в. — продолжительность 366 ч (p. 185).

¹⁰⁶ Laplace Sur l'accélération des orbites de la Terre. Hist. de l'Académie, année 1780, ed. 1788, p. 235—261, особенно, что первоначально Лаплас попытка возмущения объяснить некое ускорение Луны конической скоростью притягивается в действительном развитии (см. Мемуары об этом — См. прим. V, 816, p. 426). После этого вопроса о влиянии гравитации на движение Луны, как бы, — это является историей той

ируется в том, что с течением времени, а именно тогда, когда ходит
один из делителей, а именно 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 1000

В этот день были объявлены результаты выборов в органы государственной власти.

В этот день были объявлены результаты выборов в органы государственной власти.

В этот день были объявлены результаты выборов в органы государственной власти.

В этот день были объявлены результаты выборов в органы государственной власти.

В этот день были объявлены результаты выборов в органы государственной власти.

В этот день были объявлены результаты выборов в органы государственной власти.

В этот день были объявлены результаты выборов в органы государственной власти.

В этот день были объявлены результаты выборов в органы государственной власти.

В этот день были объявлены результаты выборов в органы государственной власти.

В этот день были объявлены результаты выборов в органы государственной власти.

В этот день были объявлены результаты выборов в органы государственной власти.

В этот день были объявлены результаты выборов в органы государственной власти.

В этот день были объявлены результаты выборов в органы государственной власти.

В этот день были объявлены результаты выборов в органы государственной власти.

Сумма чисел 1-100 равна 5050, ибо общие суммы чисел 1-100 равна 5050, а сумма чисел 1-100 равна 5050.

Общие суммы чисел 1-100 равна 5050, а сумма чисел 1-100 равна 5050.

Общие суммы чисел 1-100 равна 5050, а сумма чисел 1-100 равна 5050.

Общие суммы чисел 1-100 равна 5050, а сумма чисел 1-100 равна 5050.

Общие суммы чисел 1-100 равна 5050, а сумма чисел 1-100 равна 5050.

Общие суммы чисел 1-100 равна 5050, а сумма чисел 1-100 равна 5050.

Общие суммы чисел 1-100 равна 5050, а сумма чисел 1-100 равна 5050.

Общие суммы чисел 1-100 равна 5050, а сумма чисел 1-100 равна 5050.

Общие суммы чисел 1-100 равна 5050, а сумма чисел 1-100 равна 5050.

Общие суммы чисел 1-100 равна 5050, а сумма чисел 1-100 равна 5050.

ЛЮБАНОВ КИЕЛСКИЙ

Н. П. Любимов. История Казанского университета т. IV стр. 137, 138, 139.

Н. П. Любимов. История Казанского университета т. IV стр. 137, 138, 139.

Н. П. Любимов. История Казанского университета т. IV стр. 137, 138, 139.

Н. П. Любимов. История Казанского университета т. IV стр. 137, 138, 139.

Н. П. Любимов. История Казанского университета т. IV стр. 137, 138, 139.

Н. П. Любимов. История Казанского университета т. IV стр. 137, 138, 139.

верситете под председательством ректора — Н. И. Лобачевского. К статье Симона приложено план первого этажа и общий вид обсерватории со стороны террасы. Этой общий вид воспроизведен во втором издании книги В. Ф. Каганя «Лобачевский» (1948), стр. 280; те приписи, о которых говорится в данном тексте, хорошо видны на этой иллюстрации. (Здание обсерватории, уничтоженное пожаром 1842 г., было вновь отстроено Лобачевским.) Схема устройства первого этажа будет еще читателю из рисунка. (рис. 1)

⁴ Л. Б. Модзалевский, ук. соч., стр. 49, 90, 470, 463—479.

⁵ Мартин Федорович Бертельс (1769—1836), проведший в Казани 12 лет (1808—1820). Лобачевские воспоминания его о работе в Казани приведены у Модзалевского, стр. 998. В Дерпте, куда Бертельс перешел из Казани, дочь его Ногана в 1835 г. вышла замуж за ослепшего несколько лет перед тем Вильгельмом Стриве, будущего основателя Пулковской обсерватории; об этом — в весьма редкой брошюре: *Wilhelm Struve. Zur Erinnerung an den Vater, von Otto Struve* (Carlsruhe, 1895, стр. 80), имеющейся в Пулковском книгохранилище.

⁶ Письмо Л. А. Голыгина должно конференция Академии наук ВУПН 1801 г. (§ 203) и частично опубликовано в «Протоколах заседания конференции (т. IV, стр. 923), за исключением абзаца о Гауссе; эта неопубликованная часть письма была любезно сообщена нам ст. науч. сотр. Архива АН СССР М. В. Крутиковой.

⁷ Л. Б. Модзалевский, ук. соч., стр. 47.

⁸ Там же, стр. 51.

⁹ Первые два тома «Небесной механики Лапласа (1749—1827) появились в 1799 г. В 1800 и 1802 гг. в Берлине был издан перевод их на немецкий язык с превосходным комментарием Бурхарда (J. Burckhardt). Третий, четвертый и пятый томы были изданы Лапласом в 1802, 1803, 1802—1825 гг. Лобачевский научал, по-видимому, особенно детально только первые два тома этого замечательного труда. Из других работ Лапласа нам придется сослаться в дальнейшем на его единственное научно-популярное произведение, именно «Философию системы мира» (*Exposition du Système du Monde*, 1796) и на «Аналитическую теорию вероятностей» (*Théorie Analytique des Probabilités*, 1812).

¹⁰ См., например, «Exposition du Système du Monde. Oeuvres, ed. 1846, т. VI, p. 440—441, 447, 460.

¹¹ Л. Б. Модзалевский, ук. соч., стр. 54—55 (перевод с латинского «мной выработан»). Впрочем, здесь не все, изучавший Лобачевский теорию аналитического движения планет по первому тому Лапласа или по недавнего перед тем вышедшему классическому сочинению Гаусса «Теория движения небесных тел, обращающихся вокруг Солнца по коническим сечениям» (1809). Во всяком случае из автографа Лобачевского, приложенного к книге проф. В. Ф. Каганя «Лобачевский» (2-е изд., стр. 67), видно, что Лобачевский изучал и книгу Гаусса (его выписка сделана со стр. 11 и 15 «*Theoria Motuum*» в ее первом издании 1809 г.).

¹² Там же, стр. 62 и 64. Это, по-видимому, первое упоминание имени Лобачевского в планах преподавания; ссылки на того или иного автора в этих планах (например, по Лапласу, или по Каннони, или по Лагранжу) соответствуют современным указаниям литературы предмета в программах курсов.

¹³ Там же, стр. 75.

¹⁴ Там же, стр. 83.

¹⁵ В этом кругописном плавание Ив. Мих. Симона впервые повел

скаменную шкалу, отсчеты термометра и барометра; см. биографию Симона в энциклопедии Брокгауза—Эфрона, т. 38.

¹⁶ Л. Б. Модзалевский, ук. соч., стр. 85—86.

¹⁷ Там же, стр. 89—90.

¹⁸ Там же, стр. 96.

¹⁹ Там же.

²⁰ Там же, стр. 102.

²¹ Там же, стр. 106.

²² Там же, стр. 115.

²³ Там же, стр. 116.

²⁴ О первых работах Лобачевского по неевклидовой геометрии см. в упомянутой уже книге В. Ф. Каганя (изд. 2-е, 1948 г.), стр. 176—184.

²⁵ Это произведение Лобачевского переиздано теперь в 1-м томе Полного собрания его сочинений (ГТИИ, 1946, стр. 179—411) с вводной статьей и комментариями А. П. Котельникова; для явного дальнейшего наложения особенно важны стр. 207—210 текста и стр. 283—285 Приложения.

²⁶ Л. Б. Модзалевский, ук. соч., стр. 321—327; цитируемое место на стр. 323.

²⁷ Имеется русский перевод Краснова, под ред. проф. К. А. Погсе, СПб., 1887; полнотное (но-латиня) в IV томе Полного собрания трудов Гаусса (Gauss Werke, Bd. IV., S. 217—258).

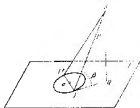
²⁸ Гаусс говорит: «Так, например, в самом большом из треугольников, которые мы измеряли в прошлые годы, а именно между точками Гегегарген, Броккен, Нильсберг, где избыток суммы углов был 14°, 86348, вычисление дало следующие величины для приведения углов (от эллипсоида) к плоскости: —4°, 95113; —4°, 95101; —4°, 95131». Сумма этих редукций составила как раз —14°, 86348, так что сумма углов плоского треугольника есть 180°, с точностью до 10⁻⁵ сек. дуги.

²⁹ «*Complaisance des Temps pour l'an 1831*», Paris, 1828, p. 120—148. Полное название этой работы: «*Atlas-Monachien. Mesurur au ordredeline parallaxes et собственное движение звезд по отношению посредством нового способа искусственных покрытий*». В приложении к отчету об этой работе (стр. 149—151) Даламбер указывает на связь ее с некоторыми важными соображениями Галлея об определении звездных параллакс.

³⁰ Сказать, что параллакс звезды равен 1", — то же самое, что сказать, что свет от нее идет к нам 31^{1/2} года.

³¹ Н. И. Лобачевский. Полн. собр. соч., т. 1. Комментарий, стр. 284.

³² Н. Liebmann. *Nichteuclidische Geometrie*, 1905, стр. 244. Существенно правильнее у Боттальма «Осуществление геометрии», 1923, стр. 310. Чтобы показать, соответствие схемы Лобачевского с обычными построениями сферической астрономии, представим на рисунке плоскость эклиптики E . Пусть Q есть основание перпендикуляра, опущенного на эту плоскость из звезды S . Проведем из Q касательную QT к кругу, представляющему земную орбиту; если проведем еще плоскость P через прямые SQ и QT , то эта плоскость будет касательной к прямой шкалину, основанием которого служит орбита Земли; поэтому диаметр TT' будет перпендикулярен к прямой TS ; точки T, S, T' так раз и образуют треугольник Лобачевского на рис. 2. (Аналогичное построение в том случае, когда Q находится внутри земной орбиты.) Пусть теперь P — параллакс звезды; K и L — ее геоцентрические и геосинтрические диаметры; β — ее широта, т. е. угловая возвышенность



над плоскостью эклиптики. По формулам сферической астрономии для параллакса по долготе имеем:

$$(\lambda' - \lambda) \cos \beta = \rho \sin (\odot - \lambda),$$

где $\odot$ — долгота Солнца. Пусть для планетки Земли и $\odot$ долгота Селены равна $\odot_1$, долгота звезды — λ_1 , причём

$$\odot_1 - \lambda_1 = \pi/2,$$

и, наоборот, для планетки Земли и $\odot'$

$$\odot_2 = \lambda_2 - 3\pi/2.$$

Учитывая, что широта β и гелиоцентрическая долгота звезды λ' в обоих случаях одинаковы, получим:

$$(\lambda_2 - \lambda_1) \cos \beta = 2\rho,$$

что и соответствует схеме Лобачевского.

²³ Т. е. когда разность долгот в Солнца и звезды равна 90° .

²⁴ Численный множитель в формуле (1) есть величина, обратная $\sin 1''$.

²⁵ Эта первая теорема Лобачевского есть простое следствие из основных положений его геометрической системы. В Комментарий А. П. Котельникова (т. 1, стр. 283) вкрадась ошибка: в 4-й формуле приращения 26-го, в правой части переставля, пропущен множитель 2, так что окончательный результат должен быть $a < 16\rho$, как в тексте Лобачевского (там же, стр. 207).

²⁶ Подразумевая, Лобачевский имеет в виду следующее место из «Exposition du Système du Monde» (Oeuvres, v. VI, p. 455): «Таким образом, вероятно, что среда туманностей многие представляют собой скопления очень большого числа звезд в то, если смотреть на них изнутри, они представлялись бы подобными Млечному Пути. Если теперь задуматься в это изобилие звезд и туманностей, рассеянных в небесных пространствах, и в те огромные расстояния, которыми они отделены, то воображение, изумленное огромности Вселенной, не сможет постичь его границ». Эта последняя фраза Лаваласа как раз соответствует высказыванию Лобачевского: «В воображении пространство может быть предположено неограниченным».

²⁷ Т. е. лежащих за пределами возможного опыта.

²⁸ Этот очерк А. М. Лангунова включен в издание: «П. Л. Чебышев. Избранные математические труды. ОИЗ, 1946» (см. стр. 20).

²⁹ Демонстрацией этой теоремы дались следующие: оно прекрасно разъяснено А. П. Котельниковым в упомянутом Комментарий, стр. 284—285. В выписке окончательной формулы Лобачевского мы заменили синус параллакса углами, косинусы — единицей. Заметим, что по 1-й теореме Лобачевского ρ' не может быть равно нулю.

³⁰ Эту ошибку обнаружил впервые проф. Зисселе в его комментированном немецком издании «О началах геометрии»; см. Н. И. Лобачевский, т. 1. Комментарий, стр. 286.

³¹ «Воображаемая геометрия» (в «Полном собрании сочинений по геометрии Н. И. Лобачевского», изд. Казанского университета, 1883, т. 1, стр. 79); «Начала геометрии с полной теорией параллельных» (там же, стр. 229, или в переиздании проф. Д. Сенина, «Казанская математическая библиотека», № 2—3, Харьков, 1912, стр. 17).

³² Этот французский перевод воспринят в II томе казанского издания «Полного собрания сочинений по геометрии Н. И. Лобачевского» (1886), стр. 350.

³³ Письма Гаусса в «Gauss Werke», Bd. VIII, S. 236—237; оно дано и в книге Модзалевского, стр. 483—485, с переводом на русский язык.

³⁴ Это и есть то место, которое мы только что цитировали.

³⁵ Работа Лобачевского, про которую упоминает здесь Гаусс, — это «Геометрические исследования», издаваемые в Берлине в 1840 г., она вошла в 1 том нового издания сочинений Лобачевского (1946).

³⁶ Статья Лобачевского помещена в «Crelles Journal», 24 (1842), стр. 184—170. Привожу ее по тексту. В работе «Начала геометрии с полной теорией параллельных» имеются две обширные главы, XII и XIII (казанское издание Трудов, 1883, т. 1, стр. 370—480) над названиями: «Решение прямоугольных треугольников» и «Решение сферических прямоугольных треугольников». Здесь Лобачевский на множестве примеров, сопровождаемых подробными численными выкладками, изучает вопрос о точности определения элементов треугольников в зависимости от условий задания других элементов. Всего рассмотрено более 40 различных случаев; при этом предполагается, что вычисления производятся с логарифмами и что логарифмы имеют погрешность в $1/2$ единицы последнего (десятичного) знака. Но в одном месте этого материала (стр. 428) Лобачевский как бы прерывает его и говорит: «Нельзя точность вычисления, мы предполагали все случаи неблагоприятными, тогда как ошибки в их соединении могут быть еще другой природы, следовательно частью по крайней мере уничтожаются... Дальнейшие страницы этой работы (стр. 428—438) и посвящены вычислению вероятности той или иной компенсации этих случайных погрешностей. Именно эти страницы из работы «Начала геометрии», с некоторыми дополнениями и вариациями, перешли в статью «Вероятность средних результатов». Заметим, что обе главы о треугольниках были напечатаны в 1838 г. в «Ученых записках Казанского университета»; тогда же Лобачевский посылал Креллю, члену Берлинской академии наук, для напечатания в издаваемом им математическом журнале и ту статью, которая появилась лишь четыре года спустя на страницах этого журнала (см. Л. В. Модзалевский, ук. соч., стр. 458). Насколько нам известно, эта статья никак еще не была детально комментирована.

³⁷ «Crelles Journal», Bd. 24, 1842, S. 169.

³⁸ Действительно, $\rho_0(x) = 0,72$ при $x = 0,2$; поэтому вероятность отклонения, не превышающего 0,2, относится к вероятности большого отклонения, как 0,72 и 0,28 или как 18 к 7. Заметим, что Лобачевский

дает свою таблицу с точностью до пяти знаков после запятой; против $x = 0,4$ у него стоит 0,96179, тогда как правильное число есть 0,97206. В третьем столбце таблицы мы проводим те же вероятности, вычисленные посредством интеграла Лапласа, считая при этом сумму десяти случайных случайной переменной, подчиненной по вероятности нормальному закону, со средним значением, равным нулю, с дисперсией $\sigma^2 = 10/3$ (см. мою книгу «Способ наименьших квадратов», 1947, стр. 252). Поэтому нормированное уклонение вычисляется по формуле $t = KV^2 \sigma^2 = 0,5477k$ (где $k = 10, 9, \dots, 2, 1$). Найденное по этому аргументу значение интеграла Лапласа нужно умножить, чтобы получить искомую вероятность. Результаты, найденные по формуле Лобачевского и посредством интеграла Лапласа, отличаются не очень значительно, как видно из приведенной в тексте таблицы.

⁴⁹ Ответ об этих наблюдениях имеется в «Astr. Nachrichten», Bd. 20, 1843, S. 227 (Линке), S. 73 (Дубно), S. 365 (Семпальтинск).

⁵⁰ Документы, относящиеся к казанской экспедиции, приведены в книге Л. Б. Модзалевского, стр. 439, 444, 447, 457, 459. О Михаиле Васильевиче Плоскуеве (1830—1868), еще знаменитого математика Александра Михайловича Лепухова, см. у Модзалевского, стр. 758.

⁵¹ Этот ответ напечатан впервые в «8-миных записках Казанского университета», кн. III, стр. 51—83; переиздан в книге Модзалевского, стр. 463—478; он известен Лобачевским дважды. «Теперь я признаюсь,— говорит он,— уже в другой раз за свой ответ о поездке в Пензу. Первый мой опыт оказался двойной плановый в несчастный для Казани день 24 августа» (Об этом страшном пожаре см.: В. Ф. Казан. Лобачевский. Изд. 2-е, стр. 283.)

⁵² Л. Б. Модзалевский, ук. соч., стр. 465.

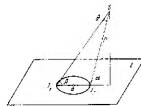
⁵³ Для сопоставления ответа Лобачевского с различными взглядами на явления, наблюдаемые при затмении в 50-х годах XIX в., интересно прочитать в книге Arago, *Astrophotie Populaire*, 1859, v. 3, главы о протуберансах и о короле (XIII и XIV).

⁵⁴ Л. Б. Модзалевский, ук. соч., стр. 474.

⁵⁵ В «Новых началах геометрии» Лобачевский высказывал еще более общие соображения, которые считаем уместным здесь отметить: «В природе мы познаем собственно только движение, без которого чувственные впечатления невозможны» (Изд. под ред. Д. Синцова, Харьков, 1912, стр. 13).

⁵⁶ С. Н. Вавилон. Исаак Ньютон. Изд. 2-е, 1945, стр. 79.

⁵⁷ «Геометрия была опубликована в Казани в 1856 г. одновременно на русском и французском языках. Оба текста вошли в казанское издание «Полного собрания сочинений по геометрии Н. И. Лобачевского» (Казань, 1883 и 1886); интересующее нас место находится на стр. 549—560 в 679—680. Известно также немецкое издание в серии «*Mathematische Klassiker*, № 131, с комментатором Н. Liebmann'a (Leipzig, 1902). Лобачевский снова имеет здесь в виду параллакс звезды, но теперь уже не по диаметру, как было в работе «О началах геометрии», 1829 (см. выше прим. 32 и рис.), а по широте. Пусть (см. рисунок) E — плоскость эклиптики, P — плоскость, проведенная перпендикулярно к E через S и центр земной орбиты, т. е. Солнце; T_1 и T_2 — два диаметрально противоположных положения Земли в плоскости P . Лобачевский вводит гелиоцентрические широты звезды, определенные из положений T_1 и T_2 ; он обозначает их через α и β , а через δ — угол при звезде, под которым виден диаметр земной орбиты T_1T_2 . Если углы α , β , δ — говорят он,— не удовлетворяют уравнению $\alpha = \beta + \delta$, то это будет зна-



ком, что сумма трех углов этого треугольника не равна двум прямым углам. Но ведь угол при S из наблюдений непосредственно не определяется, так что этот критерий реального значения иметь не может. Далее, Лобачевский говорит: «Можно так выбрать звезду, что $\delta = 0 \dots$; тогда прямые от двух положений Земли к звезде могут считаться за параллельными». Но легко видеть, что если угол δ (это и есть параллакс по широте) был бы равен нулю, то был бы равен нулю и параллакс по долготе, следовательно и тот угол γ , который в системе Лобачевского всегда больше некоторой абсолютной положительной (по теореме 1). Поэтому очень трудно согласиться с этими последними мыслями Лобачевского и со следствиями, которые из них выводит.

⁵⁸ В. Ф. Казан. Великий русский ученый Н. И. Лобачевский и его место в мировой науке. ГИИИ, 1948, стр. 55.

⁵⁹ «Новые начала геометрии», изд. Д. Синцова, Харьков, 1912, стр. 13.

⁶⁰ С этой точки зрения теряют свое остроту слова П. С. Александро-ва в его статье о Лобачевском («Люди русской науки», т. 1, 1948, стр. 96): «Вопрос о том, какая геометрия осуществляется в физическом мире, не имеет того непосредственного наивного смысла, который ему придался во времена Лобачевского».

⁶¹ Особенно интересна статья К. Schwarzschild. Über das zulässige Krümmungsmaass des Raumes (*Schwarzschild*). О допустимой кривизне пространства), помещенная в *Monatsh. f. Astr. u. Astr. Ges.*, Bd. 35, 1900, S. 337.

⁶² По всей проблематике, связанной с так называемой общей теорией относительности, мы придерживаемся принципиальных концепций академика В. А. Фока, изложенных, между прочим, в его общедоступной статье «Система Коперника и система Птолемея в свете общей теории относительности» (в сборнике «Николай Коперник», Изд-во АН СССР, 1947, стр. 180—186).

⁶³ См. Л. Б. Модзалевский, ук. соч., стр. 323.

⁶⁴ В. А. Стеклов. Теория и практика в исследовании П. Л. Чебышева. Изд-во АН СССР, 1921, стр. 19.

СОДЕРЖАНИЕ

<i>От редактора</i>	3
<i>Жизнь и творчество Коперника</i>	5
<i>Галилей в истории астрономии</i>	41
<i>Клеро и его «Теория фигуры Земли»</i>	99
<i>Этюды по истории планетных теорий</i>	124
<i>Закон всемирного тяготения и теория движения Луны</i>	205
<i>О механике Лагранжа</i>	273
<i>История календаря</i>	308
<i>Лобачевский — астроном</i>	412
<i>Приложения</i>	
<i>Наука Ильяш Идельсон</i> (Н. С. Яковлева)	434
<i>Библиографический указатель</i>	443
<i>Примечания</i>	449

Наука Ильяш Идельсон

Этюды по истории небесной механики

Изготовлено в печати Издательством и тиражируется
в издании Академии наук СССР

Редактор Н. П. Прокофьев. Художественный редактор В. А. Чернышев.
Художник Г. В. Степанов. Технический редактор Л. И. Кукрицкая.
Подписатель Л. П. Белозерова.

Сдано в набор 14-6-1975 г. Подписано в печать 26-V-1975 г. Формат 24х168 мм.
Уч. изд., л. 90. М. — 1975. Д. 75. Тираж 1000. Т. 0070. Бумага типографская № 1.
Тип. шрифт № 5. Цена 1 р. 12 ко. в бумажном пер.; 1 р. 16 ко. в переплете.

Издательство «Наука», 10 712 ГСП, Москва, М42, Подписный пер., 24

24 тип. листов жёлтого цвета. Пауза: 11000, Москва, С-90, Шубинский пер., 14